

К ТЕОРИИ СВЕТОИНДУЦИРОВАННОГО ДРЕЙФА БИНАРНОЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ В КАПИЛЛЯРЕ

В. Г. Черняк, Е. А. Вилисова*

*Уральский государственный университет
620083, Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 21 апреля 1998 г.

Теоретически исследуется дрейф бинарной газовой смеси в капиллярах под действием резонансного излучения. Анализируются поверхностный и объемный механизмы потоков компонентов смеси при любых значениях числа Кнудсена и частотного параметра (отношение частоты радиационного распада возбужденного уровня молекул к частоте межмолекулярных столкновений). Проводится сравнение теории с экспериментальными данными.

1. ВВЕДЕНИЕ

Явление объемного светоиндуцированного дрейфа, предсказанное в [1], состоит в возникновении направленного макроскопического потока газа, поглощающего оптическое излучение селективно по скоростям молекул и находящегося в смеси с буферным газом. В результате различного взаимодействия возбужденных и невозбужденных частиц поглощающего газа с частицами буферного газа возникают противонаправленные потоки компонентов смеси. Кинетическая теория этого явления в приближении неограниченного пространственно-однородного газа развита в [2].

Роль буферного газа может выполнять стенка кюветы, в которой находится газовая смесь. Вследствие различного взаимодействия возбужденных и невозбужденных частиц поглощающего газа с межфазной границей возникает поверхностный светоиндуцированный дрейф [3].

Из закона сохранения импульса следует, что в случае неограниченного газа гидродинамический (среднемассовый) поток смеси равен нулю. Наличие же межфазной поверхности изменяет полный импульс газовой смеси, стимулируя ее макроскопический поток. В частности, в кнудсеновском режиме, когда средняя длина свободного пробега молекул много больше радиуса капилляра, буферный газ покоится, а среднемассовый поток газовой смеси обусловлен дрейфом поглощающего газа. Поэтому в теории дрейфа газовой смеси в капилляре имеет смысл определить потоки и поглощающего, и буферного газов.

Кинетическая теория объемного и поверхностного светоиндуцированного дрейфа бинарной газовой смеси при произвольных числах Кнудсена (Kn) развита в [4]. Основное ограничение этой теории связано с предположением о том, что частота радиационного распада возбужденного уровня молекул поглощающего газа (Γ_m) много меньше частоты межмолекулярных столкновений (γ_n). Результаты работы [4] получены в

*E-mail: Vladimir.Chernyak@usu.ru

линейном приближении по малому параметру $\Gamma_{mn} = \Gamma_m/\gamma_n$. Принятое приближение выполняется, как правило, для молекулярного газа ($\Gamma_m \sim 10^4$ Гц). Для атомарного газа ($\Gamma_m \sim 10^7-10^8$ Гц) оно реализуется лишь в области достаточно высоких давлений, от 10^4 Па и выше.

В работе [5] представлено экспериментальное исследование светоиндуцированного дрейфа паров натрия в смеси с инертными газами. В условиях эксперимента частотный параметр Γ_{mn} изменялся от значений ≈ 0.3 при высоких давлениях до ~ 150 при низких давлениях. По этой причине не удалось сопоставить теорию [4] с экспериментальными данными [5] в широком диапазоне чисел Кн. Такое сравнение представляет интерес, с одной стороны, для проверки теоретической модели, а с другой — для восстановления численных значений транспортных и аккомодационных характеристик возбужденных молекул.

Цель данной работы — разработка теоретической модели объемного и поверхностного механизмов светоиндуцированного дрейфа бинарной газовой смеси в капилляре при произвольных значениях числа Кн и частотного параметра Γ_{mn} .

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим бинарную газовую смесь в капилляре, длина L которого много больше его радиуса R_0 (рис. 1). При этом профили потоков зависят только от радиальной координаты, а их концевыми искажениями можно пренебречь.

Бегущая световая волна, направленная вдоль оси капилляра z , поглощается частицами активного компонента смеси на электронном (для атомов) или колебательно-вращательном (для молекул) переходе из основного состояния n в возбужденное m . Частота ω монохроматического излучения отстроена от центра линии поглощения ω_{mn} на величину $\Omega = \omega - \omega_{mn} \ll \omega, \omega_{mn}$. Вследствие эффекта Доплера с излучением взаимодействуют лишь те частицы поглощающего компонента, проекции скорости v которых на направление волнового вектора k близки к резонансному значению, удовлетворяющему условию $kv = \Omega$. Возбужденные и невозбужденные частицы поглощающего компонента имеют одинаковые массы, $m_m = m_n = m_1$, но разные эффективные диаметры, $d_m \neq d_n$. Поэтому бинарную газовую смесь, один из компонентов которой взаимодействует с резонансным излучением, можно рассматривать как трехкомпонентную.

Функции распределения возбужденных, f_m , и невозбужденных, f_n , частиц поглощающего газа при $\Omega \neq 0$ становятся асимметричными относительно $v_z = 0$ из-за появления соответственно пика и провала Беннета [6] вблизи резонансного значения $v_z = \Omega/k$. Поэтому вдоль капилляра возникают противонаправленные макроскопические потоки возбужденных, J_m , и невозбужденных, J_n , частиц, которые приводят к появлению результирующего потока поглощающего компонента $J_1 = J_m + J_n$ (светоиндуцированный дрейф) в случае различного взаимодействия возбужденных и невозбуж-

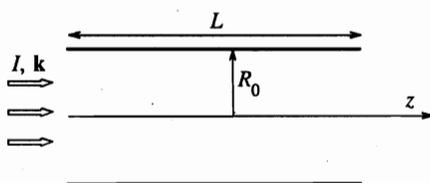


Рис. 1. Геометрия задачи

денных частиц с поверхностью капилляра и с частицами буферного газа. Здесь и далее индекс 1 относится к характеристикам поглощающего газа, а индекс 2 — буферного.

Функции распределения частиц поглощающего, f_m и f_n , и буферного, f_2 , газов удовлетворяют следующей системе кинетических уравнений [6]:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}\nabla f_m &= \frac{1}{2}\kappa(\mathbf{v})\Gamma_m(f_n - f_m) - \Gamma_m f_m + S_m, \\ \mathbf{v}\nabla f_n &= -\frac{1}{2}\kappa(\mathbf{v})\Gamma_m(f_n - f_m) + \Gamma_m f_m + S_n, \\ \mathbf{v}\nabla f_2 &= S_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\kappa(\mathbf{v}) = \frac{4|G_{mn}|^2\Gamma}{\Gamma_m[\Gamma^2 + (\Omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^2]}, \quad G_{mn} = \frac{E_0 d_{mn}}{2\hbar},$$

$$S_m = S_{mm} + S_{mn} + S_{m2}, \quad S_n = S_{nm} + S_{nn} + S_{n2}, \quad S_2 = S_{2m} + S_{2n} + S_{22},$$

Γ_m — постоянная радиационного распада, Γ — однородная полуширина линии поглощения, S_{ij} — больцмановские интегралы столкновений между частицами i -го и j -го сортов, E_0 — амплитуда электрического поля, d_{mn} — дипольный момент перехода $n-m$, \hbar — постоянная Планка, $\kappa(\mathbf{v})$ — параметр насыщения, характеризующий вероятность индуцированных переходов и пропорциональный интенсивности излучения I .

В качестве граничных условий примем модель зеркально-диффузного отражения. При упругом взаимодействии доля ε_i частиц i -го сорта рассеивается в каждой точке поверхности капилляра диффузно с максвелловским распределением по скоростям, а доля $(1 - \varepsilon_i)$ — отражается зеркально. Тогда функции распределения удовлетворяют следующим граничным условиям:

$$\begin{aligned} f_i^+(\mathbf{v}) &= \varepsilon_i f_i^s(\mathbf{v}) + (1 - \varepsilon_i) f_i^-(\mathbf{v} - 2(\mathbf{v}\mathbf{n})\mathbf{n}), \quad \mathbf{v}\mathbf{n} > 0, \\ f_i^s &= n_i^s \left(\frac{m_i}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{v^2}{\bar{v}_i^2}\right), \quad \bar{v}_i = \left(\frac{2k_B T}{m_i} \right)^{1/2}, \quad i = n, m, 2, \end{aligned} \quad (2)$$

где \mathbf{n} — внутренняя нормаль к поверхности капилляра, m_i — масса частиц i -го сорта, T — температура газа, k_B — постоянная Больцмана, \bar{v}_i — наиболее вероятная скорость теплового движения частиц i -го сорта в равновесном состоянии газа, верхние индексы «+», s , «-» относятся соответственно к отраженным, диффузно испущенным и налетающим на поверхность частицам, n_i^s — числовая плотность диффузно рассеянных частиц i -го сорта.

Будем рассматривать случай малых значений параметра насыщения $\kappa(\mathbf{v}) \ll 1$, что обычно выполняется при умеренной интенсивности излучения I . Тогда концентрация возбужденных частиц много меньше концентрации невозбужденных, т.е. $n_m \ll n_n$, и функции распределения незначительно отличаются от равновесных максвелловских распределений:

$$\begin{aligned} f_i &= f_{i0} [1 + h_i(\bar{\mathbf{r}}, \mathbf{v})], \\ f_{i0} &= n_{i0} \left(\frac{m_i}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{v^2}{\bar{v}_i^2}\right), \quad i = n, m, 2, \end{aligned} \quad (3)$$

n_{i0} — равновесная числовая плотность частиц i -го компонента, \vec{r} — радиус-вектор в плоскости перпендикулярной оси капилляра z , $h_i(\vec{r}, \mathbf{v})$ — неизвестные функции возмущения.

Для оптически тонкой среды можно пренебречь зависимостью функций возмущения от продольной координаты z . Также будем полагать, что интенсивность излучения однородна в поперечном сечении капилляра. Таким образом исключается эффект светоиндуцированного втягивания и выталкивания частиц световым полем.

Ограничимся случаем, когда концентрация поглощающих частиц много меньше концентрации буферных частиц, т. е. $n_1 \ll n_2$. При этом можно не учитывать столкновения между частицами поглощающего газа и считать, что эффект светоиндуцированного дрейфа обусловлен только объемным (буферным) и поверхностным (аккомодационным) механизмами. Тогда кинетические уравнения (1) после приведения к безразмерному виду и линеаризации относительно возмущений функций распределения и относительно малых параметров n_m/n_n , n_m/n_2 и n_n/n_2 принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} c_{m\perp} \frac{\partial h_m}{\partial \mathbf{r}} - \frac{n_n}{n_m} R_m \Gamma_{mm} \frac{\kappa(\mathbf{v})}{2} + R_m \Gamma_{mn} h_m &= L_m, \\ c_{n\perp} \frac{\partial h_n}{\partial \mathbf{r}} + R_n \Gamma_{mn} \frac{\kappa(\mathbf{v})}{2} - \frac{n_m}{n_n} R_n \Gamma_{mn} h_m &= L_n, \\ c_{2\perp} \frac{\partial h_2}{\partial \mathbf{r}} &= L_2, \end{aligned} \tag{4}$$

где

$$\begin{aligned} c_i &= \frac{\mathbf{v}}{\bar{v}_i}, \quad c_{i\perp}^2 = c_{ir}^2 + c_{i\varphi}^2, \quad \mathbf{r} = \frac{\vec{r}}{R_0}, \\ R_i &= \frac{R_0 \gamma_{i2}}{\bar{v}_i}, \quad \Gamma_{mi} = \frac{\Gamma_m}{\gamma_{i2}}, \quad i = n, m, 2, \end{aligned}$$

$c_{i\perp}$ — составляющая вектора безразмерной скорости частиц i -го сорта в поперечном сечении капилляра, γ_{ij} — эффективная частота упругих столкновений частиц i -го сорта с частицами j -го сорта, R_i — параметр разреженности i -го компонента, обратно пропорциональный числу Кнудсена (см. соотношение (7)).

Для линеаризованных интегралов столкновений L_i воспользуемся их аппроксимациями второго порядка [7], сохраняя нечетные по c_{iz} члены, которые дают вклад в продольные потоки газа. Пренебрегая таким тонким эффектом как изотермический теплоперенос, имеем

$$\begin{aligned} L_i &= R_i \left[-h_i + 2c_{iz}(1 - \varphi_{i2}^{(1)})u_i + 4c_{ir}c_{iz}(1 - \varphi_{i2}^{(3)})\pi_{irz} \right], \quad i = n, m, \\ L_2 &= R_2 \left\{ -h_2 + 2c_{2z} \left[u_2 + \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \left(\frac{n_m}{n_2} \psi_{m2}^{(1)} u_m + \frac{n_n}{n_2} \psi_{n2}^{(1)} u_n \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + 4c_{2r}c_{2z} \left[(1 - \psi_{22}^{(3)} + \psi_{22}^{(4)})\pi_{2rz} + \frac{n_m}{n_2} \psi_{m2}^{(4)}\pi_{mrz} + \frac{n_n}{n_2} \psi_{n2}^{(4)}\pi_{nrz} \right] \right\}, \end{aligned} \tag{5}$$

где

$$\begin{aligned} u_i &= \frac{U_i}{\bar{v}_i} = \int c_{iz} E_i h_i dc_i, \quad \pi_{irz} = \frac{P_{irz}}{2p_i} = \int c_{ir}c_{iz} E_i h_i dc_i, \\ E_i &= \pi^{-3/2} \exp(-c_i^2), \quad i = n, m, 2, \quad \varphi_{j2}^{(k)} = \frac{\nu_{j2}^{(k)}}{\gamma_{j2}}, \quad \psi_{j2}^{(k)} = \frac{\nu_{j2}^{(k)}}{\gamma_{22}}, \quad j = m, n, \end{aligned} \tag{6}$$

U_i, P_{irz}, p_i — парциальные скорость, тензор напряжений и давление i -го компонента соответственно. Выражения для частот $\nu_{j2}^{(k)}$ через массы частиц и интегралы Чепмена—Каулинга приведены в Приложении.

Параметр $C = R_i \Gamma_{mi}$, входящий в систему уравнений (4), не зависит от давления газа, а определяется только микроскопическими характеристиками поглощающего газа, его температурой и радиусом капилляра:

$$C = R_0 \Gamma_m / \bar{v}_1.$$

Этот параметр характеризует отношение среднего времени свободного пролета возбужденной частицы через поперечное сечение капилляра к времени жизни этой частицы в возбужденном состоянии. Оценка величины C для атомарных газов ($\Gamma_m \sim 10^7$ – 10^8 Гц) в системе СИ дает величину $C \approx 10^5 R_0$. Оценка C для молекулярных газов ($\Gamma_m \sim 10^4$ Гц) дает величину $C \approx 10 R_0$, где R_0 измеряется в метрах. Принимая диапазон возможных значений радиуса капилляра $R_0 = (0.1 \div 2) \cdot 10^{-3}$ м, можно утверждать, что для светоиндуцированного дрейфа атомарных газов $C \approx 10$ – 250 , а для дрейфа молекулярных газов $C \approx 0.001$ – 0.1 . Тогда частотный параметр $\Gamma_{mn} = C/R$ для молекулярных газов при $R > 0.1$ можно считать малым параметром. Поэтому теория [8] светоиндуцированного дрейфа однокомпонентного газа, в которой полагалось $\Gamma_{mn} \ll 1$, удовлетворительно согласуется с экспериментами по светоиндуцированному дрейфу молекул CH_3F в капилляре при всех числах Кн. Для атомарных же газов частотный параметр Γ_{mn} для широкого диапазона давлений нельзя считать малым. Поэтому предложенная в [4] модель светоиндуцированного дрейфа бинарной газовой смеси при условии $\Gamma_{mn} \ll 1$ не позволила количественно описать эксперименты [5] по дрейфу паров натрия в гелии.

Выберем эффективную частоту столкновений γ_{j2} в виде $\gamma_{j2} = \nu_{j2}^{(1)}$, $j = m, n$, а частоту γ_{22} по аналогии с моделью Бхатнагара—Гросса—Крука для однокомпонентного газа в виде $\gamma_{22} = \nu_{22}^{(3)} - \nu_{22}^{(4)}$. Тогда для молекул — твердых сфер — параметр разреженности $R \equiv R_n$ связан с числом Кн следующим образом:

$$\begin{aligned} R &= \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right) \frac{1}{\text{Кн}}, & \text{Кн} &= \frac{l_n}{R_0}, \\ l_n &= \frac{1}{\pi n_2 d_{n2}^2} \sqrt{\frac{m_2}{m_1 + m_2}}, & \frac{R_m}{R} &= \left(\frac{d_{m2}}{d_{n2}} \right)^2, \\ \frac{R_2}{R} &= \frac{3}{5} \left(\frac{d_2}{d_{n2}} \right)^2 \sqrt{\frac{2(m_1 + m_2)}{m_2}}, & d_{i2} &= \frac{d_i + d_2}{2}, \quad i = n, m, \end{aligned} \quad (7)$$

где l_n — длина свободного пробега невозбужденных частиц поглощающего газа в газовой смеси.

Граничные условия для функций возмущения h_i следуют из выражений (2) и (3):

$$\begin{aligned} h_i^+(\mathbf{r}_0, \mathbf{c}) &= (1 - \varepsilon_i) h_i^-(\mathbf{r}_0, \mathbf{c}) + \varepsilon_i \frac{n_i^s - n_{i0}}{n_{i0}}, \\ \mathbf{r}_0 &= \frac{\bar{\mathbf{r}}_0}{R_0}, \quad |\bar{\mathbf{r}}_0| = R_0, \quad i = m, n, 2. \end{aligned} \quad (8)$$

Второе слагаемое в правой части выражения (8) может быть опущено, так как оно не дает вклада в макроскопическую скорость и тензор напряжений (6).

Будем рассматривать случай почти диффузного рассеяния частиц на поверхности капилляра, т. е.

$$1 - \varepsilon_i \ll 1, \quad i = m, n, 2. \quad (9)$$

Результирующие потоки поглощающего и буферного газов, усредненные по поперечному сечению капилляра, определяются следующими выражениями:

$$J_1 = J_m + J_n = 2\bar{v}_1 \int_0^1 (n_n u_n + n_m u_m) r \, dr, \quad (10)$$

$$J_2 = 2\bar{v}_2 \int_0^1 n_2 u_2 r \, dr.$$

Для численных расчетов перейдем к безразмерным величинам G_1 и G_2 , которые связаны с потоками J_1 и J_2 соотношениями

$$J_i = \frac{n_1 R_0 \Gamma_m \kappa}{2\sqrt{\pi}} G_i, \quad i = 1, 2, \quad (11)$$

$$\kappa = \int_{-\infty}^{\infty} c_{1z} \exp(-c_{1z}^2) \kappa(\mathbf{v}) \, dc_{1z}.$$

Величина κ может быть рассчитана численно для любых значений параметров $\Gamma/(k\bar{v}_1)$ и $\Omega/(k\bar{v}_1)$. Основные аспекты этой проблемы обсуждаются в работе [9].

3. РЕШЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Воспользуемся интегрально-моментным методом решения уравнений (4), который основан на преобразовании интегродифференциального кинетического уравнения для функции распределения в систему интегральных уравнений для ее моментов.

Неоднородные линейные уравнения (4) формально интегрируем вдоль направления вектора безразмерной скорости частиц $c_{i\perp}$ [4] с учетом граничных условий (8). Используя полученные выражения для функций возмущения h_i и определения (6) макровеличин, получим три системы интегральных уравнений для безразмерных макроскопических скоростей u_i и тензоров напряжений π_{irz} поглощающего ($i = m, n$) и буферного ($i = 2$) компонентов газовой смеси. Учтем, что доля зеркально отраженных частиц мала. Тогда в линейном по малому параметру $1 - \varepsilon_i$ приближении имеем:

1) для возбужденных частиц поглощающего газа

$$u_m(r) = \frac{R_m}{\pi} \int_{\Sigma} D_0 \, dr', \quad (12)$$

$$\pi_{m rz}(r) = \frac{R_m}{\pi} \int_{\Sigma} D_1 \frac{\mathbf{e}r}{r} \, dr', \quad (13)$$

где

$$D_j = \frac{C\kappa}{2R_m\sqrt{\pi}} \frac{n_n}{n_m} \left(\frac{T_j}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} - \frac{K_{jm}}{|\mathbf{r}_N-\mathbf{r}'|} \right) + 2(1-\varphi_{m2}^{(3)})\pi_{mrz}(r') \left(\frac{T_{j+1}\mathbf{e}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} - \frac{K_{j+1,m}\mathbf{e}_0}{|\mathbf{r}_N-\mathbf{r}'|} \right) \frac{\mathbf{r}'}{r'}, \quad j = 0, 1; \quad (14)$$

2) для частиц поглощающего газа в основном состоянии

$$u_n(r) = -Su_m(r) + \frac{1}{\pi} \int_{\Sigma} Q_0 d\mathbf{r}', \quad (15)$$

$$\pi_{nrz}(r) = -S\pi_{mrz}(r) + \frac{1}{\pi} \int_{\Sigma} Q_1 \frac{\mathbf{e}\mathbf{r}}{r} d\mathbf{r}', \quad (16)$$

где

$$Q_j = \frac{C\kappa}{2\sqrt{\pi}} \left[\frac{n_n}{n_m} S \left(\frac{T_j}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} - \frac{P_j}{|\mathbf{r}_N-\mathbf{r}'|} \right) - \frac{T_j}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} + \frac{K_{jn}}{|\mathbf{r}_N-\mathbf{r}'|} \right] + 2R_n(1-\varphi_{n2}^{(3)})\pi_{nrz}(r') \left(\frac{T_{j+1}\mathbf{e}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} - \frac{K_{j+1,n}\mathbf{e}_0}{|\mathbf{r}_N-\mathbf{r}'|} \right) \frac{\mathbf{r}'}{r'} + 2SR_m(1-\varphi_{m2}^{(3)})\pi_{mrz}(r') \left(\frac{T_{j+1}\mathbf{e}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} - \frac{P_{j+1}\mathbf{e}_0}{|\mathbf{r}_N-\mathbf{r}'|} \right) \frac{\mathbf{r}'}{r'}, \quad j = 0, 1; \quad (17)$$

3) для буферного газа

$$u_2(r) = \frac{R_2}{\pi} \int_{\Sigma} Z_0 d\mathbf{r}', \quad (18)$$

$$\pi_{2rz}(r) = \frac{R_2}{\pi} \int_{\Sigma} Z_1 \frac{\mathbf{e}\mathbf{r}}{r} d\mathbf{r}', \quad (19)$$

где

$$Z_j = \left[u_2(r') + \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \left(\frac{n_m}{n_2} \psi_{m2}^{(1)} u_m(r') + \frac{n_n}{n_2} \psi_{n2}^{(1)} u_n(r') \right) \right] \left(\frac{T_j}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} - \frac{K_{j2}}{|\mathbf{r}_N-\mathbf{r}'|} \right) + 2 \left[\frac{n_m}{n_2} \psi_{m2}^{(4)} \pi_{mrz}(r') + \frac{n_n}{n_2} \psi_{n2}^{(4)} \pi_{nrz}(r') \right] \left(\frac{T_{j+1}\mathbf{e}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} - \frac{K_{j+1,2}\mathbf{e}_0}{|\mathbf{r}_N-\mathbf{r}'|} \right) \frac{\mathbf{r}'}{r'}, \quad j = 0, 1. \quad (20)$$

В выражениях (12)–(20) введены следующие обозначения:

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}, \quad \mathbf{e}_0 = \frac{\mathbf{r}_N-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}_N-\mathbf{r}'|}, \quad S = \frac{C}{(\tau_m - R_n)} \frac{n_n}{n_m}, \quad \tau_m = R_m(1 + \Gamma_{mm}),$$

$$T_p(t) = \int_0^{\infty} x^p \exp\left(-x^2 - \frac{t}{x}\right) dx, \quad K_{pi} = \frac{\mathbf{r}_M\mathbf{r}}{r^2} (1 - \varepsilon_i) T_p[q(y_1 + y_2)], \quad i = m, n, 2,$$

$$P_p = \frac{\mathbf{r}_M\mathbf{r}}{r^2} [(1 - \varepsilon_n) T_p[R_n(y_1 + y_2)] + (\varepsilon_n - \varepsilon_m) T_p(\tau_m y_1 + R_n y_2)],$$

$$y_1 = |\mathbf{r}_N - \mathbf{r}'|, \quad y_2 = |\mathbf{r}_M - \mathbf{r}'|.$$

Аргументом t функций T_p в уравнениях (12)–(14) является $t = \tau_m |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, в уравнениях (15)–(17) $t = R_n |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, в уравнениях (18)–(20) $t = R_2 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$. Аргументом q функций K_{pi} в уравнениях (12)–(14) является $q = \tau_m$, в уравнениях (15)–(17) $q = R_n$, в уравнениях (18)–(20) $q = R_2$. Интегрирование в (12)–(20) проводится по площади поперечного сечения капилляра Σ . Другие обозначения соответствуют рис. 1 из [4].

Уравнения (12)–(20), представляющие собой линейные фредгольмовские интегральные уравнения второго рода, будем решать методом Бубнова—Галеркина [10], который позволяет определить усредненные по координатам потоки J_1 и J_2 , не вычисляя при этом профили скоростей и напряжений. Этот метод требует задания аппроксимирующих выражений для неизвестных величин.

Значения u_i и π_{irz} в кнудсеновском режиме ($\text{Kn} \gg 1$) определяются свободными членами уравнений (12)–(20). Поэтому можно ожидать быструю сходимость метода Бубнова—Галеркина, если выбрать пробные функции исходя из вида макропараметров в гидродинамическом режиме ($\text{Kn} \ll 1$):

$$\bar{u}_i = a_{1i} + a_{2i} r^2, \quad \bar{\pi}_{irz} = a_{3i} r, \quad i = m, n, 2. \quad (21)$$

Здесь a_{ki} — неизвестные постоянные, зависящие от числа Kn , коэффициентов аккомодации ε_i и молекулярных параметров. Установлено [4, 11], что аппроксимации вида (21) обеспечивают достаточно точные (ошибка не более 3%) результаты для усредненных по сечению капилляра потоков при любых значениях числа Kn .

Подставляя выражения (21) в уравнения (12)–(20) и требуя ортогональности полученных соотношений к каждой из базовых функций (1, r^2 — для (12), (15), (18) и r — для (13), (16), (19)), получим систему линейных алгебраических уравнений для неизвестных a_{1i} , a_{2i} , a_{3i} . При этом условие ортогональности для произвольных функций f и g имеет следующий вид:

$$2\pi \int_0^1 f(r)g(r)r dr = 0.$$

Вследствие малого различия эффективных диаметров возбужденных и невозбужденных частиц поглощающего газа имеем

$$\frac{\Delta d}{d_{n2}} \ll 1, \quad \Delta d = d_{m2} - d_{n2}. \quad (22)$$

После линеаризации выражений (11) по параметрам $1 - \varepsilon_i$ и $\Delta d/d_{n2}$ для потока поглощающего газа (светоиндуцированный дрейф) получаем

$$J_1 = \frac{n_1 R_0 \Gamma_m \kappa}{2\sqrt{\pi}} \left(G_1^{(1)} \Delta \varepsilon + G_1^{(2)} \frac{\Delta d}{d_{n2}} \right), \quad \Delta \varepsilon = \varepsilon_n - \varepsilon_m. \quad (23)$$

Здесь $G_1^{(1)}$ и $G_1^{(2)}$ — кинетические коэффициенты, характеризующие соответственно поверхностный и объемный механизмы светоиндуцированного дрейфа. Решение системы интегрально-моментных уравнений (12)–(20) методом Бубнова—Галеркина с использованием пробных функций (21) дает

$$G_1^{(1)} = A_1 - \frac{\Phi}{\pi(\pi/2 + \Phi D)} \left(B_1 - \frac{C_1 \Phi}{\pi/2 + \Phi W} \right), \quad (24)$$

$$G_1^{(2)} = A_2 - \frac{\Phi}{\pi(\pi/2 + \Phi D)} \left(B_2 - \frac{C_2 \Phi}{\pi/2 + \Phi W} \right), \quad (25)$$

$$\Phi = \frac{4}{5} \frac{m_2}{m_1 + m_2} - 1.$$

Величины $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D$ и W зависят только от параметра разреженности R и частотного параметра Γ_{mn} . Зависимость кинетических коэффициентов $G_1^{(1)}$ и $G_1^{(2)}$ от молекулярных масс компонентов газовой смеси полностью определяется фактором Φ .

Для потока буферного газа получаем

$$J_2 = \frac{n_1 R_0 \Gamma_{m\kappa}}{2\sqrt{\pi}} \left(G_2^{(1)} \Delta \varepsilon + G_2^{(2)} \frac{\Delta d}{d_{n2}} \right). \quad (26)$$

Здесь кинетические коэффициенты $G_2^{(1)}$ и $G_2^{(2)}$, характеризующие соответственно поверхностный и объемный механизмы потока буферного газа, зависят от параметра разреженности R , частотного параметра Γ_{mn} , отношений масс m_1/m_2 и эффективных диаметров d_n/d_2 частиц поглощающего и буферного газов.

Аналитические выражения для кинетических коэффициентов удается получить лишь при больших и малых числах Кн. Для атомарных газов ($C \gg 1$) эти выражения имеют следующий вид:

1. Почти свободномолекулярный режим ($\text{Кн} \gg 1$ или $R \ll 1$):

$$G_1^{(1)} = \frac{1}{C} (1 - 1.505R) + \dots, \quad (27)$$

$$G_1^{(2)} = -1.505 \frac{R}{C} + \dots, \quad (28)$$

$$G_2^{(1)} = \Phi_1 \left(1.505 \frac{R}{C} + 3.394 \Phi_2 \frac{R^2}{C} \ln R \right) + \dots, \quad (29)$$

$$G_2^{(2)} = (1.505 \Phi_1 - 0.113 \Phi_3) \frac{R}{C} + 3.394 \Phi_1 \Phi_2 \frac{R^2}{C} \ln R + \dots, \quad (30)$$

где

$$\Phi_1 = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}, \quad \Phi_2 = \frac{\sqrt{1 + (m_1/m_2)}}{(1 + d_n/d_2)^2}, \quad \Phi_3 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}.$$

2. Гидродинамический режим со скольжением ($\text{Кн} \ll 1$ или $R \gg 1$):

$$G_1^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{\pi} R(R+C)} + \dots, \quad (31)$$

$$G_1^{(2)} = -\frac{1}{R+C} + \frac{2 + \Gamma_{mn}}{\sqrt{\pi}(R+C)^2} + \dots, \quad (32)$$

$$G_2^{(1)} = \left[\Phi_1 \left(\frac{1}{2} + 3\sqrt{2} \right) + \Phi_5 \right] \frac{1}{R+C} + \dots, \quad (33)$$

$$G_2^{(2)} = \left\{ \Phi_1 \left(\frac{1}{2} + 3\sqrt{2}\Phi_4 \left[1 + \frac{\Phi - 2}{(\Phi - 1)(1 + \Gamma_{mn})} \right] \right) + \Phi_5 \left(1 - \frac{1}{(\Phi - 1)(1 + \Gamma_{mn})} \right) \right\} \frac{1}{R + C} + \dots, \quad (34)$$

где

$$\Phi_4 = \frac{(1 + m_1/m_2)^{3/2}}{(3 + 5m_1/m_2)(1 + d_n/d_2)^2}, \quad \Phi_5 = \frac{m_1/m_2}{3 + 5m_1/m_2}.$$

Аналитические выражения для кинетических коэффициентов в случае $C \ll 1$ приведены в [4].

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Направления поверхностных составляющих потоков поглощающего J_1 и буферного J_2 газов определяются знаками разности коэффициентов аккомодации невозбужденных и возбужденных частиц поглощающего газа, $\Delta\epsilon = \epsilon_n - \epsilon_m$, и отстройки частоты излучения от центра линии поглощения, $\Omega = \omega - \omega_{mn}$. Если $\Delta\epsilon > 0$, то направление поверхностной составляющей потоков как поглощающего, так и буферного газов при $\Omega > 0$ совпадает с направлением излучения, а при $\Omega < 0$ противоположно ему. Однонаправленность поверхностных составляющих J_1 и J_2 соответствует закону сохранения импульса при взаимодействии газа со стенкой.

Направления объемных составляющих потоков J_1 и J_2 определяются знаками разности эффективных диаметров возбужденных и невозбужденных частиц поглощающего газа Δd и отстройки Ω . Если $\Delta d > 0$, то направление объемной составляющей потока поглощающего газа при $\Omega < 0$ совпадает с направлением излучения, а направление объемной составляющей буферного газа в соответствии с законом сохранения импульса при межмолекулярных столкновениях противоположно ему. При $\Omega > 0$ происходит инверсия потоков.

На рис. 2а, б показаны зависимости кинетических коэффициентов $G_1^{(1)}$ и $G_1^{(2)}$ от параметра разреженности R при различных значениях частотного параметра Γ_{mn} . Видно, что при переходе от свободномолекулярного ($R \ll 1$) к гидродинамическому ($R \gg 1$) режиму величина $G_1^{(1)}$, характеризующая поверхностный светоиндуцированный дрейф, монотонно убывает от фиксированного значения (формула (27)) до нуля (формула (31)).

Из (31)–(34) следует, что в режиме со скольжением ($R \gg 1$) поверхностный светоиндуцированный дрейф является эффектом второго порядка по числу Кнудсена ($G_1^{(1)} \sim \sim \text{Kn}^2$) и, следовательно, не описывается теорией плоского кнудсеновского слоя. Необходимо учитывать кривизну граничной поверхности.

При фиксированном значении параметра R величина $G_1^{(1)}$ с возрастанием Γ_{mn} убывает: в свободномолекулярном режиме как Γ_{mn}^{-1} , а в гидродинамическом как $(\Gamma_{mn} + 1)^{-1}$. Это объясняется уменьшением относительного количества возбужденных частиц, сталкивающихся со стенками капилляра. В пределе $\Gamma_{mn} \rightarrow \infty$ все молекулы газа успевают перейти в основное состояние до того как попадут на стенку капилляра, и поверхностный светоиндуцированный дрейф отсутствует.

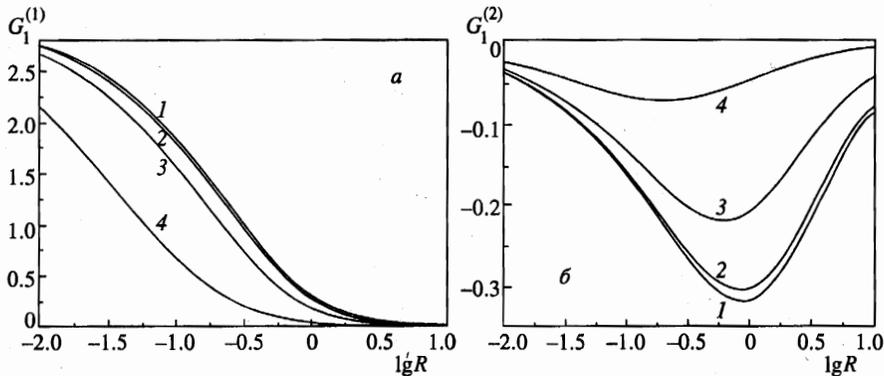


Рис. 2. Зависимости кинетических коэффициентов $G_1^{(1)}$ (а) и $G_1^{(2)}$ (б) от параметра разреженности R ($m_1/m_2 = 1$): 1 — $\Gamma_{mn} = 0.01$; 2 — $\Gamma_{mn} = 0.1$; 3 — $\Gamma_{mn} = 1$; 4 — $\Gamma_{mn} = 10$

Зависимость кинетического коэффициента $G_1^{(2)}$, характеризующего объемный светоиндуцированный дрейф, от параметра разреженности R немонотонна. С увеличением R коэффициент $G_1^{(2)}$ возрастает по модулю в кнудсеновском режиме (формула (28)), достигает максимума в промежуточном при $R \sim 1$ и убывает как R^{-1} (формула (32)) в гидродинамическом режиме. При фиксированном значении R абсолютная величина $G_1^{(2)}$ с увеличением параметра Γ_{mn} уменьшается: в свободномолекулярном режиме как Γ_{mn}^{-1} , а в режиме со скольжением как $(\Gamma_{mn} + 1)^{-1}$. Это можно объяснить тем, что при фиксированном значении R с увеличением частотного параметра Γ_{mn} уменьшается относительная доля возбужденных частиц, испытывающих столкновения с частицами буферного газа. При $\Gamma_{mn} \gg 1$ все возбужденные частицы за время свободного пробега успевают перейти в основное состояние, объемный светоиндуцированный дрейф при этом отсутствует.

Численные расчеты показали, что при значениях частотного параметра $\Gamma_{mn} \leq 0.1$ кинетические коэффициенты $G_1^{(1)}$ и $G_1^{(2)}$ слабо зависят от Γ_{mn} . Следовательно, при $\Gamma_{mn} \leq 0.1$ можно использовать результаты работы [4].

На рис. 3а, б приведены зависимости кинетических коэффициентов $G_i^{(k)}$ от параметра разреженности R для смеси паров натрия и гелия при значении $C = R\Gamma_{mn} \approx 60$, соответствующем эксперименту [5]. Экспериментальная методика [5] состояла в следующем. Лазерным излучением мощностью до 50 мВт воздействовали на D_2 -линию натрия, находящегося в смеси с гелием в узком капилляре. Длина капилляра 40 см, его внутренний диаметр 1 мм, что соответствует принятой теоретической модели. Давление газа в капилляре изменялось от 20 Па до 13 кПа. При этом параметр разреженности R увеличивался от 0.4 до 240, а частотный параметр Γ_{mn} уменьшался от значения 150 до 0.25. Под действием излучения в капилляре возникали потоки компонентов газовой смеси. Частота лазерного излучения подбиралась такой, чтобы скорость дрейфа флуоресцирующих паров натрия была максимальной. Возникающая при этом разность концентраций паров натрия вдоль капилляра регистрировалась дифференциальным фотоприемником. По теоретическим соотношениям, полученным в [5], сдвиг концентрации паров натрия пересчитывался на скорость светоиндуцированного дрейфа u_{exp} . Была получена немонотонная зависимость u_{exp} от давления: с увеличением давле-

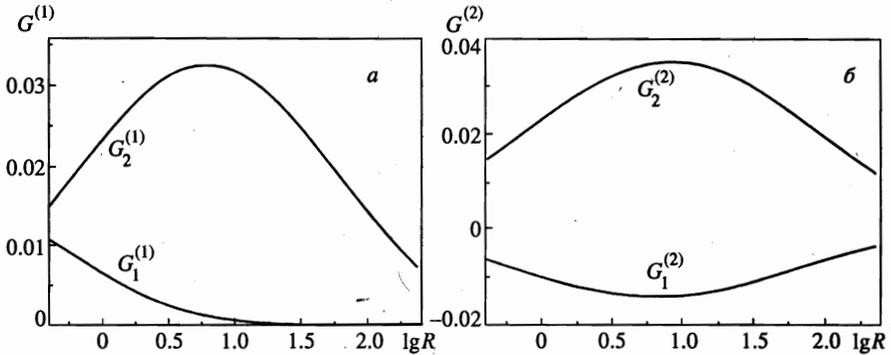


Рис. 3. Зависимости кинетических коэффициентов $G_1^{(1)}, G_2^{(1)}$ (а) и $G_1^{(2)}, G_2^{(2)}$ (б) от параметра разреженности R для газовой смеси Na-He

ния величина u_{exp} возрастала от нуля до максимального значения, в области давлений 110–670 Па скорость дрейфа была почти постоянна (область плато), и далее она убывала до нуля. Наличие области плато связано, по-видимому, с тем, что в теоретической модели [5] для диффузионного потока поглощающего газа использовался закон Фика $J_d = -D\nabla n$ (D — коэффициент диффузии), справедливый только в гидродинамическом режиме ($R > 10$). Но область плато соответствует промежуточным числам Кн. В работе [11] закон диффузии Фика обобщен на весь диапазон чисел Кн: $J_d = -SD\nabla n$. Расчет для смеси Na-He показал, что поправочный множитель S возрастает от 0.4 при $R \sim 0.4$ до 1 при $R \gg 1$. Поправленные на фактор S экспериментальные значения скорости светоиндуцированного дрейфа в зависимости от параметра разреженности R показаны на рис. 4. Здесь же приведена теоретическая кривая, соответствующая полученной формуле

$$u = \frac{R_0 \Gamma_m \kappa}{2\sqrt{\pi}} \left(G_1^{(1)} \Delta \varepsilon + G_1^{(2)} \frac{\Delta d}{d_{n2}} \right). \tag{35}$$

Экспериментальные значения $\Delta \varepsilon$ и $\Delta d/d_{n2}$, восстановленные из условия наилучшего согласия теории с экспериментом [5], для смеси Na-He равны

$$\Delta \varepsilon = -3.07 \cdot 10^{-3}, \quad \frac{\Delta d}{d_{n2}} = -4.05 \cdot 10^{-3}.$$

Знак минус в числовых значениях $\Delta \varepsilon$ и $\Delta d/d_{n2}$ связан с тем, что дрейф паров натрия направлен в сторону противоположную направлению излучения. Теоретическая кривая удовлетворительно описывает эксперимент [5] во всем диапазоне давлений газа.

Некоторое расхождение между теорией и экспериментом можно объяснить тем, что в эксперименте $\kappa(\nu) \sim 1$, а интенсивность излучения неоднородна по сечению канала (диаметр светового пучка составлял половину внутреннего диаметра капилляра). Учет этих факторов, вероятно, привел бы к изменению полученных значений $\Delta \varepsilon$ и $\Delta d/d_{n2}$.

В [12] приведены результаты экспериментов по светоиндуцированному дрейфу паров Na в благородных газах Xe и Ar. Использовалась та же, что и в [5], экспериментальная методика. На рис. 5 сопоставлены результаты теории с экспериментальными данными для скорости дрейфа паров Na [12]. Из наилучшего согласия теории с экспериментом получены следующие значения параметров:

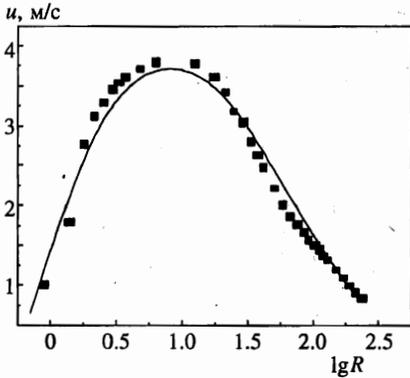


Рис. 4

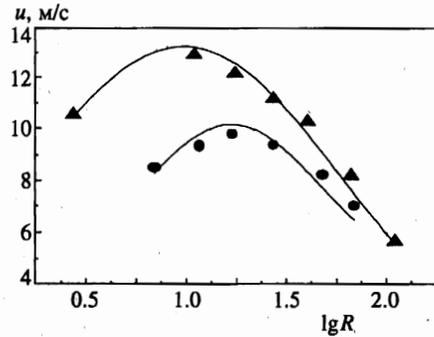


Рис. 5

Рис. 4. Зависимость скорости дрейфа паров Na в He от параметра разреженности R ; сравнение теории (сплошная линия) с экспериментом [5]

Рис. 5. Сравнение теории (сплошные линии) с экспериментом [12]: \blacktriangle — газовая смесь Na-Xe; \bullet — газовая смесь Na-Ar

1) для смеси Na-Ar

$$\Delta\varepsilon = -7.33 \cdot 10^{-2}, \quad \frac{\Delta d}{d_{n2}} = -1.36 \cdot 10^{-2},$$

2) для смеси Na-Xe

$$\Delta\varepsilon = -1.79 \cdot 10^{-2}, \quad \frac{\Delta d}{d_{n2}} = -1.48 \cdot 10^{-2}.$$

Видно, что теория удовлетворительно описывает эксперимент при любых давлениях газа в капилляре.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Для частот $\nu_{j2}^{(k)}$ справедливы выражения

$$\begin{aligned} \nu_{j2}^{(1)} &= \frac{16}{3} \frac{m_{12}}{m_1} n_2 \Omega_{j2}^{(1,1)}, & \nu_{j2}^{(3)} &= \frac{16}{5} \frac{m_{12}^2}{m_1 m_2} n_2 \left(\frac{10}{3} \Omega_{j2}^{(1,1)} + \frac{m_2}{m_1} \Omega_{j2}^{(2,2)} \right), \\ \nu_{j2}^{(4)} &= \frac{16}{5} \frac{m_{12}^2}{m_1 m_2} n_2 \left(\frac{10}{3} \Omega_{j2}^{(1,1)} - \Omega_{j2}^{(2,2)} \right), & j &= m, n, \end{aligned}$$

где $m_{12} = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ — приведенная масса сталкивающихся молекул; $\Omega_{j2}^{(l,r)}$ — интегралы Чепмена—Каулинга, которые для молекулярной модели твердых сфер имеют следующий вид:

$$\Omega_{j2}^{(l,r)} = \left(\frac{k_B T}{2\pi m_{12}} \right)^{1/2} \frac{(r+1)!}{2} \left[1 - \frac{1 + (-1)^l}{2(l+1)} \right] \pi d_{j2}^2.$$

Литература

1. Ф. Х. Гельмуханов, А. М. Шалагин, Письма в ЖЭТФ 29, 773 (1979).
2. А. М. Дыхне, А. Н. Старостин, ЖЭТФ 79, 1211 (1980).
3. М. А. Ваксман, А. В. Гайнер, ЖЭТФ 89, 41 (1985).
4. В. Г. Черняк, Е. А. Вилисова, ЖЭТФ 107, 125 (1995).
5. С. Н. Агутов, И. М. Ермолаев, А. М. Шалагин, ЖЭТФ 92, 1215 (1987).
6. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*, Наука, Новосибирск (1979), с. 312.
7. F. J. McCormack, Phys. Fluids 16, 2095 (1973).
8. В. Г. Черняк, Е. А. Винтовкина, И. В. Чермянинов, ЖЭТФ 103, 1571 (1993).
9. В. Р. Мироненко, А. М. Шалагин, Изв. АН СССР, сер. физ. 45, 995 (1981).
10. С. Г. Михлин, *Вариационные методы в математической физике*, Наука, Москва (1970), с. 512.
11. В. Г. Черняк, Е. А. Вилисова, ЖЭТФ 110, 150 (1996).
12. С. Н. Агутов, С. Лесяк, С. П. Подъячев, А. М. Шалагин, Препринт 321 ИАиЭ АН СССР, Сиб. отд., Новосибирск (1986).