

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СПЕКТРОВ МНОГОКРАТНОГО
МАЛОУГЛОВОГО РАССЕЯНИЯ НЕЙТРОНОВ

Ю. Г. Абов^{a,b}, Д. С. Денисов^a, Ф. С. Джепаров^b, Н. О. Елютин^a,
Д. В. Львов^{b*}, С. К. Матвеев^a, Ю. И. Смирнов^a, А. О. Эйдлин^a

^a Московский государственный инженерно-физический институт
115409, Москва, Россия

^b Институт теоретической и экспериментальной физики
117259, Москва, Россия

Поступила в редакцию 22 мая 1998 г.

Проведено теоретическое и экспериментальное исследование асимптотического поведения спектров при больших значениях вектора рассеяния для случая упругого многократного малоуглового рассеяния нейтронов (МУРН). Получено разложение спектра по величине обратного переданного импульса с учетом влияния инструментальной линии. Показано, что главный член разложения с точностью до коэффициента совпадает с усредненным по статистическому ансамблю частиц дифференциальным сечением однократного рассеяния, а также вычислены несколько следующих членов разложения и определена область применимости полученных выражений. С помощью двухкристального нейтронного спектрометра измерена асимптотика спектра многократного МУРН на образцах ВТСП-керамики, Fe-Ni и порошке Al. Проведен анализ соответствия экспериментальных результатов и теоретических предсказаний.

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что наиболее детальную информацию из данных по упругому малоугловому рассеянию нейтронов (МУРН) [1, 2] можно получить при выполнении условия $z \ll L$, где z — толщина исследуемого образца, а L — длина свободного пробега в нем. Распределения интенсивности (спектр) рассеянного излучения $I(q)$, где $q = |\mathbf{k} - \mathbf{k}_0|$ — вектор рассеяния, а \mathbf{k} , \mathbf{k}_0 — волновые векторы рассеянного и падающего излучений соответственно, измеряют в возможно более широком диапазоне. При этом удается определить не только характерный размер R и концентрацию n , но в некоторых случаях даже форму и детали внутренней структуры единичного рассеивающего центра [1, 2].

При исследовании рассеяния на очень малые углы наивысшее разрешение достигается в схеме с двухкристальным спектрометром [1] благодаря узости его инструментальной линии. Однако крыло этой линии убывает как $1/q^2$ (см., например, [3]), что заметно медленнее, чем типичная для МУРН асимптотика Дебая—Буше—Порода $1/q^4$ (в данной схеме опыта $1/q^3$, см. ниже). Это приводит к необходимости использования толстых образцов ($z > L$) и учета эффектов многократного рассеяния. С другой стороны, часто невозможно изготовить достаточно тонкие образцы, например, при необходимости сохранения их целостности. В таком случае рассеяние является, как правило, многократным.

*E-mail: stepanov@vitep5.itep.ru

В сложившейся практике [4–9] анализа спектров МУРН при $z \gg L$ для получения параметров, характеризующих рассеивающую систему, обычно используют зависимости $\omega(z)$, где ω — ширина на половине высоты распределений интенсивности МУРН $I(q, z)$, измеренных для нескольких образцов с различными толщинами z . При этом, как правило, не интересуются асимптотикой больших q для распределений $I(q, z)$, несмотря на то что важность таких исследований отмечалась еще в работе [9], а из общей теории случайных блужданий [10] следует, что эти асимптотики в однократном и многократном случаях имеют сходный характер.

Таким образом, в исследованиях МУРН до сих пор нет обстоятельного анализа асимптотики больших q для многократного рассеяния. На заполнение этого пробела и направлена данная работа. В теоретической части, опираясь на результаты статей [9, 10], мы показали, что при больших значениях q поведение $I(q, z)$ с точностью до коэффициента совпадает с поведением усредненного по статистическому ансамблю рассеивателей дифференциального сечения рассеяния $\langle \sigma(q) \rangle$ при $q \gg R^{-1}$, где знак $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по возможным ориентациям и отклонениям от средних форм и размеров. Наиболее детально рассмотрен случай, когда крыло линии рассеяния $\propto q^{-4}$. На основании этого в экспериментальной части работы изучались формы границ неоднородностей в образцах ферромагнитного сплава Fe-Ni, ВТСП-керамики $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ и порошка Al.

2. ТЕОРИЯ

Малоугловое упругое рассеяние нейтронов является рассеянием вперед, так как приводит лишь к небольшому изменению направления движения нейтрона. При условии, что длина свободного пробега нейтрона много больше размеров рассеивателей и длины волны, можно считать, что каждый следующий акт рассеяния нейтрона происходит на новой случайной конфигурации рассеивающих центров. Поэтому распространение нейтронов описывается уравнением

$$\frac{dP(\mathbf{k}, z)}{dz} = - \int d^3 k' [W(\mathbf{k}', \mathbf{k})P(\mathbf{k}, z) - W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')P(\mathbf{k}', z)], \quad P(\mathbf{k}, 0) = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0), \quad (1)$$

где $P(\mathbf{k}, z)$ — плотность вероятности того, что нейтрон имеет импульс \mathbf{k} на глубине z от поверхности образца. В уравнение (1) входят усредненные по длине свободного пробега скорости переходов (на единицу длины) $W(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ из состояния с импульсом \mathbf{k} в состояние с импульсом \mathbf{k}' . Если вещество в среднем однородно, то $W(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ является функцией, зависящей только от $\mathbf{k}^2 = \mathbf{k}'^2$ и разности $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$. Без перерассеяния нейтронов функция $P(\mathbf{k}, z)$ убывает экспоненциально:

$$\frac{dP(\mathbf{k}, z)}{dz} = -\kappa P(\mathbf{k}, z), \quad P(\mathbf{k}, z) = P(\mathbf{k}, 0)e^{-\kappa z} \quad (2)$$

со скоростью

$$\kappa = \int d^3 k' W(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = n\sigma_t,$$

где n — плотность рассеивающих центров, σ_t — полное среднее сечение рассеяния на одном центре. Длина свободного пробега нейтрона равна $L = 1/\kappa$.

При рассеянии на малые углы $\Delta k/k_0 \ll 1$. Следовательно, можно считать, что $\Delta \mathbf{k} \perp \mathbf{k}_0$, т.е. импульс изменяется только в плоскости, перпендикулярной направлению движения пучка нейтронов. Поэтому уравнение (1) можно записать в следующей двумерной форме:

$$\frac{dP(\alpha, z)}{dz} = -\kappa \left(P(\alpha, z) - \int \frac{d^2\alpha'}{\sigma_t} \sigma(\alpha - \alpha') P(\alpha', z) \right). \quad (3)$$

Здесь

$$\alpha = \frac{\mathbf{k} - \mathbf{k}_0}{|\mathbf{k}_0|} \perp \mathbf{k}_0, \quad \sigma_t = \int d^2\alpha \sigma(\alpha),$$

$\sigma(\alpha)$ — среднее сечение рассеяния на угол α (двумерный вектор α удобно называть углом рассеяния).

Уравнение (3) является трансляционно-инвариантным и может быть диагонализировано преобразованием Фурье. Переходя в фурье-представление, получим

$$\frac{dP(\mathbf{u}, z)}{dz} = -\kappa \left(P(\mathbf{u}, z) - \frac{\sigma(\mathbf{u})}{\sigma_t} P(\mathbf{u}, z) \right), \quad P(\mathbf{u}, 0) = 1, \quad (4)$$

где

$$\sigma(\mathbf{u}) = \int d^2\alpha \exp(-i\mathbf{u}\alpha) \sigma(\alpha),$$

причем $\sigma(0) = \sigma_t$. Решая уравнение (4), находим фурье-образ пропагатора:

$$P(\mathbf{u}, z) = \exp \left(-\kappa z (\sigma(0) - \sigma(\mathbf{u})) / \sigma_t \right). \quad (5)$$

В итоге получим выражение для интенсивности многократного МУРН под углом α для образца толщиной z :

$$P(\alpha, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2u \exp(i\mathbf{u}\alpha) \exp \left(-\kappa z \frac{\sigma(0) - \sigma(\mathbf{u})}{\sigma_t} \right). \quad (6)$$

Так как система рассеивателей изотропна, усредненное сечение $\sigma(\alpha)$ зависит только от $|\alpha|$, следовательно, в (6) можно выполнить интегрирование по направлению вектора \mathbf{u} . В результате получается известное интегральное представление:

$$P(\alpha, z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty u J_0(\alpha u) \exp \left[-\kappa z \left(1 - \frac{\sigma(u)}{\sigma_t} \right) \right] du. \quad (7)$$

Одной из особенностей двухкристалльного спектрометра является то, что отклонения нейтронов от первоначального направления регистрируются только в одной (горизонтальной) плоскости. То есть, фактически, в рамках данной методики нейтроны с различными векторами \mathbf{k} , имеющими равные проекции на горизонтальную плоскость, неразличимы, и в результате эксперимента может быть получено лишь некоторое усредненное по вертикальной расходимости пучка распределение. Следовательно, выражение (6) для интенсивности $P(\alpha_x, \alpha_y)$ должно быть проинтегрировано по α_y . Так как

вертикальный размер окна детектора много больше характерной ширины пучка, пределы интегрирования можно положить бесконечными (подробное обсуждение приведено в экспериментальной части). Кроме того, для получения наблюдаемой в эксперименте величины интенсивность надо свернуть с инструментальной линией. Таким образом, получаем, что нормированная экспериментально наблюдаемая интенсивность нейтронов, рассеянных на угол α_x в горизонтальной плоскости, равна

$$P_{exp}(\alpha_x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} d\beta I_0(\beta) \bar{P}(\alpha_x - \beta, z), \quad (8)$$

где

$$\bar{P}(\alpha_x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha_y P\left((\alpha_x^2 + \alpha_y^2)^{1/2}, z\right) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} du_x \exp(iu_x \alpha_x) P(u_x, 0, z). \quad (9)$$

Здесь $I_0(\beta)$ — инструментальная линия, а функции $P(\alpha, z)$ и $P(u_x, u_y, z) = P(\mathbf{u}, z)$ определены формулами соответственно (7) и (5).

Если $\alpha_x \gg \max(\alpha_s, \alpha_{ins})$, где параметры α_s и α_{ins} характеризуют соответственно ширины функций $\bar{P}(\alpha_x)$ и $I_0(\alpha_x)$, то для оценки $P_{exp}(\alpha_x, z)$ достаточно учесть, что подынтегральное выражение в (8) имеет два острых максимума при $\beta = 0$ и $\beta = \alpha_x$ и что функции $I_0(\alpha_x)$ и $\bar{P}(\alpha_x, z)$ нормированы на единицу. Поэтому

$$P_{exp}(\alpha_x, z) = I_0(\alpha_x) + \bar{P}(\alpha_x, z), \quad \alpha_x \gg \max(\alpha_s, \alpha_{ins}). \quad (10)$$

Для более детального анализа объединим формулы (5), (8) и (9) следующим образом:

$$P_{exp}(\alpha_x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{du_x}{2\pi} \exp(iu_x \alpha_x) \exp\left(-\kappa z \left(1 - \frac{\sigma(|u_x|)}{\sigma_t}\right)\right) g(\alpha_{ins}|u_x|), \quad (11)$$

где $g(\alpha_{ins}|u_x|)$ — фурье-образ инструментальной линии. Общее обсуждение инструментальной линии содержится в монографии [3]. Практически достаточно учесть поведение $g(x) = 1 - x + o(x)$ при $x \rightarrow 0$, которое определяется асимптотикой $I_0(\alpha_x)$ при больших углах:

$$I_0(\alpha_x) = \frac{\alpha_{ins}}{\pi\alpha_x^2} + o\left(\frac{1}{\alpha_x^2}\right).$$

Для расчета асимптотического поведения интенсивности $P_{exp}(\alpha_x, z)$ при больших углах достаточно сделать замену $u_x \rightarrow u/\alpha_x$:

$$P_{exp}(\alpha_x, z) = \frac{1}{\pi\alpha_x} \int_0^{\infty} du \cos u \exp\left(-\kappa z \left(1 - \frac{\sigma(u/\alpha_x)}{\sigma_t}\right)\right) g\left(\alpha_{ins} \frac{u}{\alpha_x}\right), \quad (12)$$

разложить подынтегральное выражение по малому параметру u/α_x и произвести почленное интегрирование.

При рассеянии на частицах с резкой ступенчатой границей (т. е. при $\alpha k_0 l_\Gamma \ll 1$, где l_Γ — толщина границы) $\sigma(\alpha) \propto 1/|\alpha|^4$ при $|\alpha| \gg \alpha_c$, где α_c — характерный угол рассеяния [1, 11, 12]. В работе [9] рассмотрено сечение однократного рассеяния на сфере.

Однако выражение для сечения рассеяния на телах произвольной формы неизвестно. Поэтому целесообразно рассмотреть функцию достаточно общего вида, которой может быть аппроксимировано сечение однократного рассеяния:

$$\sigma(\alpha) = \frac{\sigma_0 \alpha_1^2 \alpha_2^2}{(\alpha^2 + \alpha_1^2)(\alpha^2 + \alpha_2^2)} + \sigma_G \exp\left(-\frac{\alpha^2}{a^2}\right) \quad (13)$$

с пятью свободными параметрами $\sigma_0, \alpha_1, \alpha_2, \sigma_G, a$. Для соответствия подгоночного $\sigma(\alpha)$, определяемого (13), реальному сечению рассеяния можно потребовать равенства сечений при $\alpha = 0$, их асимптотик при $\alpha \rightarrow \infty$, интегралов от $\sigma(\alpha)$ и наложить еще два дополнительных условия. После преобразования Фурье получаем

$$\sigma(u) = \frac{2\pi\sigma_0\alpha_1^2\alpha_2^2}{\alpha_2^2 - \alpha_1^2} (K_0(\alpha_1 u) - K_0(\alpha_2 u)) + \pi\sigma_G a^2 \exp\left(-\frac{a^2 u^2}{4}\right), \quad (14)$$

где $u = |u|$, а $K_0(x)$ — функция Макдональда. Из формулы (14) следует, что при малых u/α_x

$$\begin{aligned} \sigma_t - \sigma\left(\frac{u}{\alpha_x}\right) &= \frac{\pi\sigma_0\alpha_1^2\alpha_2^2}{\alpha_2^2 - \alpha_1^2} \left[\frac{(u\alpha_1)^2}{2\alpha_x^2} \ln \frac{u\alpha_1}{2\alpha_x} - \frac{(u\alpha_2)^2}{2\alpha_x^2} \ln \frac{u\alpha_2}{2\alpha_x} \right] + \\ &+ \frac{\pi u^2}{2\alpha_x^2} \left[(1 - \gamma)\sigma_0\alpha_1^2\alpha_2^2 + \frac{\sigma_G a^4}{2} \right] + \frac{\pi\sigma_0\alpha_1^2\alpha_2^2}{\alpha_2^2 - \alpha_1^2} \left[\frac{(u\alpha_1)^4}{32\alpha_x^4} \ln \frac{u\alpha_1}{2\alpha_x} - \frac{(u\alpha_2)^4}{32\alpha_x^4} \ln \frac{u\alpha_2}{2\alpha_x} \right] + \\ &+ \frac{\pi u^4}{32\alpha_x^4} \left[\left(\frac{3}{2} - \gamma\right) \sigma_0\alpha_1^2\alpha_2^2(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) - \sigma_G a^6 \right], \end{aligned} \quad (15)$$

где $\gamma = 0.577$ — константа Эйлера. Вводя удобную для представления ответа параметризацию $\alpha_0^2 = \alpha_1\alpha_2$, $\xi = \ln(\alpha_1/\alpha_2)$, учитывая в (12) три первых члена в разложении экспоненты и два в разложении $g(u)$ и почленно интегрируя, получаем

$$\begin{aligned} P_{exp}(\alpha_x, z) &= \frac{\kappa z \alpha_0^2}{8\alpha_x^3} \varphi(\xi) + I_0(\alpha_x) + \frac{\kappa z \alpha_{ins} \alpha_0^2}{4\pi\alpha_x^4} \varphi(\xi) \left(3 \ln \frac{2\alpha_x}{\alpha_0} - \frac{5}{2} + \frac{\sigma_G a^4}{2\sigma_0 \alpha_0^4} \right) - \\ &- \frac{3\kappa z \alpha_{ins} \alpha_0^2}{4\pi\alpha_x^4} \psi(\xi) + \frac{\kappa^2 z^2 \alpha_0^4}{16\alpha_x^5} \varphi^2(\xi) \left(3 \ln \frac{2\alpha_x}{\alpha_0} - \frac{13}{4} + \frac{3\sigma_G a^4}{2\sigma_0 \alpha_0^4} \right) - \\ &- \frac{3\kappa^2 z^2 \alpha_0^4}{16\alpha_x^5} \varphi(\xi) \psi(\xi) - \frac{3\kappa z \alpha_0^4}{32\alpha_x^5} \varphi(\xi) \psi(\xi), \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\varphi(\xi) = \frac{4 \operatorname{sh} \xi}{\xi}, \quad \psi(\xi) = 2 \operatorname{ch} \xi.$$

Здесь при расчете второго слагаемого использовано точное выражение $g(u)$ и опущены члены более высокого, чем $1/\alpha_x^5$, порядка по α_x .

Рассмотрим случай, когда ширина инструментальной линии мала, т.е. $\alpha_{ins} \ll \alpha_0$. Тогда первый член в (16) является главным при $\alpha < \alpha_m$, где $\alpha_m = \pi \kappa z \alpha_0^2 / 2\alpha_{ins} \gg \alpha_0$, т.е. в этой области $P_{exp}(\alpha_x, z)$ убывает как $1/\alpha_x^3$. Таким образом, главный член асимптотики многократного МУРН определяется поведением сечения однократного рассеяния при больших углах, что отмечалось ранее в работе [13]. Предасимптотические члены разложения $P_{exp}(\alpha_x, z)$ (третье–седьмое слагаемые в (16)) приводят к увеличению скорости убывания $P_{exp}(\alpha_x, z)$ с ростом толщины образца.

Рассмотрим отдельно сечение однократного рассеяния на сфере в случае дифракции. В борновском приближении

$$\sigma_B(\alpha) = \sigma_0 \frac{(\sin(\alpha/\alpha_c) - (\alpha/\alpha_c) \cos(\alpha/\alpha_c))^2}{(\alpha/\alpha_c)^6}, \quad (17)$$

где $\alpha_c = 1/k_0 r_0$, k_0 — начальный импульс нейтрона, r_0 — радиус взаимодействия. Чтобы найти поведение фурье-образа $\sigma_B(u)$ при малых u , добавим к $\sigma_B(\alpha)$ и вычтем функцию $\sigma_L(\alpha) = \sigma_0 \alpha_c^4 / 2(\alpha^2 + \alpha_c^2)^2$, чья асимптотика совпадает с асимптотикой усредненно-го по периоду осцилляций $\sigma_B(\alpha)$. Асимптотика $\sigma_L(u)$ при малых u следует из (15), а $\sigma_B(\alpha) - \sigma_L(\alpha)$ убывает быстрее, чем $1/\alpha^4$, и два первых члена разложения можно найти интегрированием членов $\sim u^0$ и $\sim u^2$ подынтегрального выражения. Отсюда находим поведение фурье-образа сечения в борновском приближении при малых u :

$$\sigma_B(u) = \frac{\pi \sigma_0 \alpha_c^2}{2} + \frac{\pi \sigma_0 \alpha_c^4 u^2}{4} \ln \frac{\alpha_c u}{4}. \quad (18)$$

Аналогично формуле (16) получаем

$$P_{exp}(\alpha_x, z) = \frac{\kappa z \alpha_c^2}{2\alpha_x^3} + I_0(\alpha_x) + \frac{\kappa z \alpha_{ins} \alpha_c^2}{2\pi \alpha_x^4} \left(6 \ln \frac{4\alpha_x}{\alpha_c} + 6\gamma - 11 \right) + \frac{3\kappa^2 z^2 \alpha_c^4}{\alpha_x^5} \left(\ln \frac{4\alpha_x}{\alpha_c} + \gamma - \frac{25}{12} \right). \quad (19)$$

Видно, что для данной асимптотики верны все замечания, сделанные относительно формулы (16).

3. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперименты проводились на универсальном нейтронном дифрактометре с двойной монохроматизацией пучка [14], на котором в качестве спектрометрической пары были установлены совершенные кристаллы Ge, ориентированные по плоскости (111), в параллельной позиции (см. рис. 1а). Измеренная ширина инструментальной кривой $I_0(\alpha_x)$ (α_x — угол поворота анализатора, и $\alpha_x = 0$ при точном брэгговском положении анализатора по отношению к падающему пучку) при рабочей длине волны нейтронов $\lambda_0 = 1.75 \text{ \AA}$ составляла $\omega_0 = (3.1 \pm 0.2)$ угл. с (см. рис. 1б), что в пределах погрешности измерений совпадало со значением, рассчитанным из динамической теории дифракции [3]. Регистрация проводилась ^3He -детектором с эффективностью регистрации тепловых нейтронов $\varepsilon \approx 96\%$; фильтрация нейтронов высших порядков отражений с $\lambda_n = \lambda_0/n$ осуществлялась монокристаллическим кварцевым фильтром толщиной 100 мм, снижающим их содержание в пучке до величины меньшей 1% от основной компоненты. Образцы O устанавливались в пространство между кристалло-монохроматором M и кристаллом-анализатором A (см. рис. 1а). Интенсивности нейтронов, отраженных от кристалла A , измерялись внутри углового диапазона, за границами которого детектор D регистрировал лишь фоновые импульсы. Минимальный возможный шаг поворота анализатора составлял 0.12 угл. с.

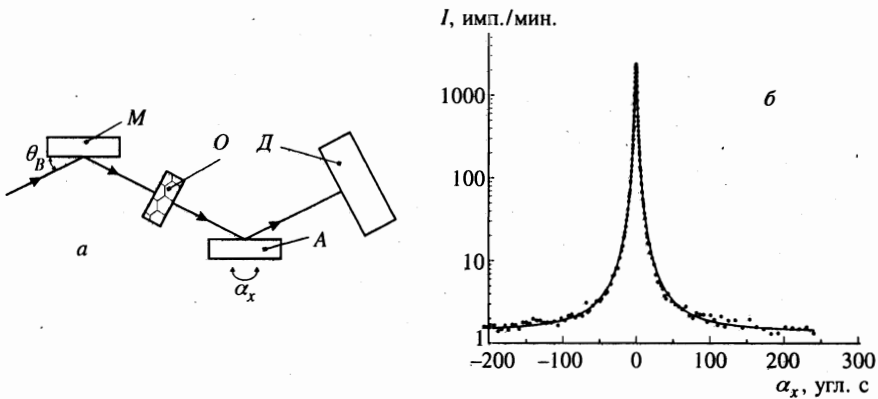


Рис. 1. Двухкристальная методика проведения опытов по малоугловому рассеянию нейтронов: *a* — схема двухкристального спектрометра на совершенных кристаллах, (*M* — кристалл-монокроматор, *A* — кристалл-анализатор, *D* — детектор, *O* — образцы, θ_B — угол Брэгга, α_x — угловое отклонение анализатора от положения, параллельного монокроматору); *b* — инструментальная кривая двухкристального спектрометра (точки), измеренная в отсутствие образца при $\lambda_0 = 1.75 \text{ \AA}$ и ее аппроксимация по методу наименьших квадратов лоренцевой функцией

В выражении (9) интегрирование по α_y производится в бесконечных пределах, т. е. предполагается, что высота окна детектора H достаточна, для того чтобы в него попадал весь рассеянный пучок: В реальных экспериментах предельный угол

$$\alpha_y^0 = \arctg(H/2s) \simeq H/2s, \tag{20}$$

где s — расстояние от образца до детектора. В используемом нами дифрактометре $H = 40 \text{ мм}$, $s = 1200 \text{ мм}$, при этом $\alpha_y^0 = 0.017 \text{ рад.} = 57 \text{ угл. мин}$, что типично для приборов подобного типа. Для всех исследованных образцов ширины спектров многократного МУРН не превышали $\omega_{max} \approx 2 \text{ угл. мин} \ll \alpha_y^0$, т. е. можно положить $\alpha_y^0 = \infty$. Необходимо отметить, что при использовании в двухкристальном спектрометре совершенных кристаллов такая ситуация реализуется практически всегда, а при использовании мозаичных кристаллов угловой диапазон малоугловых спектров может превышать α_y^0 , что приводит к дополнительным поправкам при расчете асимптотических зависимостей интенсивности МУРН.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 1*b* приведена инструментальная кривая двухкристального спектрометра на совершенных кристаллах. Аппроксимация этой кривой функцией Лоренца показывает, что ее асимптотическое поведение описывается зависимостью $1/\alpha_x^2$, как и предполагалось в теоретической части работы. На рис. 3 приведена угловая зависимость интенсивности на крыльях инструментальной кривой. Видно, что в этой области углов $I_0(\alpha_x)$ существенно меньше (примерно на порядок), чем $P_{exp}(\alpha_x)$.

В случае, если рассеяние происходит на сплошных, однородных по плотности, компактных частицах с резкой границей, справедливо следующее соотношение, полученное

в работах Дебая и Буше [11] и Порода [12] (см. также [1]) для интенсивности однократного рассеяния:

$$I^{(1)}(q) = \frac{2\pi}{q^4} \rho^2 S \quad (21)$$

или $\sigma(q) \propto q^{-4}$, которое выполняется для неоднородностей произвольной формы при больших q . Здесь ρ — нейтронооптическая плотность, определяющаяся составом частиц-рассеивателей и среды, в которой они помещены, S — площадь поверхности частицы. Асимптотика $I^{(1)}(q) \propto q^{-4}$ реализуется также вблизи фазовых переходов в некоторых магнетиках [15]. Отсутствие резкой границы между средой и неоднородностью приводит к более быстрому, чем q^{-4} убыванию интенсивности. Более медленная, чем (21), зависимость возможна вблизи фазовых переходов [9], а также в случае, если рассеиватели имеют фрактальную поверхность [16, 17]. Аналогичную информацию, в силу проведенного выше теоретического рассмотрения, должны давать и исследования асимптотических зависимостей интенсивностей многократного МУРН.

На рис. 2 приведены в логарифмическом масштабе результаты измерений, проведенных на образце ВТСП-керамики $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$, характеризующемся наличием пор, размеры которых, согласно [8], составляют около 3 мкм, а также данные опыта по рассеянию на образце порошка Al толщиной $z = 5.5$ мм со средним размером гранул $2R \approx 9.5$ мкм, определенным в [7]. Сплошной линией на рисунке показан результат совместной аппроксимации (проведенной методом наименьших квадратов) экспериментальных данных функцией $c_1/\alpha_x^2 + c_2/\alpha_x^\delta$ и инструментальной кривой функцией c_1/α_x^2 . Как видно, асимптотическая зависимость второго слагаемого, соответствующего образцу, хорошо описывается законом α_x^{-3} , что находится в согласии с формулами (16), (19). В работе [17] проводилось исследование малоуглового рассеяния нейтронов на тех же образцах ВТСП-керамики, и для сечения была получена зависимость $\sigma(q) \propto q^{-n}$, где $n = 3.85 \pm 0.1$. Наши данные, полученные с большей статистикой, более убедительно свидетельствуют о том, что рассеяние происходит на компактных неоднородностях с резкой границей.

На рис. 3 показаны (в логарифмическом масштабе, как и на рис. 2) результаты экспериментов, проведенных на образцах различной толщины, изготовленных из сплава Fe-Ni — ферромагнетика, характеризующегося наличием неупорядоченной доменной структуры. Размеры доменов, определенные согласно процедуре, описанной в работе [6], составляют около 8 мкм. Совместная подгонка экспериментальных данных и инструментальной линии на основе формулы (16) (с $\xi = \bar{l}$ и без учета гауссова члена) по методу наименьших квадратов дает большую величину среднеквадратичного отклонения ($\chi^2/(n - m - 1) \approx 390/64$ при общем числе экспериментальных точек $n = 71$ и числе подгоночных параметров $m = 6$). Здесь при расчете погрешностей экспериментальных точек учитывалось, что согласно [18] статистика отсчетов на нашей установке несколько отличается от пуассоновской и имеет дисперсию $\sigma^2 = 1.4\bar{l}$, где \bar{l} — средняя интенсивность (для данного α_x). Известные отношения толщин включались в подгонку как две добавочные точки со своими ошибками. Совместная подгонка данных функциями вида $c_1/\alpha_x^2 + c_2/\alpha_x^\delta$, где для разных образцов берется одно значение δ , а отношение коэффициентов c_2 для разных образцов равно отношению толщин, дает $\delta = 2.91(0.04)$ при $\chi^2/(n - m - 1) \approx 145/65$. Лишь при использовании функции более общего вида $c_1/\alpha_x^2 + c_2/\alpha_x^\delta$, где значения δ различны для трех образцов, получается удовлетворительный результат $\chi^2/(n - m - 1) = 76/63$ с показателями степени асимптотической

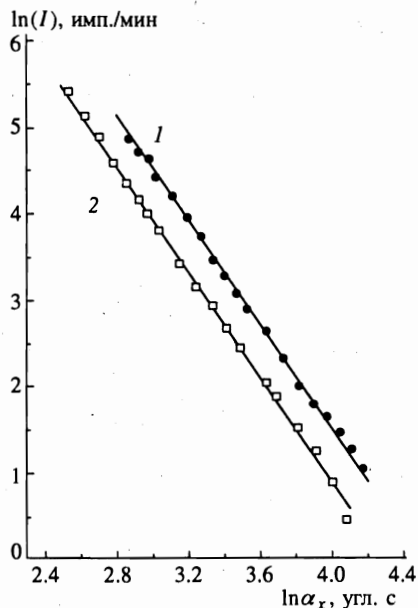


Рис. 2

Рис. 2. Асимптотическая зависимость интенсивности I рассеянных нейтронов от угла α_x поворота кристалла-анализатора, представленная в логарифмическом масштабе (δ — показатель степени): 1 — образец порошка Al со средним размером гранул $2R = 9.5$ мкм и толщиной $z = 5.5$ мм, $\delta = 3.02(0.03)$; 2 — образец ВТСП-керамики, $z = 1.69$ мм, средний размер пор 3 мкм, $\delta = 3.04(0.03)$. Сплошной линией обозначен результат подгонки по методу наименьших квадратов

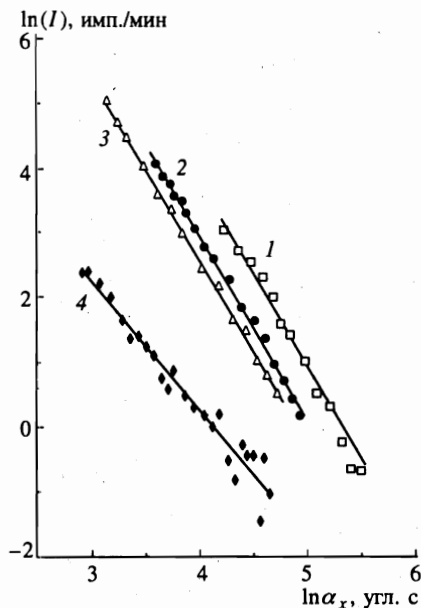


Рис. 3

Рис. 3. Асимптотическая зависимость интенсивности I рассеянных нейтронов от угла α_x поворота кристалла-анализатора для образцов сплава Fe-Ni, представленная в логарифмическом масштабе (δ — показатель степени): 1 — образец толщиной $z = 7.0(0.1)$ мм, $\delta = 2.93(0.03)$; 2 — образец толщиной $z = 2.0(0.1)$ мм, $\delta = 2.89(0.03)$; 3 — образец толщиной $z = 1.0(0.1)$ мм, $\delta = 2.85(0.03)$; 4 — инструментальная линия. Сплошной линией обозначен результат подгонки по методу наименьших квадратов

зависимости δ меньшими 3 для всех образцов. При этом δ увеличивается с ростом толщины образца, что находится в согласии с формулами (16), (19) и отвечает вкладу предасимптотических членов разложения больших углов. Однако величина $\delta < 3$ не получается при независимом рассеянии нейтронов на компактных неоднородностях с резкой границей. Наблюдаемое отличие также нельзя объяснить конечной толщиной стенки доменов, так как учет этого обстоятельства приводит к росту δ .

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрен метод анализа неоднородностей среды на основе измерения асимптотики больших q интенсивности многократного МУРН $I(q, z)$. С помощью двух-

кристалльного нейтронного спектрометра исследовались образцы ВТСП-керамики состава $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$, ферромагнитного сплава Fe-Ni и порошка Al. Экспериментальные данные для ВТСП-керамики и Al хорошо описываются асимптотическим приближением α_x^{-3} , что соответствует закону Дебая-Буше-Порода ($I \propto q^{-4}$). Из этого следует, что неоднородности в этих веществах имеют ступенчатую нефрактальную границу. Аналогичное исследование, проведенное для образцов ферромагнетика Fe-Ni, показало более медленное, чем α_x^{-3} , убывание интенсивности МУРН.

Таким образом, проведенное теоретическое рассмотрение удовлетворительно описывает экспериментально наблюдаемое поведение интенсивности многократного рассеяния для образцов Al и ВТСП-керамики, но не объясняет более медленное, чем α_x^{-3} , убывание интенсивности для образцов Fe-Ni. Вероятно это обусловлено тем, что, как следует из экспериментальных данных, для образцов Fe-Ni отношение длины свободного пробега нейтрона к размеру рассеивателей (доменов) существенно меньше, чем для Al и ВТСП-керамики. Следовательно, описание рассеяния на образцах Fe-Ni должно опираться на уравнения, учитывающие корреляции последовательных актов рассеяния нейтрона.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96-02-17771-а) и Академического фонда «Фундаментальная ядерная физика» (грант № 1.3.5.-01).

Литература

1. Д. И. Свергун, Л. А. Фейгин, *Рентгеновское и нейтронное малоугловое рассеяние*, Наука, Москва (1986).
2. Ю. М. Останевич, И. Н. Сердюк, УФН **137**, 85 (1983).
3. З. Г. Пинскер, *Рентгеновская кристаллооптика*, Наука, Москва (1982).
4. D. L. Dexter and W. W. Veeman, *Phys. Rev.* **76**, 1782 (1949).
5. R. J. Weiss, *Phys. Rev.* **83**, 380 (1951).
6. С. Ш. Шильштейн, В. А. Соменков, М. Каланов, Н. О. Елютин, ФТТ **18**, 3231 (1976).
7. Ю. И. Смирнов, А. О. Пекшев, А. О. Эйдлин и др., ФТТ **33**, 2273 (1991).
8. Ю. Г. Абов, Ю. И. Смирнов, Д. С. Денисов и др., ФТТ **34**, 1408 (1992).
9. С. В. Малеев, Б. П. Топерверг, ЖЭТФ **78**, 315 (1980).
10. Ф. С. Джепаров, ЖЭТФ **99**, 982 (1991).
11. P. Debye and A. M. J. Bueche, *J. Appl. Phys.* **20**, 518 (1949).
12. G. Porod, *Kolloid. Z.* **124**, 83 (1951).
13. S. V. Maleyev, R. V. Pomortsev, and Yu. N. Skryabin, *Phys. Rev. B* **50**, 7133 (1994).
14. Ю. Г. Абов, Н. О. Елютин, Д. С. Денисов и др., ПТЭ Вып. 6, 67 (1994).
15. Г. Глэттли, *Лекция на 26 Зимней школе ИТЭФ*, Москва (1998).
16. Э. З. Валиев, С. Г. Богданов, Ю. А. Дорофеев и др., ЖЭТФ **100**, 1000 (1991).
17. А. И. Окороков, В. В. Рунов, А. Д. Третьяков и др., ЖЭТФ **100**, 257 (1991).
18. А. В. Красников, Д. С. Денисов, Н. О. Елютин и др., ПТЭ Вып. 2, 82 (1991).