

**МНОГОСВЯЗНАЯ ФЕРМИ-СФЕРА И ФЕРМИОННАЯ КОНДЕНСАЦИЯ***М. В. Зверев\*, М. Балдо†**Российский научный центр «Курчатовский институт»  
123182, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 2 марта 1998 г.

Изучается структура основного состояния однородной ферми-жидкости за точкой неустойчивости фермиевского распределения квазичастиц по импульсам в методе эффективного функционала с сильным отталкивательным эффективным взаимодействием. Численное исследование начальной стадии перестройки основного состояния, проведенное для простого эффективного функционала, показало, что существует температура  $T_0$ , выше которой поведение системы такое же, как в теории фермионной конденсации, а при  $T < T_0$  сценарий перестройки основного состояния системы другой. При низких температурах возникает промежуточная структура с многосвязным распределением квазичастиц по импульсам. Обсуждается вопрос о переходе этой структуры с возрастанием константы связи в состояние с фермионным конденсатом.

**1. ВВЕДЕНИЕ**

Вопрос о применимости теории ферми-жидкости Ландау [1] к описанию свойств сильно коррелированных ферми-систем давно обсуждается в литературе. Для одномерных систем эта теория неприменима. Для них альтернативой квазичастичной картине служит основанная на модели [2] концепция латтинжеровской жидкости [3], в которой одночастичная функция Грина не содержит квазичастичного полюса. После открытия ВТСП-соединений, имеющих квазидвумерную структуру и обладающих свойствами, противоречащими теории Ландау, границы нефермижидкостного взгляда охватили также и двумерные сильно коррелированные ферми-системы [4, 5]. Однако недавно измеренные электронные спектры таких соединений [6–8], по-видимому, говорят о существовании одночастичного полюса у функции Грина электронов. В то же время в работах [9–12] обнаружались новые возможности квазичастичного подхода. Предсказанный в [11, 12] новый класс систем с фермионным конденсатом обладает богатым спектром свойств [12–15], среди которых и те, что были до этого прерогативой нефермижидкостной картины. Как было показано на различных моделях [12–14, 16], состояние с фермионным конденсатом возникает в результате перестройки основного состояния системы квазичастиц. Такая перестройка происходит, когда при изменении внешних параметров в квазичастичной системе с фермиевским импульсным распределением нарушается необходимое условие устойчивости. В настоящей работе мы рассмотрим модель однородной трехмерной ферми-жидкости, в которой при изменении параметров также происходит перестройка основного состояния системы квазичастиц, и исследуем сценарий начальной стадии перестройки.

\*E-mail: zverev@polyn.kiae.su

†Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, 95129 Catania, Italy.

## 2. ДВУСВЯЗНАЯ ФЕРМИ-СФЕРА И ФЕРМИОННЫЙ КОНДЕНСАТ. ЭФФЕКТИВНЫЙ КВАЗИЧАСТИЧНЫЙ ФУНКЦИОНАЛ

Начнем с того, что вспомним соотношение теории Ландау между квазичастичным распределением  $n_p(T)$  и квазичастичным спектром  $\varepsilon_p(T)$ :

$$n_p(T) = \left\{ 1 + \exp \frac{\varepsilon_p(T) - \mu(T)}{T} \right\}^{-1} \quad (1)$$

( $\mu(T)$  — химический потенциал), являющееся следствием вариационного уравнения  $\delta F / \delta n_p = 0$  ( $F$  — свободная энергия системы), в котором энтропия имеет обычное комбинаторное выражение [17]. Выражение (1), с одной стороны, есть просто ферми-евское распределение квазичастиц по энергиям. С другой стороны, это соотношение представляет собой уравнение для распределения квазичастиц в импульсном пространстве, поскольку квазичастичная энергия, будучи вариационной производной функционала энергии основного состояния  $E_0$  по квазичастичному распределению,  $\varepsilon_p(T) = \delta E_0 / \delta n_p(T)$ , сама является функционалом  $n_p(T)$ .

В теории Ландау постулируется, что в однородной и изотропной ферми-жидкости распределение квазичастиц в импульсном пространстве при  $T = 0$  имеет, как и в ферми-газе, вид заполненной ферми-сферы:  $n_F^{(0)}(p) = \theta(p_F - p)$  (граничный импульс  $p_F$  связан с плотностью системы  $\rho$  соотношением  $\rho = p_F^3 / 3\pi^2$ ). Низкотемпературное поведение квазичастичного спектра, отвечающее такому импульсному распределению квазичастиц, имеет вид [17]

$$\varepsilon_p(T) - \mu(T) = \xi(p) + O(T^2). \quad (2)$$

Функция  $\xi(p)$  монотонно возрастает в окрестности импульса Ферми, меняя знак при  $p = p_F$ . Ее наклон в этой точке — групповая скорость квазичастиц на ферми-поверхности,  $v_F = d\xi(p)/dp|_{p=p_F}$ , — определяется феноменологическим параметром теории ферми-жидкости — эффективной массой  $M^* = p_F / v_F$ .

В однородной сильно коррелированной ферми-системе импульсное распределение квазичастиц, минимизирующее при  $T = 0$  энергетический функционал  $E_0[n(p)]$ , конечно, не обязательно находится в угловой точке  $n_F^{(0)}(p)$  функционального пространства  $[n]$ . Например, в работах [9, 10] были построены эффективные функционалы  $E_0[n(p)]$ , которые при определенных значениях параметров достигают минимума на двусвязной ферми-сфере

$$n_F^{(1)}(p) = \theta(p_1 - p) - \theta(p_2 - p) + \theta(p_3 - p). \quad (3)$$

Совершенно другое квазичастичное основное состояние отвечает системе с фермионным конденсатом [11–14]. Чтобы не отсылать читателя к оригинальным работам, поясним кратко основную идею концепции фермионной конденсации. Однородная и изотропная система с фермионным конденсатом описывается особым решением уравнения (1), которому отвечает линейный по  $T$  участок спектра [11, 12],

$$\varepsilon_p(T) - \mu(T) = T\nu_0(p) + o(T), \quad p_i < p < p_f. \quad (4)$$

В этом низкотемпературном разложении в отличие от ферми-жидкостного выражения (2) нет слагаемого, не зависящего от  $T$ . Это означает, что при  $T = 0$  квазичастичный

спектр в интервале  $p_i < p < p_f$  имеет плато  $\varepsilon_p \equiv \mu$ . При  $T > 0$  наклон плато линейен по  $T$ , а его положение относительно химического потенциала  $\mu(T)$  определяется функцией  $\nu_0(p)$ , связанной с распределением квазичастиц в конденсате по импульсам при  $T = 0$ . Действительно, особое решение уравнения (1), которое легко получить, подставив формулу (4) в уравнение (1), имеет вид  $n_p(T) = n_0(p) + O(T)$ , где

$$n_0(p) = \left\{ 1 + \exp[\nu_0(p)] \right\}^{-1} \quad (p_i < p < p_f) \quad (5)$$

— импульсное распределение конденсатных квазичастиц при  $T = 0$ . За пределами конденсатной области  $n_0(p) = 1$  при  $p < p_i$  и  $n_0(p) = 0$  при  $p > p_f$  [11, 12]. Конкретная форма  $n_p(T)$  и  $\varepsilon_p(T)$  может быть найдена, если известна функциональная зависимость  $E_0[n_p(T)]$ . В работах [12–14, 16] был исследован ряд эффективных функционалов, для которых при константах связи, превышающих некоторое критическое значение, основное состояние системы с квазичастичным распределением  $n_p^{(0)}(p)$  становится неустойчивым, а минимум достигается на особых решениях, отвечающих состоянию с фермионным конденсатом. В настоящей работе мы покажем, что возможен сценарий перехода системы в состояние с фермионным конденсатом через промежуточную структуру, которой отвечает многосвязное распределение квазичастиц типа (3).

В этой работе мы будем изучать начальную стадию перестройки, а на этом этапе, как будет ясно из дальнейшего, все изменения импульсного распределения квазичастиц происходят лишь в относительно узком слое вблизи ферми-поверхности. Пренебрежем поэтому в формуле теории Ландау для вариации энергии системы третьим и более высокими порядками по вариации  $\delta n$ . На этом, как хорошо известно, основывается используемая во многих разделах теории многих тел (особенно широко — в ядерной теории) концепция эффективного функционала, основным ингредиентом которой служит феноменологическое эффективное взаимодействие. В русле этого подхода рассмотрим простой эффективный функционал энергии системы квазичастиц

$$E_0(T) = \int \frac{p^2}{2M} n_p(T) d\tau + \frac{1}{2} \int V(\mathbf{p} - \mathbf{p}') n_p(T) n_{p'}(T) d\tau d\tau' \quad (6)$$

с эффективным отталкивательным взаимодействием в виде

$$V(\mathbf{p} - \mathbf{p}') = \frac{V_0}{(\mathbf{p} - \mathbf{p}')^2 + \alpha^2}. \quad (7)$$

В формуле (6)  $d\tau$  означает интегрирование по  $\mathbf{p}/(2\pi)^3$  и вычисление шпура по спиновой переменной.

Квазичастичный спектр находится вычислением вариационной производной  $\delta E_0/\delta n_p(T)$ :

$$\varepsilon_p(T) = \frac{p^2}{2M} + \int V(\mathbf{p} - \mathbf{p}') n_{p'}(T) d\tau'. \quad (8)$$

Функциональная связь  $\varepsilon_p(T)$  с  $n_p(T)$  по формуле (8) вместе с уравнением (1) и нормировочным условием

$$\int n_p(T) d\tau = \rho \quad (9)$$

представляют систему для вычисления квазичастичного распределения  $n_p(T)$  и спектра  $\varepsilon_p(T)$ . В расчетах настоящей работы использовалось значение параметра  $\alpha = 0.07 p_F$  и изучалось поведение системы с изменением параметра  $V_0$  (для удобства будем всюду дальше пользоваться безразмерным параметром  $\gamma = MV_0/(4\pi^2 p_F)$ ).

Остановимся на некоторых аспектах численной схемы. Уравнение (6) вместе с формулой (1) представляет собой нелинейное интегральное уравнение для функции  $\varepsilon(p)$ . Это уравнение решалось на сетке с шагом  $h_p = 5 \cdot 10^{-5} p_F$ . Для численной свертки  $n(p)$  с эффективным взаимодействием  $V(p, p')$  использовался пятиточечный вариант квадратурной формулы Ньютона—Котеса с пятиточечным фильтром на выходе. Нелинейное уравнение решалось итерационным методом со схлопыванием. Точность найденного решения определялась его подстановкой в исходное уравнение. Допустимая погрешность (максимальная невязка между левой и правой частью) была принята равной  $10^{-8} \varepsilon_F$ . Из дальнейшего обсуждения результатов расчетов будет ясна важность столь точного вычисления спектра. Количество итераций, необходимое для достижения выбранной точности при параметре схлопывания  $w = 0.001$  (такая величина параметра оказалась оптимальной для устойчивости итерационной процедуры), составило примерно 30 тысяч. Отметим также, что результаты оказались не зависящими от того, из какой точки функционального пространства стартовала итерационная процедура (от места старта зависят траектории, по которым итерации достигают решения и, разумеется, устойчивость процедуры). Так, например, одно и то же решение для  $\gamma = 0.50$  при  $T = 10^{-7}$  получено дважды: один раз — стартуя с решения для  $\gamma = 0.50$  при  $T = 10^{-5}$ , второй — с решения для  $\gamma = 0.48$  при  $T = 10^{-7}$  (здесь и всюду дальше мы подразумеваем температуру  $T$  в единицах  $\varepsilon_F^0 = p_F^2/2M$ ).

### 3. УСТОЙЧИВОСТЬ ОДНОСВЯЗНОЙ И ДВУСВЯЗНОЙ ФЕРМИ-СФЕР. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Обсуждение результатов вычислений начнем с того, что выясним, при каком значении  $\gamma_c^{(0)}$  нарушается необходимое условие устойчивости основного состояния с квазичастичным распределением  $n_F^{(0)}(p)$  при  $T = 0$ . Это условие формулируется [11, 12] как условие неотрицательности вариации энергии  $E_0$  основного состояния при любых допустимых вариациях функции распределения  $n(p)$ :

$$\delta E_0 = \int [\varepsilon(p) - \mu] \delta n(p) dt. \quad (10)$$

Для распределения  $n_F^{(0)}(p)$  допустимые вариации имеют тот же знак, что и разность  $p - p_F$ . Поэтому, заменив в формуле (10) химический потенциал  $\mu$  энергией  $\varepsilon(p_F)$ , необходимое условие устойчивости  $n_F^{(0)}(p)$  можно переформулировать [11, 12] в форме требования положительности величины

$$s(p) = 2M \frac{\varepsilon(p) - \varepsilon(p_F)}{p^2 - p_F^2} \quad (11)$$

при всех значениях импульса  $p$ . Если функция  $s(p)$  впервые обращается в нуль вблизи  $p_F$ , то это равносильно появлению перегиба на кривой  $\varepsilon(p)$  в окрестности импульса Ферми. Производная  $d\varepsilon/dp$  для распределения  $n_F^{(0)}(p)$  легко вычисляется. Для эффективного взаимодействия (7) она будучи безразмерной имеет вид

$$\zeta^{(0)}(p) = \frac{M}{p_F} \frac{d\varepsilon}{dp} = \frac{p}{p_F} + \frac{\gamma p_F}{p} - \frac{\gamma(p^2 + p_F^2 + \alpha^2)}{4p^2} \ln \frac{(p + p_F)^2 + \alpha^2}{(p - p_F)^2 + \alpha^2}. \quad (12)$$

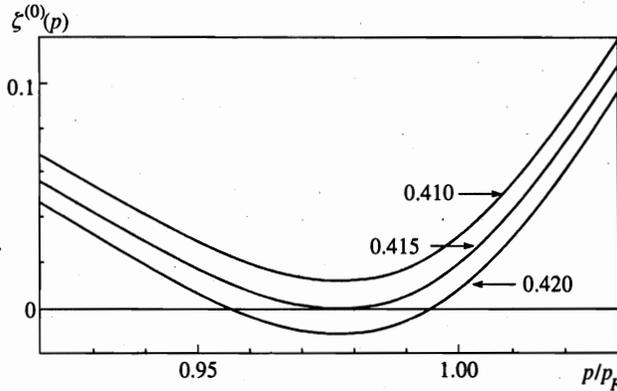


Рис. 1. Функция  $\zeta^{(0)}(p)$ , рассчитанная для  $\gamma = 0.410, 0.415$  и  $0.420$

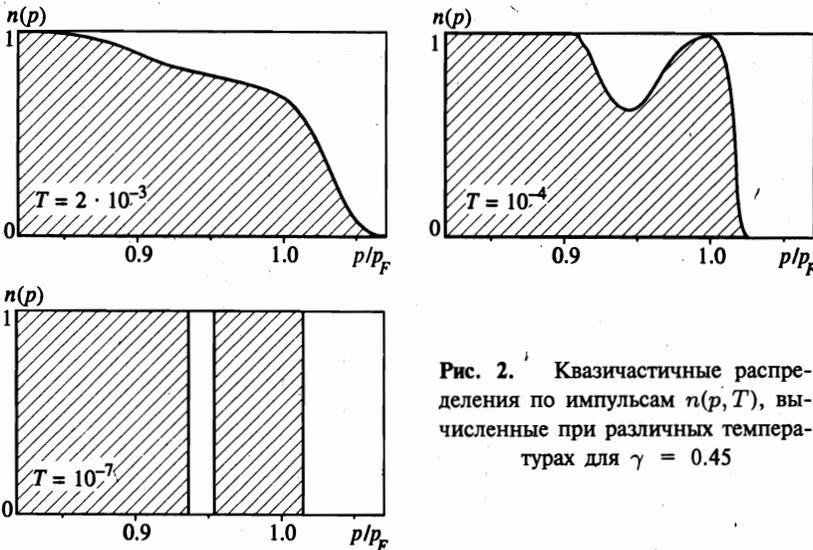


Рис. 2. Квазичастичные распределения по импульсам  $n(p, T)$ , вычисленные при различных температурах для  $\gamma = 0.45$

На рис. 1, где изображены кривые  $\zeta^{(0)}(p)$  для нескольких значений  $\gamma$ , видно, что касание прямой  $\zeta = 0$  происходит при  $\gamma = \gamma_c^{(0)} \simeq 0.415$  в точке  $p_c \simeq 0.97p_F$  (близость  $p_c$  к  $p_F$  оправдывает замену  $s(p)$  функцией  $\zeta^{(0)}(p)$ ). При  $\gamma > \gamma_c^{(0)}$  основное состояние с квазичастичным распределением  $n_F^{(0)}(p)$  становится неустойчивым, и происходит его перестройка.

Ответ на вопрос, как устроено основное состояние сразу за точкой перехода, дает рис. 2, на котором приведены результаты расчета  $n_p(T)$  для различных  $T$  при  $\gamma = 0.45$ . При  $T \sim 10^{-3}$  зависимость  $n_p(T)$  имеет форму импульсного распределения квазичастиц в системе с фермионным конденсатом (ниже мы подробнее остановимся на этом). При  $T < 10^{-3}$  в распределении  $n_p(T)$  появляется провал, который углубляется с понижением температуры, и при  $T = 10^{-7}$  оно уже практически неотлично от двусвязной ферми-сферы (3). Отвечающий такому распределению квазичастичный спектр  $\varepsilon_p(T)$ ,

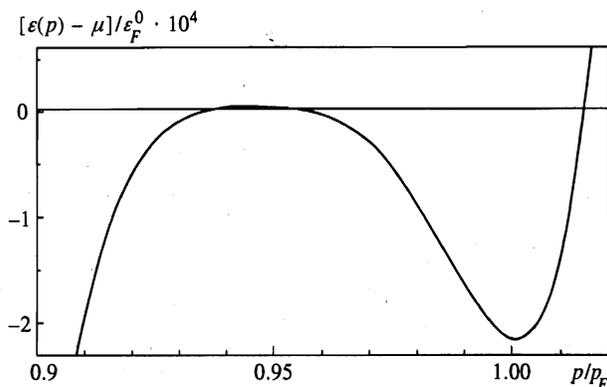


Рис. 3. Квазичастичный спектр  $[\varepsilon(p) - \mu]/\varepsilon_F^0$  для  $\gamma = 0.45$  при  $T = 10^{-7}$

рассчитанный при  $T = 10^{-7}$ , изображен на рис. 3. В отличие от спектра фермионного конденсата, который имеет вид плато, при  $T = 0$  «лежащего на химическом потенциале  $\mu$ » [11, 12] и имеющего небольшой наклон при  $T > 0$ , квазичастичный спектр двусвязной ферми-сферы оказывается равным  $\mu$  на границе  $p_1$  внутренней сферы и на границах  $p_2$  и  $p_3$  сферического слоя. На участке  $p_1 < p < p_3$  отклонение  $\varepsilon_p(T)$  от  $\mu$  в точке минимума спектра достигает величины  $2 \cdot 10^{-4} \varepsilon_F$ , а в точке максимума —  $2 \cdot 10^{-6} \varepsilon_F$ . Хотя последнее число очень мало, напомним, что оно более чем на два порядка превышает точность вычисления спектра.

На рис. 4 показано поведение двусвязной ферми-сферы с увеличением константы связи  $\gamma$ . Возникающий за точкой перехода сферический слой имеет сразу конечную толщину, но просвет между ним и внутренней заполненной сферой зарождается ничтожно малым. С увеличением  $\gamma$  внешний слой утолщается и удаляется от внутренней сферы. Что происходит с таким решением при дальнейшем росте  $\gamma$ ? Чтобы понять это, выясним устойчивость такой расслоенной ферми-сферы. Вычислим для этого функцию  $\zeta^{(1)}(p)$  для импульсного распределения в форме (3) и посмотрим, где и когда происходит критическая смена знака этой функции. Элементарное вычисление дает

$$\zeta^{(1)}(p) = \frac{M}{p_F} \frac{d\varepsilon}{dp} = \frac{p}{p_F} + \sum_{i=1}^3 (-1)^{i-1} \left\{ \frac{\gamma p_i}{p} - \frac{\gamma(p^2 + p_i^2 + \alpha^2)}{4p^2} \ln \frac{(p + p_i)^2 + \alpha^2}{(p - p_i)^2 + \alpha^2} \right\}. \quad (13)$$

Функция  $\zeta^{(1)}(p)$ , вычисленная для разных значений  $\gamma$ , изображена на рис. 4. В этом расчете в качестве граничных импульсов  $p_1, p_2, p_3$  были взяты точки максимума абсолютного значения производной  $dn/dp$  при  $T = 10^{-7}$ . Легко сообразить, что в интервале  $\gamma_c^{(0)} < \gamma < \gamma_c^{(1)} \approx 0.452$  две точки смены знака  $\zeta^{(1)}(p)$  расположены таким образом, что отвечающие им локальные минимум и максимум  $\varepsilon(p)$  лежат в областях, где значение  $n(p)$  равно соответственно нулю и единице, т. е. знак разности  $\varepsilon(p) - \mu$  совпадает со знаком допустимых принципом Паули вариаций  $\delta n(p)$  и распределение удовлетворяет необходимому условию устойчивости. Но при  $\gamma > \gamma_c^{(1)}$  дело, как видно на рис. 4, обстоит уже иначе. При таком поведении функции  $\zeta^{(1)}(p)$  существуют области, где  $\varepsilon(p) - \mu > 0$ , но  $n(p) = 1$ . Это означает, что в системе нарушено необходимое условие устойчивости, поскольку существуют вариации  $\delta n(p)$ , уменьшающие энергию основного состояния.

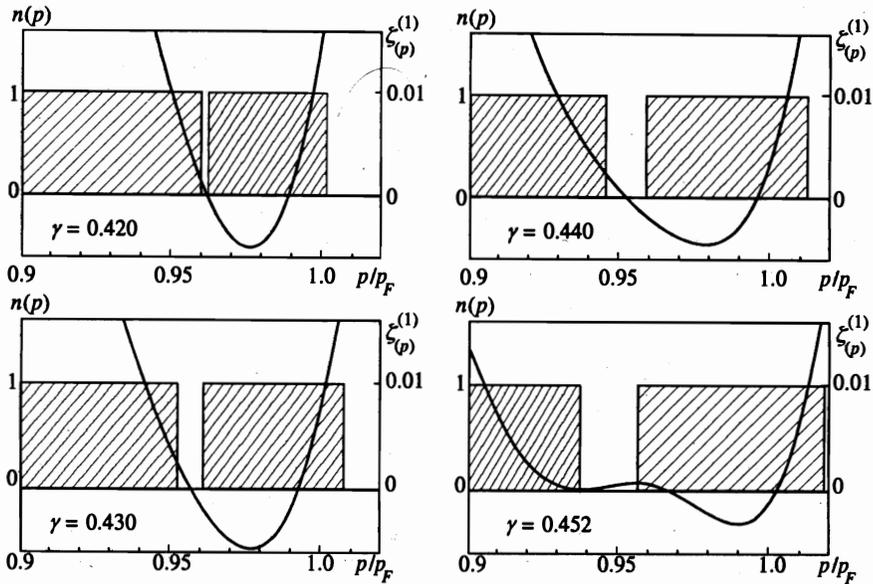


Рис. 4. Квазичастичные распределения по импульсам  $n(p)$  и функция  $\zeta^{(1)}(p)$ , вычисленные при разных значениях параметра  $\gamma$

Это приводит к тому, что при  $\gamma = \gamma_c^{(1)}$  происходит новая перестройка основного состояния системы квазичастиц. На рис. 5 показано, как устроено квазичастичное распределение за второй точкой  $\gamma_c^{(1)}$  перестройки на примере расчета для  $\gamma = 0.46$  при разных  $T$ . Расчет показывает, что при этом значении константы связи уже произошло новое расслоение двусвязной ферми-сферы, и при  $T = 10^{-7}$  квазичастичное распределение  $n(p)$  близко к трехсвязной ферми-сфере:

$$n_F^{(2)}(p) = \theta(p_1 - p) - \theta(p_2 - p) + \theta(p_3 - p) - \theta(p_4 - p) + \theta(p_5 - p). \quad (14)$$

Сценарий расслоения с увеличением параметра  $\gamma$  не останавливается на трехсвязной ферми-сфере. Так, при  $\gamma = 0.50$  изображенное на рис. 6 распределение  $n_p(T)$  представляет собой при низких температурах  $T$  внутреннюю заполненную малую сферу радиусом  $\sim 0.85 p_F$ , окруженную четырьмя сферическими заполненными слоями толщиной  $\sim (0.3-0.4) p_F$ , которые разделены сферическими пустыми слоями толщиной  $\sim (0.1-0.2) p_F$ . Квазичастичный спектр, отвечающий таким распределениям, изображен на рис. 7. При  $T = 10^{-7}$  спектр пересекает химический потенциал девять раз — на границе внутренней сферы и на границах сферических слоев.

#### 4. МНОГОСВЯЗНАЯ ФЕРМИ-СФЕРА КАК ПРОМЕЖУТОЧНАЯ СТРУКТУРА НА ПУТИ К ФЕРМИОННОМУ КОНДЕНСАТУ

Итак, за точкой перехода  $\gamma_c^{(0)}$  сценарий перестройки основного состояния системы квазичастиц при низких температурах  $T < 10^{-3}$  представляет собой последовательность перестроек, происходящих с увеличением константы связи  $\gamma$ , в результате каждой из

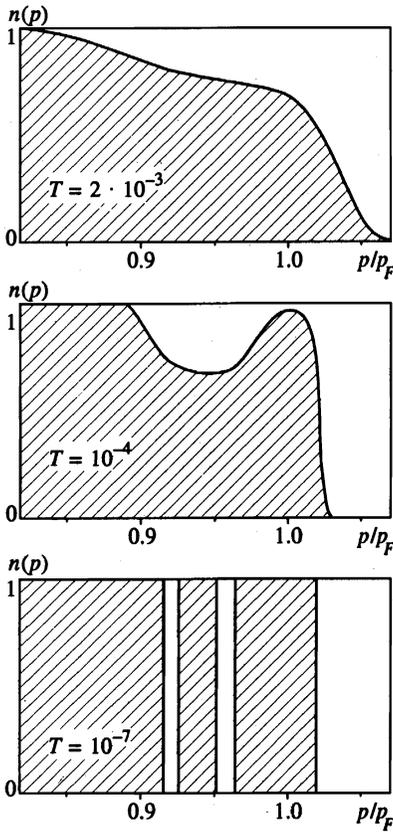


Рис. 5

Рис. 5. То же, что на рис. 2, для  $\gamma = 0.46$

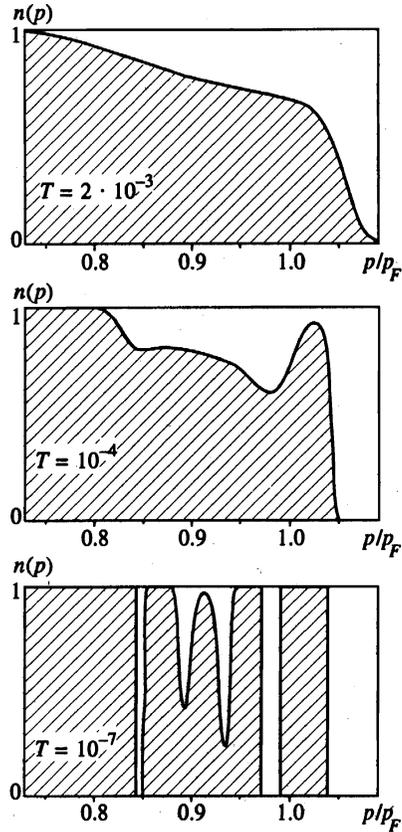


Рис. 6

Рис. 6. То же, что на рис. 2, для  $\gamma = 0.50$

которых возникает новый сферический слой в импульсном пространстве. Чем отличается система с многосвязным импульсным распределением квазичастиц от системы с фермионным конденсатом и что у них общего? Вспомним основные черты состояния с фермионным конденсатом и сценария перестройки, отвечающего возникновению такого состояния. Отметим в первую очередь плато в квазичастичном спектре  $\varepsilon_p(T)$ , лежащее при  $T = 0$  в соответствии с формулой (4) на химическом потенциале  $\mu$  и наклоняющееся с возрастанием температуры. Совсем не так ведет себя спектр  $\varepsilon_p(T)$  для многосвязной ферми-сферы. При самой низкой в расчетах температуре  $T = 10^{-7}$  спектр оказывается равным химическому потенциалу только в граничных точках сферических слоев многосвязного импульсного распределения. Таким образом, у состояния с многосвязной ферми-сферой нет макроскопического вырождения, как в системе с фермионным конденсатом. В то же время есть особенности в плотности состояний, связанные с существованием максимумов и минимумов функции  $\varepsilon(p)$ . Эти особен-

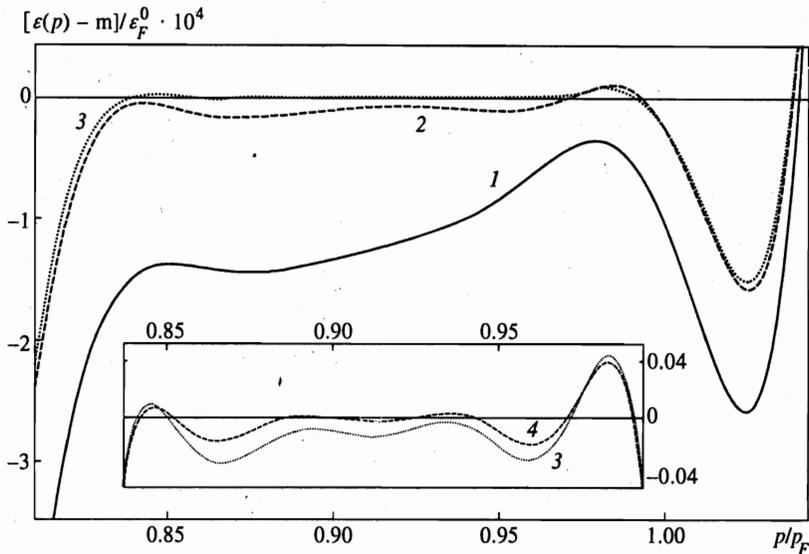


Рис. 7. Квазичастичные спектры  $[\epsilon(p, T) - \mu] / \epsilon_F^0$ , рассчитанные для  $\gamma = 0.50$  при  $T = 10^{-4}$  (кривая 1),  $T = 10^{-5}$  (2),  $T = 10^{-6}$  (3),  $T = 10^{-7}$  (4)

сти постепенно исчезают с ростом  $T$  вплоть до температуры  $T_0 \sim 10^{-3}$ , при которой сглаживается последний изгиб спектра. При  $T > T_0$  разность  $\epsilon_p(T) - \mu(T)$  становится линейной по температуре, как в системах с фермионным конденсатом.

Другая особенность систем с фермионным конденсатом — это распределение  $n_p(T)$ , которое дается при  $T = 0$  выражением (5). В области, занятой фермионным конденсатом,  $0 < n_p(T) < 1$ , что отвечает ненулевому значению его энтропии при  $T = 0$ . Противоречие с теоремой Нернста исчезает при включении корреляций (например, сверхтекучих), которые благодаря вырождению немедленно перестраивают основное состояние и делают энтропию нулевой при  $T = 0$ . Энтропия состояния с многосвязной ферми-сферой равна нулю при  $T = 0$ , поскольку  $n(p)$  принимает значения только 0 и 1. С ростом  $T$  многосвязное распределение быстро меняется — границы слоев размываются, и слои сливаются, переходя при  $T \sim T_0$  в плавно убывающую зависимость, близкую к импульсному распределению системы с фермионным конденсатом. Вместе с быстрым изменением  $n_p(T)$  быстро растет с повышением температуры и энтропия системы. Расчеты показывают, что при  $T = T_0$  энтропия системы с многосвязной ферми-сферой достигает величины  $S_0 \sim \Omega_0 / \Omega$ , равной отношению фазового объема области многослойного импульсного распределения  $\Omega_0$  к фазовому объему всей системы  $\Omega$ . Именно такое значение энтропии было бы характерно при  $T \sim T_0$  для системы с фермионным конденсатом, занимающим фазовый объем  $\Omega_0$ . При  $T > T_0$  энтропия становится, как в системах с фермионным конденсатом [12, 16], линейной по  $T$ .

Все эти любопытные закономерности в поведении импульсного распределения, энтропии, квазичастичного спектра и плотности состояний системы с квазичастичным импульсным распределением в виде многосвязной ферми-сферы заслуживают отдельного детального рассмотрения.

Сценарий перестройки с образованием состояния с фермионным конденсатом ха-

характеризуется одним критическим значением константы связи  $\gamma_c$ , при достижении которого в системе возникает фермионный конденсат. При дальнейшем росте  $\gamma$  фазовый объем фермионного конденсата увеличивается, но качественных изменений в системе больше не происходит — увеличение константы связи приводит лишь к увеличению относительного фазового объема фермионного конденсата, сами же импульсные распределения и квазичастичные спектры принципиально похожи [11, 12]. Сценарий перестройки, найденный в расчетах настоящей работы, различен для разных областей температур. При  $T = 0$  он характеризуется последовательностью значений  $\gamma_c^{(i)}$ , после достижения каждого из которых возникают состояния с более высокой связностью импульсного распределения. Число таких критических значений уменьшается с возрастанием  $T$ , и при  $T > T_0$  выживает только  $\gamma_c^{(0)}$ . Это означает, что в данной модели сценарий перестройки с образованием многосвязной ферми-сферы с увеличением температуры постепенно переходит в сценарий фермионной конденсации.

К сожалению, необходимое для вычисления спектров компьютерное время быстро возрастает с увеличением фазового объема  $\Omega_0$ , занятого всеми сферическими слоями. Поэтому в настоящей работе нам удалось провести расчеты только для констант  $\gamma < 0.5$ , отвечающих начальному этапу перестройки. Что происходит с системой при дальнейшем увеличении  $\gamma$ ? Чтобы понять это, попробуем использовать механическую аналогию, трактуя импульс  $p$  как пространственную координату  $r$  [11, 12]. Тогда задачу минимизации функционала энергии основного состояния (6) при  $T = 0$  можно интерпретировать на языке механической аналогии как поиск равновесного пространственного распределения  $\nu(r)$  частиц, движущихся во внешнем гармоническом поле  $U(r) = kr^2/2$  с жесткостью  $k = 1/M$  и взаимодействующих друг с другом силами (7), причем число частиц фиксируется нормировочным условием (9). До тех пор пока решение  $\nu(r)$  механической задачи превышает  $2/(2\pi)^3$  хотя бы в одной точке, оно не может быть принято в качестве решения  $n(p)$ , поскольку тогда последнее противоречило бы принципу Паули. С усилением отталкивания между частицами рассматриваемая механическая система, очевидно, расширяется и становится поэтому более разреженной. И как только распределение  $\nu(r)$  станет везде меньше  $2/(2\pi)^3$ , оно сразу станет отвечать решению  $n(p)$  исходной задачи. Естественно ожидать, что в механической задаче распределение  $\nu(r)$  должно быть гладким и монотонным, поэтому соответствующее решение  $n(p)$  есть не что иное, как особое решение, отвечающее фермионной конденсации. Таким образом, обнаруженная в расчетах настоящей работы структура с многосвязным распределением квазичастиц по импульсам, по-видимому, является промежуточной на пути к фермионной конденсации. Переход от фазы многосвязного распределения к фазе с фермионным конденсатом, происходящий с увеличением константы связи, требует отдельного изучения.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение повторим, что изучалась структура основного состояния однородной ферми-жидкости в методе эффективного функционала с сильным отталкивательным взаимодействием, характеризующимся двумя параметрами: радиусом в импульсном пространстве  $\alpha$  и константой связи  $\gamma$ . Численное исследование этого функционала показало, что при фиксированном значении параметра  $\alpha$  существует критическое значение константы  $\gamma_c^{(0)}$ , за которым основное состояние с фермиевским распределе-

нием квазичастиц становится неустойчивым и происходит его перестройка. Сценарии начального этапа перестройки с увеличением  $\gamma$  оказались разными для разных областей температур. При  $T = 0$  существует ряд критических констант  $\gamma_c^{(i)}$ , отвечающий последовательности переходов, в результате каждого из которых возникает новый сферический слой импульсного распределения квазичастиц  $n(p)$ . Квазичастичный спектр  $\varepsilon(p)$ , отвечающий такому многослойному распределению, в отличие от спектра систем с фермионным конденсатом, не имеет плато в конечной области импульсного пространства, а равен химическому потенциалу на сферах, ограничивающих заполненные слои. Основное состояние с многосвязным распределением не обладает макроскопическим вырождением, и энтропия этого состояния не равна нулю при нулевой температуре. С ростом температуры границы слоев быстро размываются, и при  $T \sim T_0 \approx 2 \cdot 10^{-3}$  уже не остается никаких воспоминаний о критических константах  $\gamma_c^{(i)}$ , за исключением единственной —  $\gamma_c^{(0)}$ . При  $T > T_0$  сценарий перестройки представляет собой сценарий фермионной конденсации. Качественный анализ показал, что найденная структура с многосвязным импульсным распределением квазичастиц является промежуточной и с увеличением константы связи она должна уступить место фермионному конденсату.

Авторы благодарны В. А. Ходелю за постоянный интерес к работе и многочисленные стимулирующие дискуссии, а также С. А. Артамонову, А. Э. Булатову, Э. Е. Саперштейну, С. В. Толоконникову и В. Р. Шагиняну за полезное обсуждение затронутых в статье вопросов.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-02-19292). Один из авторов (М. В. З.) благодарит за гостеприимство отделение Национального института ядерной физики (Катания, Италия), где была выполнена основная часть работы.

## Литература

1. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ 30, 1058 (1956); 35, 97 (1958).
2. J. M. Luttinger, J. Math. Phys. 4, 1154 (1963). D. C. Mattis and E. H. Lieb, J. Math. Phys. 6, 304 (1965).
3. F. D. M. Haldane, J. Phys. C 14, 2585 (1981).
4. P. W. Anderson, Phys. Rev. Lett. 64, 1839 (1990); 65, 2306 (1990).
5. C. M. Varma, P. B. Littlewood, S. Schmitt-Rink et al., Phys. Rev. Lett. 63, 1996 (1989).
6. Z.-X. Shen and D. S. Dessau, Phys. Rep. 253, 1 (1995).
7. T. Yokoya, A. Chainani, T. Takahashi et al., Phys. Rev. Lett. 76, 3009 (1996).
8. D. H. Lu, M. Schmidt, T. R. Cummins et al., Phys. Rev. Lett. 76, 4845 (1996).
9. M. de Llano and J. P. Vary, Phys. Rev. C 19, 1083 (1979).
10. M. de Llano, A. Plastino, and J. G. Zabolitsky, Phys. Rev. C 20, 2418 (1979).
11. В. А. Ходель, В. Р. Шагинян, Письма в ЖЭТФ 51, 553 (1990).
12. V. A. Khodel, V. R. Shaginyan, and V. V. Khodel, Phys. Rep. 249, 1 (1994).
13. V. A. Khodel, J. W. Clark, and V. R. Shaginyan, Solid State Commun. 96, 353 (1995).
14. В. А. Ходель, В. Р. Шагинян, П. Шук, Письма в ЖЭТФ 63, 719 (1996).
15. М. В. Зверев, В. А. Ходель, В. Р. Шагинян, М. Балдо, Письма в ЖЭТФ 65, 863 (1997).
16. P. Nozières, J. Phys. I 2, 443 (1992).
17. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике, Физматгиз, Москва (1962).