

ОПТИЧЕСКИЕ ПЕРЕХОДЫ И ЦИКЛОТРОННЫЙ РЕЗОНАНС НА УРОВНЯХ ЛАНДАУ, РАСЩЕПЛЕННЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

В. Я. Демиховский*, А. А. Перов†

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
603600, Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 23 марта 1998 г.

Исследована структура электронного спектра и найдены правила отбора для переходов между магнитными подзонами в поверхностной $2D$ -сверхрешетке квантовых точек, помещенной в перпендикулярное магнитное поле. Рассчитаны вероятности и определена форма линий поглощения для разрешенных и запрещенных прямых дипольных переходов между подзонами, отщепившимися от различных уровней Ландау.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование квантовых состояний блоховского электрона в магнитном поле в течение нескольких десятилетий привлекает внимание теоретиков [1–5] и экспериментаторов [6–8]. Однако до настоящего времени экспериментально не наблюдались эффекты, подтверждающие существование расщепленной структуры уровней Ландау. Это связано с тем, что для наблюдения подобных эффектов в реальных кристаллах необходимы недостижимые пока магнитные поля порядка 1000 Тл. В то же время магнитные подзоны блоховских электронов могли бы наблюдаться в искусственных кристаллах — поверхностных $2D$ -сверхрешетках, помещенных в перпендикулярное магнитное поле. В последнее десятилетие достигнут прогресс в создании таких полупроводниковых структур [9] с длиной свободного пробега, существенно превышающей период потенциала. Недавно были предприняты первые попытки наблюдения спектров типа «бабочек» Ховштадтера [4] в $2D$ -сверхрешетках по результатам измерения магнито-сопротивления [10]. Другая возможность экспериментального наблюдения структуры спектра состоит в исследовании магнитооптики таких структур. Настоящая работа посвящена аналитическому и численному исследованию поглощения электромагнитного излучения в решетках квантовых точек, находящихся в магнитном поле.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ. МЕТОД РАСЧЕТА

В рамках предлагаемой модели гамильтониан электрона в периодическом $2D$ -потенциале, в постоянном магнитном поле и в поле электромагнитной волны имеет вид

*E-mail: demi@phys.unn.runnet.ru

†E-mail: perov@phys.unn.runnet.ru

$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int}$. В качестве невозмущенного гамильтониана выбран гамильтониан электрона в перпендикулярном магнитном поле и в поле периодического потенциала

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m^*} \left(\hat{\mathbf{p}} + \frac{|e|\mathbf{A}_0}{c} \right)^2 + V(x, y), \quad (1)$$

где функция $V(x, y) = V_0 \cos^2(\pi x/a) \cos^2(\pi y/a)$ моделирует периодический потенциал квадратной решетки квантовых точек, $\mathbf{A}_0 = H(0, x, 0)$ — векторный потенциал постоянного магнитного поля, m^* — эффективная масса электрона. Собственная функция гамильтониана (1), удовлетворяющая обобщенным условиям Блоха в магнитном поле

$$\psi_{\mathbf{k}}(x, y) = \psi_{\mathbf{k}}(x + qa, y + a) \exp(-ik_x qa) \exp(-ik_y a) \exp(-2\pi i p y/a), \quad (2)$$

представляется в виде ряда по осцилляторным функциям $\varphi_N(x)$ вдоль направления x и плоским волнам в направлении y [11–13]:

$$\begin{aligned} \psi_{\mathbf{k}}^{N_0, n_0}(x, y) = & \sum_{N=0}^{\infty} \sum_{n=1}^p C_{Nn}^{N_0, n_0}(\mathbf{k}) \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \varphi_N \left(\frac{x - x_0 - jqa - nqa/p}{l_H} \right) \times \\ & \times \exp \left(ik_x \left[jqa + \frac{nqa}{p} \right] \right) \exp \left(2\pi i y \frac{jp + n}{a} \right) \exp(ik_y y). \end{aligned} \quad (3)$$

Квантовые числа N_0, n_0 определяют магнитную подзону: $n_0 = 1, p$ — номер подзоны, отщепившейся от N_0 -го уровня Ландау. Параметр $p/q = |e|H a^2 / 2\pi \hbar c$ (p и q — целые числа) равен числу квантов магнитного потока через элементарную ячейку решетки площадью a^2 , $l_H = \sqrt{c\hbar/|e|H}$ — магнитная длина. Численный метод расчета этих функций предложен авторами в работах [11–13]. Для отыскания спектра и волновых функций гамильтониан \hat{H}_0 записывался в представлении симметризованных функций, стоящих при коэффициентах $C_{Nn}^{N_0, n_0}(\mathbf{k})$ в выражении (3). Собственные значения $E_{N_0, n_0}(\mathbf{k})$ и собственные функции $C_{Nn}^{N_0, n_0}(\mathbf{k})$ гамильтониана (1) в этом представлении находились путем диагонализации его матрицы.

Воздействие на систему электромагнитной волны, распространяющейся вдоль вектора \mathbf{H} и линейно поляризованной вдоль оси x , учитывается по теории возмущений. Гамильтониан возмущения есть

$$\hat{H}_{int} = -i \frac{|e|\hbar}{m^*c} A_1 \exp(-i\omega t) \frac{\partial}{\partial x}. \quad (4)$$

В выражении (4) величина A_1 — векторный потенциал поля электромагнитной волны.

Число фотонов, поглощенных в единицу времени единицей площади поверхности, равно

$$\alpha = \frac{2\pi}{\hbar\Phi} \int |P_{\mathbf{k}\mathbf{k}}^{i \rightarrow f}|^2 \delta [E_f(\mathbf{k}) - E_i(\mathbf{k}) - \hbar\omega] \frac{2}{(2\pi)^2} d^2k, \quad (5)$$

где Φ — плотность потока фотонов. Здесь предполагается, что волновые векторы электрона в начальном и конечном состояниях совпадают, т. е. речь идет о прямых межзонных переходах. Интегрирование в (5) проводится по всем заполненным начальным состояниям.

Из (3) и (4) следует, что матричный элемент прямого дипольного перехода имеет вид

$$P_{\mathbf{k}\mathbf{k}}^{i \rightarrow f} = A_1 \frac{|e|}{qam^*c} \sum_{N,M=0}^{\infty} \sum_{n,s=1}^p C_{Ms}^{f*}(\mathbf{k}) C_{Nn}^i(\mathbf{k}) \times \\ \times \sum_j \int_{-qa/2}^{qa/2} \varphi_M \left[\frac{x - x_0 - jqa - nqa/p}{l_H} \right] \hat{p}_x \varphi_N \left[\frac{x - x_0 - jqa - nqa/p}{l_H} \right] dx. \quad (6)$$

В сильных магнитных полях, когда выполнены неравенства $qa \gg \sqrt{N}l_H$, $\sqrt{M}l_H$; $V_0 \ll \hbar\omega_c$, осцилляторные функции для всех эффективных N и M в (6) сильно локализованы на магнитной элементарной ячейке. Поэтому вклад слагаемых с большими j в интеграл (6) будет экспоненциально малым. Ограничиваясь слагаемым с $j = 0$ и расширяя пределы интегрирования по x до бесконечности, получим

$$P_{\mathbf{k}\mathbf{k}}^{i \rightarrow f} = -i \frac{|e|\hbar A_1}{qam^*cl_H\sqrt{2}} \sum_{N=0}^{\infty} \sum_{n,s=1}^p \left[C_{N-1,s}^{f*}(\mathbf{k}) C_{Nn}^i(\mathbf{k}) \sqrt{N} - C_{N+1,s}^{f*}(\mathbf{k}) C_{Nn}^i(\mathbf{k}) \sqrt{N+1} \right]. \quad (7)$$

Здесь i и f задаются набором двух квантовых чисел, определяющих номер магнитной подзоны Ландау.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Обсудим, прежде всего, рассчитанную структуру электронного спектра. Все параметры периодического потенциала и величины магнитных полей приведены в подписях к рисункам. На рис. 1а показаны уровни энергии при $\mathbf{k} = 0$, соответствующие краям магнитных подзон. По вертикальной оси отложено число квантов магнитного потока через элементарную ячейку при $p/q \geq 2$. Видно, что в этой области магнитных полей уровни имеют тенденцию сгущаться к невозмущенным уровням Ландау. В области $p/q < 2$ (не показанной на рисунке) магнитные подзоны Ландау не образуются и возникают спектры типа «бабочки» Ховштадтера [4]. Можно заметить, что общая ширина расщепившихся уровней Ландау убывает с ростом номера N . На рис. 1б в увеличенном масштабе показан спектр магнитных подзон, отщепившихся от нулевого ($N = 0$) уровня Ландау, причем число квантов магнитного потока здесь изменяется на единицу: $p/q = 15/1; 61/4; 31/2; 63/4; 16/1$. Волновой вектор электрона в каждой подзоне лежит в пределах первой магнитной зоны Бриллюэна: $-\pi/qa \leq k_x \leq \pi/qa$; $-\pi/a < k_y < \pi/a$. Можно видеть, что при $p/q = 15/1$ и $16/1$ образовалось p не перекрывающихся магнитных подзон. Такие же подзоны образуются под каждым уровнем Ландау. В интервале между целочисленными значениями p/q число подзон резко меняется в зависимости от величины магнитного поля. Каждая подзона, существовавшая при целочисленном значении p/q , расщепляется на ряд подзон, так что их общее число под каждым уровнем Ландау равно p . На рис. 1б узкие подзоны при $p/q = 61/4; 31/2; 63/4$ неразличимы.

Рисунок 2 иллюстрирует распределение ширин подзон Ландау при $p/q = 15/1$. Видно, что ширина подзон, расположенных под одним уровнем Ландау, может различаться на несколько порядков. Наибольшую ширину имеют подзоны, расположенные вблизи

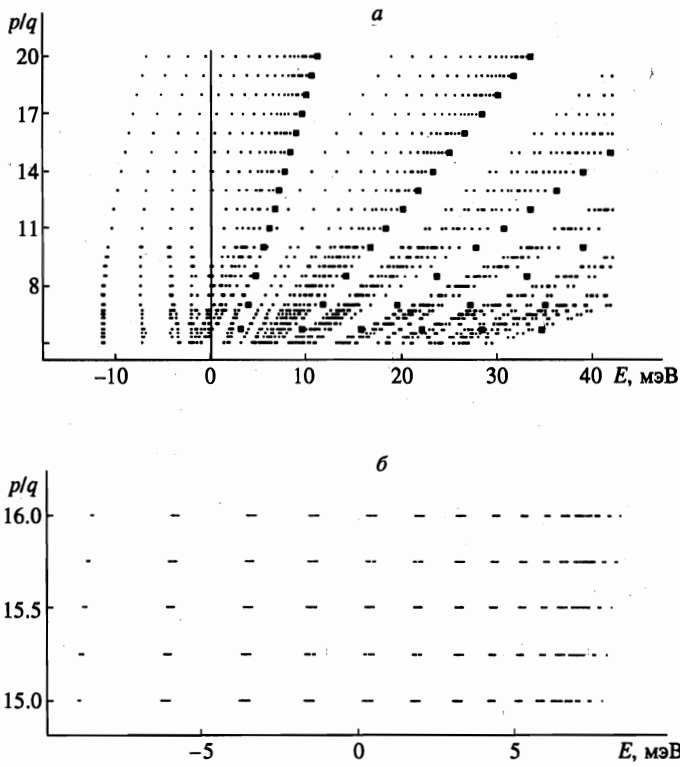


Рис. 1. Энергетический спектр решетки квантовых точек (Al,Ga)As ($a = 80$ нм; $V_0 = -20$ мэВ) в магнитном поле при $\mathbf{k} = 0$. Положение уровней Ландау показано жирными точками — a ; структура магнитных подзон Ландау $(0, n)$ при $p/q = 15/1; 61/4; 31/2; 63/4; 16/1$ — b

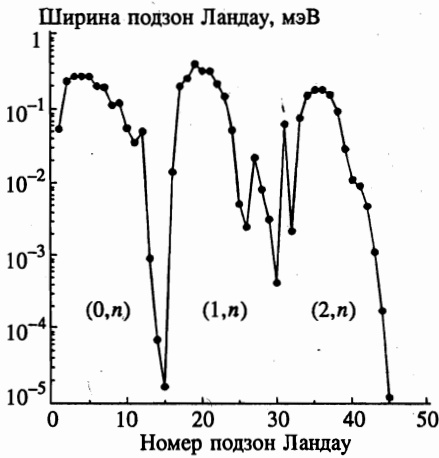


Рис. 2. Ширина подзон Ландау (N, n) для $N = 0, 1, 2$ ($n = 1, p$) при $p/q = 15/1$, $a = 80$ нм; $V_0 = -20$ мэВ

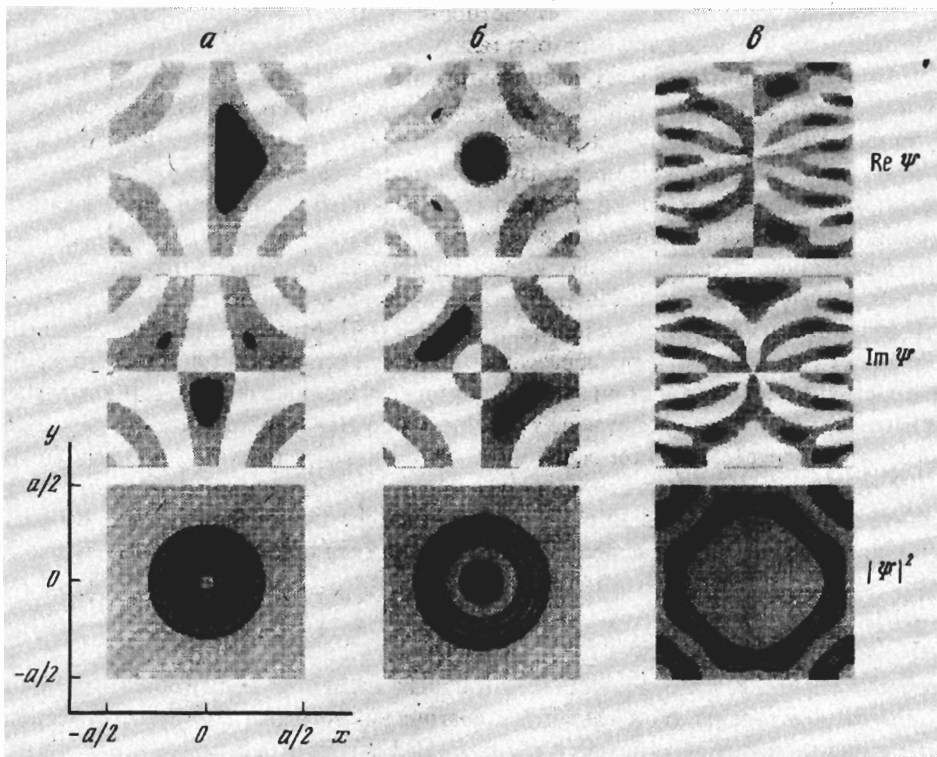


Рис. 3. Распределение в пространстве действительной, мнимой частей ψ -функции, а также электронной плотности $|\psi|^2$ при $\mathbf{k} = 0$ в состояниях: *a* — (1, 1); *б* — (1, 2); *в* — (1, 11). Магнитное поле соответствует числу квантов магнитного потока $p/q = 15/1$. Параметры сверхрешетки: $a = 80$ нм; $V_0 = -20$ мэВ. Волновые функции состояний (1, 1) и (1, 11) преобразуются по представлению B , а (1, 2) — по представлению A группы C_2 . Распределение электронной плотности имеет симметрию группы C_{4v}

центра расщепленного уровня Ландау (см. также рис. 1б). По-видимому, края этих подзон могут быть разрешены экспериментально в спектрах поглощения. Ширины подзон, расположенных по краям области расщепленного уровня Ландау, экспоненциально малы; они будут наблюдаться как дискретные уровни.

Рисунок 3 дает представление о распределении в пространстве реальных и мнимых частей электронных волновых функций, а также электронной плотности для состояний $(N_0, n_0) = (1, 1)$; (1, 2) и (1, 11) при $\mathbf{k} = 0$. Расчеты проведены в магнитном поле, соответствующем $p/q = 15/1$. Темным цветом показаны области наибольших значений функций. Отложены только положительные значения действительных и мнимых частей ψ -функций.

Определенная нами зонная структура и волновые функции позволяют сделать заключение о характере оптического поглощения в рассматриваемой системе. Теорети-

ко-групповой анализ устанавливает правила отбора для переходов в произвольной точке магнитной зоны Бриллюэна. В частности, при $\mathbf{k} = 0$ в дипольном приближении разрешенными оказываются переходы между состояниями, преобразующимися по различным неприводимым представлениям группы симметрии гамильтониана C_2 : симметричному A и антисимметричному B . Если начальное состояние i преобразуется по представлению $A(B)$, то переход разрешен во все конечные состояния $f = i + [2j + 1]$ (j — целое число), которые преобразуются по представлению $B(A)$. Численные расчеты матричных элементов подтверждают это правило. В точках зоны Бриллюэна с более низкой симметрией разрешены все переходы.

Вероятность перехода из различных подзон, отщепившихся от одного и того же уровня Ландау, может существенно различаться по величине. Так, она будет велика для переходов из состояний в центре подзон ($\mathbf{k} = 0$), отщепившихся от уровня Ландау с четным (нечетным) N и преобразующихся по представлению $A(B)$. Если же начальное состояние при $\mathbf{k} = 0$ принадлежит подзоне, отщепившейся от четного (нечетного) уровня Ландау, и преобразуется по представлению $B(A)$, то вероятность переходов становится относительно малой величиной. Это связано с тем, что волновая функция в подзоне (N_0, n_0) строится в основном из осцилляторных функций N_0 -го уровня. Можно показать, что примесь соседних невозмущенных состояний Ландау $N_0 \pm 1$ в волновых функциях подзон N_0 -го расщепившегося уровня пропорциональна малому параметру

$$\beta = \frac{V_0}{\hbar\omega_c} \frac{2\pi l_H}{a},$$

который определяется отношением матричных элементов недиагонального блока матрицы гамильтониана \hat{H}_0 к элементам диагонального блока. (Структура матрицы гамильтониана подробно описана в работах [11, 12].) Если параметр $\beta \approx 1$, то примесь соседних состояний Ландау окажется существенной и вероятности переходов из любого начального состояния будут одного порядка. Тот же параметр β определяет малость переходов между состояниями внутри одного расщепленного уровня Ландау по сравнению с переходами на соседние расщепленные подуровни.

Вычисление вероятности поглощения на магнитных подзонах проводилось по формуле (5). В магнитном поле, соответствующем числу квантов магнитного потока $p/q = 15/1$, для указанных параметров сверхрешетки $a = 9.71l_H$, что позволяет воспользоваться выражением (7) для расчета матричного элемента перехода.

Для того чтобы наглядно представить структуру спектра поглощения, мы рассчитали $\alpha(\nu)$ в случае, когда заполнены только состояния низшей подзоны Ландау $(0, 1)$ вблизи $\mathbf{k} = 0$. Соответствующий спектр поглощения представлен на рис. 4. Показаны линии поглощения, связанные с переходами в состояния подзон $(0, n)$ — область низких частот, и $(1, n)$ — область высоких частот. Наиболее интенсивными оказываются переходы в состояния подзон $(1, n)$; вероятность перехода в состояние $(0, n)$ по порядку величины в $\beta^2 = 0.5$ раз меньше. Вероятность поглощения фотона вблизи точки $\mathbf{k} = 0$ существенно меняется в зависимости от номера магнитной подзоны конечного состояния: видны чередующиеся между собой линии разрешенных и запрещенных переходов. Это соответствует установленным выше правилам отбора. На вставках к рис. 4 показана тонкая структура линий поглощения разрешенных и запрещенных переходов вблизи центра магнитных подзон, отмеченных стрелками на основном рисунке. Разрешенным переходам ($P_{\mathbf{k}\mathbf{k}}^{i \rightarrow f} \neq 0$) вблизи точки $\mathbf{k} = 0$ соответствуют характерные плато линий поглощения (см. вставку слева), в то время как для запрещенных переходов ($P_{\mathbf{k}\mathbf{k}}^{i \rightarrow f} = 0$)

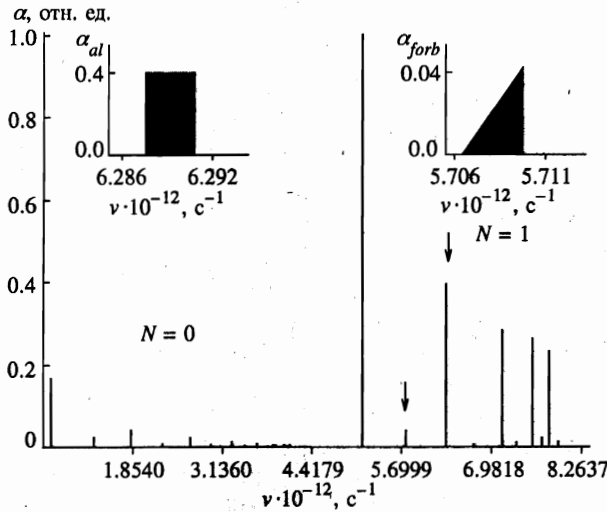


Рис. 4. Зависимость вероятности поглощения фотона сверхрешеткой квантовых точек с параметрами $a = 80$ нм; $V_0 = -20$ мэВ в магнитном поле, соответствующем $p/q = 15/1$, от частоты электромагнитного излучения. Частично заполнена нижшая подзона Ландау (0, 1). Видны переходы в состояния подзон нулевого ($N = 0$) и первого ($N = 1$) уровней Ландау. На вставках: тонкая структура линий поглощения разрешенных $\alpha_{al}(\nu)$ и запрещенных $\alpha_{forb}(\nu)$ переходов, отмеченных стрелками

коэффициент поглощения растет линейно с частотой (вставка справа). Последнее связано с тем, что матричный элемент запрещенного перехода пропорционален $|\mathbf{k}|$. Ширина линий поглощения равна $\Delta^{i \rightarrow f} = |\Delta E_i - \Delta E_f|/\hbar$, где $\Delta E_{i,f} = |E_{i,f}(0) - E_{i,f}(k_F)|$ (k_F — квазиимпульс Ферми).

Для типичных концентраций 2D-электронов порядка 10^{11} см^{-2} заполняется несколько подзон нулевого уровня Ландау (при $H \approx 10^5$ Э), и это усложняет спектр поглощения. Рисунок 5 иллюстрирует зависимость вероятности поглощения фотона на переходах между подзонами Ландау в случае, когда полностью заполнены восемь нижних магнитных подзон (0, 1) ... (0, 8), а девятая подзона (0, 9) — заполнена частично. Это соответствует концентрации носителей порядка $1.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$. На рис. 5 в области более низких частот видны линии поглощения, связанные с переходами между магнитными подзонами, отщепившимися от уровня Ландау $N = 0$. Первая низкочастотная линия поглощения, показанная на рисунке, обусловлена переходами между подзоной (0, 9) и подзоной (0, 10). Частоты этого и ближайших переходов находятся в миллиметровом СВЧ-диапазоне. Подобные переходы между магнитными подзонами одного уровня Ландау могут быть обнаружены с использованием методики наблюдения обычного циклотронного резонанса. Обычно понятие циклотронного резонанса связывается с электронными переходами между уровнями Ландау. Как было показано выше, наличие периодического потенциала приводит к расщеплению уровней Ландау на магнитные подзоны. Существенным оказывается тот факт, что в ψ -функциях электрона в подзонах существует примесь всех невозмущенных состояний Ландау (см. (3)). Вклад различных уровней Ландау в состояния подзон N_0 -го невозмущенного уровня в линейном приближении по числу учтенных в разложении (3) уровней Ландау пропорционален параметру

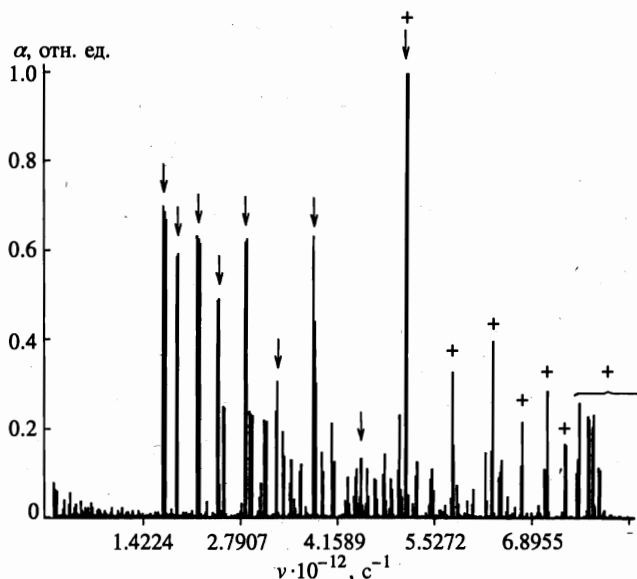


Рис. 5. Зависимость вероятности поглощения фотона сверхрешеткой квантовых точек с параметрами $a = 80$ нм; $V_0 = -20$ мэВ в магнитном поле, соответствующем $p/q = 15/1$, от частоты электромагнитного излучения. Полностью заполнены восемь нижних подзон Ландау $(0, 1) \dots (0, 8)$, а девятая подзона $(0, 9)$ заполнена частично. Стрелками обозначены переходы из указанных девяти заполненных подзон в подзону $(1, 1)$. Знаком «+» обозначены переходы между подзонами $(0, 1) \rightarrow (1, n)$ ($n = 1, p$)

β . Поэтому в общем случае возникает отличная от нуля вероятность перехода между подзонами, примыкающими к одному и тому же уровню Ландау. Это следует из анализа выражения (7) для матричного элемента перехода. Например, если заполнен ряд подзон нулевого уровня, то переходы в остальные подзоны данного уровня Ландау в основном описывает второе слагаемое, стоящее в скобках в выражении (7). Оно дает наибольший вклад (порядка β) в матричный элемент перехода. Таким образом, можно говорить о резонансах (циклотронных резонансах), связанных с переходами между подзонами, а не между уровнями Ландау. Экспериментальное изучение подобных спектров поглощения на магнитных подзонах может стать удобным инструментом исследования квантовых состояний блоховского электрона в магнитном поле.

На рис. 5 показаны также переходы из заполненных подзон нулевого уровня Ландау в магнитные подзоны, примыкающие к первому уровню Ландау. Здесь мы не приводим форму линий поглощения в увеличенном масштабе. Отметим лишь, что линия, описывающая переходы из полностью заполненной подзоны в пустую, имеет логарифмическую особенность в центре (форму пагоды), что связано с особенностями Ван Хофа в плотности состояний. Наибольшая интенсивность поглощения соответствует переходу между подзонами $(0, 1) \rightarrow (1, 1)$.

В оригинальной работе [8], посвященной исследованию люминесценции в решетке антиоточек ($a = 200$ нм) в магнитном поле ($H \leq 2 \cdot 10^4$ Э) наблюдался эффект осцилляции интенсивности люминесценции, связанный с существованием соизмеримых орбит с цикллотронными радиусами $2R_c = (S - 1/4)a$ (S — целое число). Нетрудно убедиться,

что условие соизмеримости может быть выполнено в том случае, когда число заполненных уровней Ландау много больше единицы. Кроме того, наши специальные расчеты показали, что в условиях эксперимента [8] магнитные подзоны отдельных уровней Ландау сильно перекрыты. Заметим, что при параметрах, использованных в нашей работе, эффект соизмеримости орбит с периодом потенциала не может наблюдаться, так как частично заполнен лишь один уровень Ландау и ситуация далека от квазиклассической. Кроме того, магнитные подзоны различных уровней Ландау не перекрываются.

Таким образом, установлено, что исследование циклотронного резонанса и оптического поглощения в инфракрасной области может дать весьма ценную информацию о структуре блоховских состояний в $2D$ -решетке, находящейся в магнитном поле.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 98-02-16412).

Литература

1. М. Я. Азбель, ЖЭТФ **46**, 929 (1964).
2. J. Zak, Phys. Rev. A **134**, 1602 (1964); Phys. Rev. A **134**, 1607 (1964).
3. A. Rauh, Phys. Stat. Sol (b) **65**, K131 (1974).
4. D. R. Hofstadter, Phys. Rev. B **14**, 2239 (1976).
5. H. Silberbauer, J. Phys. Condens. Matter **4**, 7355 (1992).
6. D. Weiss, M. L. Roukes, A. Menschig et al., Phys. Rev. Lett. **66**, 27 (1991).
7. D. Weiss, K. Richter, A. Menschig et al., Phys. Rev. Lett. **70**, 4118 (1993).
8. I. V. Kukushkin, D. Weiss, G. Lütjering et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 1722 (1997).
9. D. Weiss, D. Grambow, K. von Klitzing et al., Appl. Phys. Lett. **58**, 2960 (1991).
10. T. Schlösser, K. Ensslin, J. P. Kotthaus et al., Semicond. Sci. Technol. **11**, 1582 (1996).
11. В. Я. Демиховский, А. А. Перов, ФТТ **40**, вып. 6 (1998).
12. А. А. Перов, Preprint, № SMR.998d-15, International Centre for Theoretical Physics, Trieste, (1997).
13. В. Я. Демиховский, А. А. Перов, в сб. *Мегагаусная и мегаамперная импульсная технология и применения*, Саров (1997).