

## К ТЕОРИИ И ИНТЕРПРЕТАЦИИ ЭФФЕКТА «КВАНТОВОЙ ТЕЛЕПОРТАЦИИ»

Д. Н. Клышко\*

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
119899, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 23 марта 1998 г.

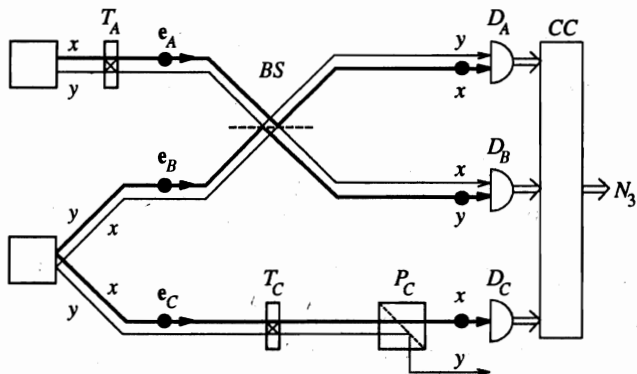
Анализируются недавно описанные оптические эксперименты, в которых исследовался эффект «квантовой телепортации». Показывается, что для осуществления телепортации (копирования) поляризации одного фотона на другой необходимо в экспериментальную установку добавить оптический затвор, автоматически открывающийся лишь при наступлении некоторых благоприятных событий. Предлагается наглядная модель и классический аналог эффекта и обсуждаются его различные трактовки. Подчеркивается, что понятия «редукции волновой функции» и «квантовой нелокальности» не нужны для количественного описания эффекта, стандартный формализм оказывается достаточным.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Неожиданная возможность необратимого копирования квантового состояния с одной индивидуальной системы на другую, изоморфную с первой, была недавно описана Беннетом и др. [1]. Идея получила дальнейшее развитие в [2–8]. В отличие от обратимого обмена состояниями между двухуровневыми атомами и полем резонатора (передача  $q$ -бита информации), наблюдавшегося в [9], здесь часть информации необратимо преобразуется в классическую форму. По существу в [1] предложен метод приготовления индивидуальной квантовой системы в заданном состоянии  $\psi$  с той существенной особенностью, что информация о том, какое именно состояние будет приготовлено, является квантовой, т. е. она записана в виде состояния другой системы и остается неизвестной. Недавно были описаны первые оптические эксперименты в этом направлении [7, 8]. Принятая в [1–8] интерпретация эффекта, как и его название, базируется на распространенном представлении о мгновенной редукции (коллапсе) волновой функции в результате измерения, приводящей к квантовой нелокальности.

На рисунке изображена упрощенная схема эксперимента [7]. На вход оптической системы падают три квазимонохроматических стационарных пучка света  $A$ ,  $B$  и  $C$ , в которых фотоны (условно изображенные кружками) появляются одновременно, по трое. Фотоны  $A$  полностью поляризованы. Фотоны  $B$  и  $C$  деполаризованы, однако между их поляризациями имеется однозначная корреляция. Полупрозрачное неполяризующее зеркало  $BS$  с пропусканием 50% перемешивает фотоны  $A$  и  $B$ . За счет начальной корреляции между  $B$ - и  $C$ -фотонами и действия светоделителя все три фотона оказываются коррелированными по поляризации. При этом информация  $e_A$  о поляризации  $A$ -фотона оказывается закодированной в вероятностях тройных совпадений. Этот эффект исследуется с помощью двух преобразователей поляризации  $T_A$ ,  $T_C$ , поляризации-

\*E-mail: dnk@klyshko.phys.msu.su



Упрощенная схема эксперимента [7] и наглядная модель эффекта копирования векторов поляризации  $e_A \rightarrow e_C$ . На входе в пучках  $A$ ,  $B$  и  $C$  имеется по одному фотону (кружки). Жирные линии изображают траектории фотонов. Фотон  $A$  имеет произвольную поляризацию  $e_A$ . Базисные векторы  $e_x$  и  $e_y$  выбраны так, что  $e_x = e_A$ . Одновременная регистрация фотонов детекторами  $D_A$  и  $D_B$  означает, что фотоны  $A$  и  $B$  не проинтерферировали на светоделителе, следовательно, они имели ортогональную поляризацию,  $e_A \perp e_B$  (иначе они оба попали бы на один детектор). Фотоны  $B$  и  $C$  приготовлены в состоянии с ортогональной поляризацией,  $e_B \perp e_C$ , поэтому  $e_C = e_A$ .  $T_A, T_C$  — преобразователи поляризации,  $P_C$  — поляризационная призма,  $D_A, D_B, D_C$  — детекторы,  $CC$  — схема тройных совпадений,  $N_3$  — число тройных совпадений за некоторый интервал времени,  $x, y$  — индексы поляризации

онной призмы  $P_C$  в пучке  $C$ , трех фотодетекторов  $D_C$  и схемы тройных совпадений  $CC$ . Эксперимент [7] заключался в наблюдении зависимости числа тройных совпадений  $N_3$  (за некоторый фиксированный интервал времени) от параметров  $T_A$  и  $T_C$  и от временной задержки  $\tau$  в одном из трех каналов (при увеличении  $\tau$  видность поляризационной интерференции, как всегда, уменьшается). Таким образом, схема по существу представляет разновидность поляризационного интерферометра интенсивностей, работающего в режиме счета фотонов.

Наблюдаемая по схеме, изображенной на рисунке, трехфотонная интерференция должна обладать удивительным свойством: число совпадений  $N_3$  зависит от преобразователей  $T_A$  и  $T_C$  одинаковым образом — так, как будто они установлены последовательно в одном пучке или как будто поляризация фотона  $A$  на выходе  $T_A$  переносится на фотон  $C$  на входе  $T_C$ :  $e_A \rightarrow e_C$ . Иначе говоря, фаза и видность интерференции, наблюдаемой по тройным совпадениям, определяется произведением матриц Джонса  $T_C T_A$ . Если  $T_C$  совершает обратное к  $T_A$  преобразование ( $T_C T_A = 1$ ), то  $N_3$  не зависит ни от  $T_A$ , ни от  $T_C$ , видность интерференции равна нулю.

Детекторы  $D_{Cx}$ ,  $D_{Cy}$  и преобразователь  $T_C$  можно рассматривать как устройство для измерения поляризации  $C$ -фотонов, но никакой поляризации безусловные отсчеты в  $D_{Cj}$  не обнаруживают, так как  $C$ -фотоны не поляризованы. Однако условные отсчеты в  $D_{Cj}$ , т.е. происходящие одновременно с отсчетами в  $D_A$  и  $D_B$ , проявляют полную поляризацию. Например, по зависимости  $N_3$  от  $T_C$  можно измерить вектор поляризации  $A$ -фотонов  $e_A = (\alpha_x, \alpha_y)$  (или, эквивалентно, вектор Стокса  $\langle S_A \rangle$ ). Однако в 75% случаев оба фотона  $A$  и  $B$  попадают на один и тот же детектор  $D_A$  или  $D_B$ . Такие «неблагоприятные» события эффекта копирования поляризации не проявляют.

Фотоны  $B$  и  $C$  приготовлены в перепутанном (entangled) ЭПР-состоянии, дающем

полную корреляцию по поляризации. Средние частоты полей в пучках  $A$  и  $B$  должны быть одинаковыми (чтобы они могли интерферировать на светоделителе  $BS$ ), а частота поля в пучке  $C$  может быть любой. Все три фотона должны быть также коррелированы по моменту прихода на светоделитель с точностью, определяемой временем когерентности и разрешающим временем схемы совпадений [5]. В [7] для этого использовались четверки фотонов, излучаемые при параметрическом рассеянии типа II [10] во втором порядке по интенсивности накачки (один из четырех фотонов был лишним); при этом применялась накачка нелинейного кристалла короткими импульсами и дополнительная фильтрация спектра поля рассеяния для увеличения времени когерентности.

В настоящей работе проводится формальный анализ схемы, представленной на рисунке, и обращается внимание на то, что для демонстрации эффекта телепортации (вместо эффекта интерференции) необходимо заменить схему тройных совпадений на схему двойных совпадений и добавить в пучок  $C$  оптический затвор (модулятор). Затвор должен управляться схемой двойных совпадений в детекторах  $D_A$  и  $D_B$  и пропускать  $C$ -фотоны лишь при наступлении некоторого подмножества «благоприятных» событий в этих детекторах — одновременных отсчетов в  $D_A$  и  $D_B$ . Таким образом, телепортация — копирование поляризации  $A$ -фотонов — возможна лишь с помощью неунитарного преобразования поля  $C$ .

Предлагается также элементарная наглядная модель эффекта копирования поляризации и соответствующий классический аналог. Подчеркивается также, что при количественном расчете эффекта телепортации понятие редукции волновой функции является излишним — как, по-видимому, и при количественном описании всех известных наблюдавшихся до сих пор явлений квантовой физики (возможные исключения обсуждаются в [11]). Напомним в связи с этим, что критическое отношение к буквальному пониманию редукции как «реального» процесса, высказывалось неоднократно, см. [12–16].

В разд. 2 рассматривается наглядная модель и классический аналог эффекта. В разд. 3 проводится расчет действия схемы, изображенной на рисунке, и нескольких ее разновидностей в представлении Гейзенберга. В разд. 4 расчет кратко повторяется в представлении Шредингера, при этом анализируются некоторые методические моменты, связанные с переходом от одного представления к другому в задачах квантовой оптики. В разд. 5 сравниваются два возможных подхода к описанию и интерпретации эффекта — общепринятый [1–8] и предлагаемый в настоящей работе.

## 2. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МОДЕЛЬ ЭФФЕКТА И КЛАССИЧЕСКАЯ АНАЛОГИЯ

Эффект копирования поляризации  $e_A \rightarrow e_C$  имеет наглядное (но не строгое) объяснение, см. рисунок, позволяющее указать довольно близкий аналогичный классический эксперимент. Это объяснение является прямым следствием двух известных эффектов — антикорреляции фотонов с одинаковой поляризацией на выходе светоделителя и корреляции фотонов с ортогональной поляризацией типа ЭПР-Бомы. Действительно, регистрация двух фотонов в выходных пучках  $A'$  и  $B'$  (т.е. отсутствие антикорреляции фотонов) означает, что исходные фотоны в  $A$  и  $B$  не интерферировали на светоделителе и, следовательно, имели ортогональную поляризацию,  $e_A \perp e_B$ . Далее, поляризацию фотонов  $B$  и  $C$  можно считать ортогональной:  $e_B \perp e_C$ . Из  $e_A \perp e_B$  и  $e_B \perp e_C$  следует  $e_A = e_C$ .

Поясним подробнее этот вывод. Пусть поле в пучках  $B$  и  $C$  описывается состоянием [1]

$$|\psi\rangle_{BC} = (|B_x, C_y\rangle - |B_y, C_x\rangle) / \sqrt{2}. \quad (2.1)$$

Здесь  $|B_x, C_y\rangle \equiv |b_x^+ c_y^+|0\rangle$ ,  $b_x^+$  и  $c_y^+$  — операторы рождения фотонов в моде  $x$  пучка  $B$  и в моде  $y$  пучка  $C$ ,  $x$  и  $y$  — индексы двух произвольных ортогональных типов поляризации ( $e_j^* e_k = \delta_{jk}$ ).

Особенностью этого состояния является инвариантность его формы при произвольном преобразовании поляризационного базиса. Действительно, пусть

$$\begin{aligned} |B_x\rangle &= t^* |B_1\rangle - r |B_2\rangle, & |C_x\rangle &= t^* |C_1\rangle - r |C_2\rangle, \\ |B_y\rangle &= r^* |B_1\rangle + t |B_2\rangle, & |C_y\rangle &= r^* |C_1\rangle + t |C_2\rangle, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где 1, 2 — индексы нового базиса и коэффициенты преобразования  $t, r$  удовлетворяют условию  $|t|^2 + |r|^2 = 1$ . Подстановка (2.2) в (2.1) дает

$$|\psi\rangle_{BC} = (|B_1, C_2\rangle - |B_2, C_1\rangle) / \sqrt{2}.$$

Легко убедиться, что в состоянии (2.1) три компоненты векторов Стокса  $S_B$  и  $S_C$  имеют обратные знаки (независимо от базиса):

$$\langle \psi | S_{Bn} S_{Cn} | \psi \rangle = -1. \quad (2.3)$$

Здесь

$$S_{B1} \equiv b_x^+ b_x - b_y^+ b_y, \quad S_{B2} \equiv b_x^+ b_y + b_x b_y^+, \quad S_{B3} \equiv (b_x^+ b_y - b_x b_y^+) / i \quad (2.4)$$

и аналогично для  $S_{Cn}$ . В то же время  $\langle S_{Bn} \rangle = \langle S_{Cn} \rangle = 0$  — фотоны  $B$  и  $C$  полностью деполаризованы.

Для наглядности предположим, что все три фотона  $A, B$  и  $C$  имеют какие-то априорные поляризации  $e_Z$  и соответствующие им векторы Стокса  $S_Z$ , которые случайным образом изменяются от испытания к испытанию (сразу оговоримся, что это предположение несовместно с квантовой теорией, см. разд. 5). При этом свойство (2.3) можно интерпретировать как противоположность направлений векторов Стокса,  $S_C = -S_B$ , т. е. как ортогональность векторов поляризации,  $e_B \perp e_C$ . Выберем базис, в котором  $e_x = e_A$ , и примем в соответствии с (2.1), что имеются только две равновероятные возможности: или  $e_B = e_x = e_A$  и  $e_C = e_y$ , или  $e_B = e_y$  и  $e_C = e_x = e_A$ . Но в первом случае должен проявляться эффект антикорреляции отсчетов в детекторах  $D_A$  и  $D_B$ : оба фотона могут обнаруживаться только вместе — или оба в  $D_A$ , или в  $D_B$ , см. ниже (3.8). Это эффект антикорреляции фотонов (или двухфотонной интерференции), впервые наблюдавшийся в [17]; он имеет простой классический аналог — антикорреляцию флуктуаций интенсивностей на выходе светоделиителя в результате закона сохранения энергии [18]). Следовательно, при наблюдении отсчетов в обоих детекторах  $D_A$  и  $D_B$  имеет место последний случай, т. е.  $e_C = e_x = e_A$ , см. жирные линии на рисунке.

Рассмотрим аналогичный классический метод копирования поляризации с одного пучка света на другой без ее измерения. Пусть имеются три идеальных лазера  $A, B, C$ , дающие поляризованные пучки света, причем в лазерах  $A$  и  $B$  интенсивности  $I_0$  и частоты  $\omega_0$  одинаковы. В пучках  $B$  и  $C$  помещены преобразователи поляризации,

управляемые общим генератором случайных чисел, причем так, что всегда имеет место ортогональность:  $e_B(t) \perp e_C(t)$ . В результате точки, изображающие поляризацию на сфере Пуанкаре, равномерно ее покрывают, любая поляризация пучков  $B$  и  $C$  равновероятна, но их векторы Стокса всегда имеют обратные направления (т.е. имеется полная корреляция поляризаций). Мы получили аналог свойства (2.3) состояния (2.1) (при этом усреднение с помощью  $|\psi\rangle$  заменяется на классическое усреднение по времени или ансамблю).

Далее пучки  $A$  и  $B$  смешиваются на светоделителе, и интенсивности света  $I'_A(t)$  и  $I'_B(t)$  в выходных пучках  $A'$  и  $B'$  контролируются двумя аналоговыми детекторами. Из-за флуктуаций вектора  $e_B(t)$  интенсивности  $I'_A(t)$  и  $I'_B(t)$  также флуктуируют, причем всегда в противофазе, так как их суммарная интенсивность сохраняется,  $I'_A(t) + I'_B(t) = 2I_0$ . В моменты времени, когда  $I_A(t)$  равно  $I_B(t)$  (с некоторой заданной неточностью  $\Delta I/I_0$ ), пучки на входе светоделителя не интерферируют, следовательно, их поляризации ортогональны,  $e_A \perp e_B$ . Но при этом также и  $e_B \perp e_C$ , так что  $e_A = e_C$ . В эти моменты автоматически открывается затвор, перекрывающий пучок  $C$  в остальное время. В результате получаем импульсы света (со случайными интервалами и длительностью) с частотой  $\omega_C$  и поляризацией  $e_A$ . Существенным отличием этой модели от квантовой является ограниченная точность копирования, обратно пропорциональная  $\Delta I$  и относительному времени открытия затвора (т.е. эффективности). В квантовом варианте копирование в идеальном случае является точным.

### 3. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ГЕЙЗЕНБЕРГА

При использовании представления Шредингера полагается, что элементы оптического тракта изменяют волновую функцию исходного поля:  $\psi \rightarrow \psi' = U\psi$ . Здесь  $U$  — оператор эволюции поля, описывающий действие светоделителей, преобразователей поляризации и т.д. (без источников и детекторов); штрихами обозначаем величины, относящиеся к выходным модам тракта. Избыточность понятия редукции для расчета становится более очевидной при использовании эквивалентного представления Гейзенберга, когда действие схемы описывается изменением операторов поля:

$$a_k \rightarrow a'_k = U^+ a_k U.$$

Это преобразование можно также представить в виде

$$a'_k = \sum_m T_{km}^* a_m,$$

см. [18, 19]. Здесь  $T$  — феноменологическая матрица преобразования (спектральная функция Грина). С ее помощью можно найти линейные связи между выходными  $\mu'_n$  и входными  $\mu_n$  моментами одинакового порядка  $n$ , символически

$$\mu_n \rightarrow \mu'_n = T^n \mu_n.$$

В результате наблюдаемые на выходе моменты  $\mu'_n$  или связанные с ними вероятности  $p'$  определяются через  $T$  и начальный (входной) вектор состояния  $|\psi\rangle$  падающего на схему оптического поля. Связь между классической матрицей  $T$  и оператором эволюции  $U$  будет определена ниже, см. (4.6). Этот формализм применим и при наличии диссипации, когда матрица  $T$  не унитарна,  $T_{km} \neq T_{mk}^*$  [18, 19].

В радиотехнических терминах оптическая схема является многополюсником. Матрица  $T$  совпадает с аналогичной матрицей в классической оптике, поэтому описания линейного преобразования статистики поля оптической схемой в квантовой и классической теориях одинаковы, различия проявляется лишь в относительных значениях входных моментов. Таким образом, квантовая специфика, если таковая имеется, заложена уже в свойствах источника света, при этом оптическую схему вместе с детекторами можно рассматривать как измерительный аппарат для исследования статистики источника. Однако эта классификация теряет смысл в случае опто-электронных схем с прямой или обратной связью, использующих модуляторы света. Например, схема, изображенная на рисунке, при добавления в пучок  $C$  затвора, управляемого отсчетами в детекторах  $D_A$ ,  $D_B$ , превращается из измерительной в приготовительную.

Компоненты нашей схемы, включая детекторы, будем полагать идеальными. Реальные эксперименты следует описывать с помощью так называемых однофотонных волновых пакетов, т. е. квазистационарных состояний

$$|\psi(t)\rangle_1 = \int d\mathbf{k} f(\mathbf{k}) \exp(-i\omega_{\mathbf{k}}t) a_{\mathbf{k}}^+ |0\rangle,$$

однако для нашей цели достаточно ограничиться одномодовым приближением. Правда, при этом теряется возможность проследить за последовательностью событий во времени, однако многомодовое описание [5] лишь подтверждает выполнение требований специальной теории относительности и позволяет сформулировать требования к степени одновременности излучения трех фотонов (волновые пакеты на светоделителе должны перекрываться). Отметим, что именно генерация трехфотонного света (в отличие от использованного в [8] двухфотонного) представляет основную трудность при реализации экспериментов типа [7].

Детекторы — счетчики фотонов — расположены в выходных модах после светоделителя  $BS$  и преобразователя поляризации  $T_C$ . С их помощью можно измерить вероятности  $p'(n_1, n_2, \dots) = p'(\{n_k\})$  нахождения определенных чисел фотонов  $\{n_k\}$  в выходных модах. Обозначим соответствующие фоковские состояния для выходных мод символом  $|\dots\rangle$ :

$$|n_1, n_2, \dots\rangle \equiv |n_1\rangle \otimes |n_2\rangle \dots \equiv (n_1!n_2!\dots)^{-1/2} (a_1^+)^{n_1} (a_2^+)^{n_2} \dots |0\rangle. \quad (3.1)$$

Вакуумные векторы обоих базисов будем полагать тождественными:  $|0\rangle \equiv |0\rangle$ . Матрица  $T$  определяет связь двух базисов, например,  ${}_m\langle 1|1\rangle_k = T_{km}$ . Это следует из

$$|1\rangle_k \equiv a_k^+ |0\rangle = \sum_m T_{km} a_m^+ |0\rangle = \sum_m T_{km} |1\rangle_m. \quad (3.2)$$

Согласно постулату Борна вероятность  $p' = |q'|^2$  определяется внутренним произведением  $q'$  соответствующего фоковского бра-вектора  $(n_1, n_2, \dots |$  на исходный кет-вектор поля  $|\psi\rangle$ :

$$q'(n_1, n_2, \dots) = (n_1, n_2, \dots | \psi) = (n_1!n_2!\dots)^{-1/2} \langle 0 | a_1'^{n_1} a_2'^{n_2} \dots | \psi \rangle. \quad (3.3)$$

В дальнейшем штрихи у  $p$  и  $q$ , напоминающие, что детекторы расположены в выходных пучках, опускаются. Все операторы  $a_k'$  в (3.3) коммутируют и порядок их написания не играет роли.

Предположим, что в пучки  $A'$  и  $B'$  после светоделителя (см. рисунок) для полноты анализа добавлены поляризационные призмы  $P_A, P_B$  и, соответственно, еще по одному детектору. Обозначим и упорядочим шесть рассматриваемых мод следующим образом:  $A_x, A_y, B_x, B_y, C_x, C_y$ . Например,  $p(100110) \equiv p(A_x, B_y, C_x)$ . Здесь  $x, y$  — индексы двух произвольных ортогональных типов поляризации; можно, в частности, выбрать  $e_x \equiv e_A$ .

В случае однофотонных состояний вероятности совпадают с соответствующими моментами, например,

$$p(A_x, B_y, C_x) = \langle \psi | N'_{A_x} N'_{B_y} N'_{C_x} | \psi \rangle = |\langle 0 | a'_x b'_y c'_x | \psi \rangle|^2.$$

Здесь  $a'_i, b'_j, c'_k$  — операторы уничтожения фотонов в соответствующих выходных модах и  $N'_j \equiv a'^{\dagger}_j a'_j$ . Действительно, замена

$$a^+ a \rightarrow a^+ I a = a^+ (|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2| + \dots) a$$

дает

$$\langle N \rangle = \langle 1 | a^+ a | 1 \rangle = \langle 1 | a^+ | 0 \rangle \langle 0 | a | 1 \rangle = |\langle 0 | a | 1 \rangle|^2.$$

Матрица  $T$  нашей оптической схемы (см. рисунок) (без учета  $T_A$ ) определяется следующими унитарными связями:

$$\begin{aligned} a'_j &= (a_j + b_j)/\sqrt{2}, & c'_x &= t_C^* c_x + r_C^* c_y, \\ b'_j &= (-a_j + b_j)/\sqrt{2}, & c'_y &= -r_C c_x + t_C c_y, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где  $t_C$  и  $r_C$  — элементы (классической) матрицы Джонса  $T_C$  преобразователя  $T_C$  ( $|t_C|^2 + |r_C|^2 = 1$ ). Подстановка (3.4) в (3.3) дает амплитуды вероятностей всех наблюдаемых в эксперименте элементарных событий ( $n_1, \dots, n_6$ ); все они удовлетворяют ограничению  $\sum n_i = 3$ .

Например, амплитуда вероятности регистрации по одному фотону в выходных модах  $A_x, B_y, C_x$  равна

$$q(A_x, B_y, C_x) = \langle 0 | (a_x + b_x)(-a_y + b_y)(t_C^* c_x + r_C^* c_y) | \psi \rangle / 2. \quad (3.5)$$

Обсуждаемый эффект имеет место при условии, что здесь из восьми матричных элементов лишь два отличны от нуля. Пусть в каждом пучке на входе имеется по одному фотону, тогда

$$\langle 0 | a_x a_y c_j | \psi \rangle = \langle 0 | b_x b_y c_j | \psi \rangle = 0.$$

Пусть также

$$\langle 0 | (a_x b_y c_y) | \psi \rangle = \langle 0 | a_y b_x c_x | \psi \rangle = 0,$$

тогда (3.5) принимает вид

$$q(A_x, B_y, C_x) = \langle 0 | (t_C^* a_x b_y c_x - r_C^* a_y b_x c_y) | \psi \rangle / 2. \quad (3.6)$$

Согласно этому выражению преобразователь  $T_C$  действует одинаковым образом на поляризацию фотонов в пучках  $A$  и  $C$ .

С другой стороны, амплитуда вероятности регистрации двух фотонов в одной выходной моде  $|A_x\rangle$  и одного фотона в  $|C_x\rangle$  при тех же условиях равна

$$q(2A_x, C_x) = (2A_x, C_x|\psi) = \langle 0|(a'_x)^2 c'_x|\psi\rangle/\sqrt{2} = \langle 0|(a_x+b_x)^2(t_C^*c_x+r_C^*c_y)|\psi\rangle/2\sqrt{2} = \langle 0|a_x b_x(t_C^*c_x+r_C^*c_y)|\psi\rangle/\sqrt{2} = \langle 0|r_C^*a_x b_x c_y|\psi\rangle/\sqrt{2}. \quad (3.7)$$

Эти события не зависят от  $t_C$ , т.е. не проявляют нужного эффекта, что приводит к необходимости их исключения с помощью схемы совпадения или затвора.

Отметим, что совпадения  $(A_x, B_x, *)$  или  $(A_y, B_y, *)$  не происходят: оператор

$$a'_j b'_j = (a_j + b_j)(-a_j + b_j) = b_j^2 - a_j^2, \quad (3.8)$$

действуя на однофотонные состояния  $|A_j, B_j\rangle$ , дает нуль. Это опять проявление эффекта антикорреляции фотонов [17, 18].

Конкретизируем теперь входное состояние. Пусть [1]

$$|\psi\rangle = |\psi\rangle_A |\psi\rangle_{BC} = [\alpha_x |A_x\rangle + \alpha_y |A_y\rangle] [|B_x, C_y\rangle - |B_y, C_x\rangle] / \sqrt{2}. \quad (3.9)$$

Это состояние обладает нужными свойствами:

$$b_x c_y |\psi\rangle_{BC} = -b_y c_x |\psi\rangle_{BC} = |0\rangle_{BC}, \quad b_x c_x |\psi\rangle_{BC} = b_y c_y |\psi\rangle_{BC} = 0.$$

Отсюда с помощью (3.5) и аналогичных выражений находим

$$\begin{aligned} q(A_y, B_x, C_x) &= -q(A_x, B_y, C_x) = (t_C^* \alpha_x + r_C^* \alpha_y) / \sqrt{8}, \\ q(A_x, A_y, C_x) &= -q(B_x, B_y, C_x) = (-t_C^* \alpha_x + r_C^* \alpha_y) / \sqrt{8}, \\ q(2A_x, C_x) &= -q(2B_x, C_x) = r_C^* \alpha_x / 2, \\ q(2B_y, C_x) &= -q(2A_y, C_x) = t_C^* \alpha_y / 2. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Амплитуды вида  $q(*, *, C_y)$  согласно (3.4) находятся заменой  $t_C^* \rightarrow -r_C, r_C^* \rightarrow t_C$ , при этом

$$p(*, *, C_x) + p(*, *, C_y) = 1.$$

Из (3.10) получаем вероятности всех 16 наблюдаемых событий:

$$p(A_x, B_y, C_x) = p(A_y, B_x, C_x) = [ |t_C \alpha_x|^2 + |r_C \alpha_y|^2 + 2 \operatorname{Re}(t_C r_C^* \alpha_x^* \alpha_y) ] / 8, \quad (3.11)$$

$$p(A_x, B_y, C_y) = p(A_y, B_x, C_y) = [ |r_C \alpha_x|^2 + |t_C \alpha_y|^2 - 2 \operatorname{Re}(t_C r_C^* \alpha_x^* \alpha_y) ] / 8,$$

$$p(A_x, A_y, C_x) = p(B_x, B_y, C_x) = [ |t_C \alpha_x|^2 + |r_C \alpha_y|^2 - 2 \operatorname{Re}(t_C r_C^* \alpha_x^* \alpha_y) ] / 8, \quad (3.12)$$

$$p(A_x, A_y, C_y) = p(B_x, B_y, C_y) = [ |r_C \alpha_x|^2 + |t_C \alpha_y|^2 + 2 \operatorname{Re}(t_C r_C^* \alpha_x^* \alpha_y) ] / 8,$$

$$p(2A_x, C_x) = p(2B_x, C_x) = |r_C \alpha_x|^2 / 4,$$

$$p(2A_x, C_y) = p(2B_x, C_y) = |t_C \alpha_x|^2 / 4,$$

$$p(2A_y, C_x) = p(2B_y, C_x) = |t_C \alpha_y|^2 / 4,$$

$$p(2A_y, C_y) = p(2B_y, C_y) = |r_C \alpha_y|^2 / 4. \quad (3.13)$$



Сумма всех элементарных вероятностей вида  $p(*, *, C_x)$  определяет маргинальную вероятность регистрации  $C_x$ -фотона (при отсутствии модуляторов):

$$p(C_x) = \langle N'_{C_x} \rangle = 2 [p(A_x, B_y, C_x) + p(A_x, A_y, C_x) + p(2A_y, C_x) + p(2B_x, C_x)] = \\ = (|t_C \alpha_x|^2 + |r_C \alpha_y|^2 + |r_C \alpha_x|^2 + |t_C \alpha_y|^2) / 2 = 1/2. \quad (3.14)$$

Аналогично,  $p(C_y) = 1/2$ , т. е.  $C$ -фотоны, как и следовало ожидать, остаются полностью деполаризованными, преобразователи  $T_A$  и  $T_C$  никак не влияют на безусловные отсчеты в детекторах  $D_{Cj}$  пучка  $C$ .

Однако условные отсчеты в  $D_{Cj}$  обнаруживают определенную поляризацию. Согласно (3.11) преобразователь  $T_C$  действует на четыре события  $p(A_x, B_y, *)$  и  $p(A_y, B_x, *)$  (происходящие в  $1/4$  всех испытаний) точно так, как будто он находится в пучке  $A$  на входе системы после  $T_A$ . Совместное действие  $T_A$  и  $T_C$  на эти события описывается произведением матриц Джонса  $T_C T_A$ . В этом и заключается операциональное определение наблюдавшегося в [7] эффекта. Многократно повторяя процедуру при различных  $T_C$ , можно измерить поляризацию  $A$ -фотонов  $e_A$ , задаваемую их источником и преобразователем  $T_A$ .

Можно сделать зависимости еще четырех событий  $p(A_x, A_y, *)$  и  $p(B_x, B_y, *)$  от  $T_A$  и  $T_C$  такими же. Для этого при наступлении этих событий надо в соответствии с (3.12) включать перед  $T_C$  дополнительный управляемый преобразователь  $T'_C$  с матрицей Джонса, равной  $\sigma_z$  (что эквивалентно изменению знака  $\alpha_y$ ) [1]. Такое устройство «исправляет» поляризацию  $C$ -фотонов в случаях (3.12), увеличивая долю благоприятных событий с  $1/4$  до  $1/2$ .

В то же время 8 событий (3.13) с попаданием двух фотонов на один детектор (происходящих в 50% всех испытаний) не проявляют эффекта копирования поляризации. Влияние таких событий можно исключить с помощью оптического затвора, открывающегося автоматически лишь при наступлении «благоприятных» событий (3.11) (и (3.12) при наличии  $T'_C$ ). Затвор необходим также и для перекрытия пучка  $C$  при отсутствии отсчетов в обоих детекторах  $D_A$  и  $D_B$  за счет их неидеальности или потерь в тракте. Конечно, в пучок  $C$  перед затвором должна быть введена соответствующая задержка.

Затвор по существу заменяет схему тройных совпадений. Все прошедшие через затвор и преобразователь  $T'_C$  фотоны будут иметь поляризацию, совпадающую с поляризацией  $A$ -фотонов, происходит копирование  $e_A \rightarrow e_C$ . При этом устройство фактически будет приготавливать в пучке  $C$  одиночные фотоны с известными (но случайными) моментами рождения и неизвестной поляризацией, повторяющей поляризацию  $A$ -фотонов. Анализатор поляризации  $C$ -фотонов — призма  $P_C$  и детекторы  $D_{Cj}$  — теперь автономны, он может находиться на сколь угодно большом расстоянии вдоль пучка  $C$ .

Найдем параметры Стокса ( $S_{Cn}$ ) и степень поляризации пучка  $C$  при использовании управляемого преобразователя  $T'_C$ , но без затвора, исключая события (3.13). С учетом изменения знака у  $\alpha_y$  в (3.12) имеем

$$p(C_x) = 4p(A_x, B_y, C_x) + 2p(2B_x, C_x) + 2p(2A_y, C_x). \quad (3.15)$$

Теперь из (3.11)–(3.13) вместо (3.14) следует

$$p(C_x) = \frac{1}{2} [1 + 2 \operatorname{Re}(t_C r_C^* \alpha_x^* \alpha_y)], \\ p(C_y) = \frac{1}{2} [1 - 2 \operatorname{Re}(t_C r_C^* \alpha_x^* \alpha_y)]. \quad (3.16)$$

Для определения параметров Стокса  $\langle S_{C1} \rangle$ ,  $\langle S_{C2} \rangle$ ,  $\langle S_{C3} \rangle$  надо измерить разность

$$p(C_x) - p(C_y) = 2 \operatorname{Re}(t_C r_C^* \alpha_x^* \alpha_y) \quad (3.17)$$

при, соответственно,

$$1) t_C = 1, \quad r_C = 0; \quad 2) t_C = r_C = 1/\sqrt{2}; \quad 3) t_C = 1/\sqrt{2}, \quad r_C = i/\sqrt{2}.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \langle S_{C1} \rangle &= 0, \\ \langle S_{C2} \rangle &= \operatorname{Re}(\alpha_x^* \alpha_y) = \frac{1}{2} \langle S_{A2} \rangle, \\ \langle S_{C3} \rangle &= \operatorname{Im}(\alpha_x^* \alpha_y) = \frac{1}{2} \langle S_{A3} \rangle. \end{aligned} \quad (3.18)$$

С учетом

$$\langle S_{C0} \rangle = p(C_x) + p(C_y) = 1$$

находим степень поляризации пучка  $C$ :

$$P_C \equiv (\langle S_{C1} \rangle^2 + \langle S_{C2} \rangle^2 + \langle S_{C3} \rangle^2)^{1/2} / \langle S_{C0} \rangle = |\alpha_x^* \alpha_y| = \frac{1}{2} \sin \theta_A, \quad (3.19)$$

где  $\theta_A \equiv 2 \arctg |\alpha_y / \alpha_x|$  — полярный угол точки, отображающей состояние фотона  $A$  на сферу Пуанкаре. Например, при линейной поляризации  $A$ -фотонов  $\theta_A = \pi/2$  и  $P_C = 1/2$ , а при круговой  $\theta_A = 0$  или  $\pi$  и  $P_C = 0$ . Таким образом, даже в случае идеальных элементов тракта и детекторов для точного копирования поляризации  $A$ -фотона недостаточно управляемого унитарного преобразователя  $T'_C$ , дающего при двойных совпадениях  $(A_x, A_y)$  или  $(B_x, B_y)$  преобразование  $e'_C = \sigma_z e_C$ , необходим еще затвор, поглощающий  $C$ -фотоны при событиях  $(2A_x)$ ,  $(2A_y)$ ,  $(2B_x)$  и  $(2B_y)$ .

Возможен другой вариант перемешивания и анализа пучков  $A$  и  $B$ , когда поляризационные призмы располагаются не после светоделителя  $BS$ , а перед ним. При этом можно использовать два независимых светоделителя, перемешивающих пучки  $A_x - B_x$  и  $A_y - B_y$  или  $A_x - B_y$  и  $A_y - B_x$ , и по два детектора на выходах светоделителей [2]. Однако, как легко убедиться, повторяя проведенный выше расчет, при этом опять события с попаданием двух фотонов на один детектор делают необходимым использование затвора, см. (3.7), и ограничивают максимальную эффективность схемы величиной  $1/2$ .

Рассмотрим теперь упрощенный вариант эксперимента, изображенный на рисунке, в котором поляризационные призмы  $P_A$ ,  $P_B$  вообще отсутствуют и в выходных пучках  $A$  и  $B$  имеется только по одному детектору (этот вариант использовался в экспериментах [7]). При этом нет возможности использовать корректирующее унитарное преобразование  $T'_C$ . Согласно (3.11)–(3.13) вероятность обнаружения одного фотона в пучке  $A$  и одного в  $B$  независимо от их поляризации, а также третьего фотона в моде  $C_x$ , равна

$$p(A, B, C_x) = 2p(A_x, B_y, C_x) = [ |t_C \alpha_x|^2 + |r_C \alpha_y|^2 + 2 \operatorname{Re}(t_C r_C^* \alpha_x^* \alpha_y) ] / 4. \quad (3.20)$$

Эти события проявляют эффект копирования — в отличие от событий с попаданием двух фотонов в один выходной пучок  $A$  или  $B$ , имеющих вероятность

$$p(2A, C_x) = p(2B, C_x) = 2 [p(2A_x, C_x) + p(2A_y, C_x) + p(A_x, A_y, C_x)] = \\ = [1 + |r_C \alpha_x|^2 + |t_C \alpha_y|^2 - 2 \operatorname{Re}(t_C r_C^* \alpha_x^* \alpha_y)] / 4. \quad (3.21)$$

Для их исключения опять необходим затвор. Максимальная доля благоприятных событий теперь равна

$$p(A, B, C_x) + p(A, B, C_y) = 1/4.$$

Таким образом, рассмотренная выше схема с дополнительным анализом поляризации пучков  $A$  и  $B$  и использованием модулятора  $T'_C$  позволяет увеличить максимальную эффективность копирования с  $1/4$  до  $1/2$ .

В случае идеальных счетчиков фотонов возможен еще более простой вариант, когда на выходе светоделителя имеется единственный детектор. Два фотона из пучков  $A$  и  $B$  после светоделителя могут или оба попасть в выходной канал  $A$ , или оба в  $B$ , или распределиться по одному в  $A$  и  $B$  (см. рисунок). Обнаружение ровно одного фотона в  $A$  означает, что произошло последнее событие. Его вероятность определена в (3.20):

$$p(A, C_j) = p(A, B, C_j).$$

#### 4. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА

Для перехода к представлению Шредингера надо представить исходное состояние (3.9) в базисе выходных мод (3.1). В общем случае произвольное исходное состояние поля можно представить в виде  $|\psi\rangle = F(\mathbf{a}^+) |0\rangle$ , где  $F(\mathbf{x})$  — некоторая аналитическая функция и операторы  $\mathbf{a} \equiv (a_1, a_2, \dots)$  относятся к входным модам тракта. Операторы на выходе тракта определим с помощью унитарной матрицы преобразования:

$$\mathbf{a}'^+ = T \mathbf{a}^+ \quad (T T^+ = I).$$

Подставив обратное преобразование

$$\mathbf{a}^+ = T^{-1} \mathbf{a}'^+ = T^+ \mathbf{a}'^+$$

в функцию  $F(\mathbf{a}^+)$ , находим состояние поля в базисе фоковских состояний выходных мод, определенных в (3.1):

$$|\psi\rangle = F(\mathbf{a}^+) |0\rangle = F(T^{-1} \mathbf{a}'^+) |0\rangle. \quad (4.1)$$

В рассматриваемом случае вид функции  $F(\mathbf{a}^+)$  определяется из (3.9):

$$|\psi\rangle = 2^{-1/2} (\alpha_x a_x^+ + \alpha_y a_y^+) (b_x^+ c_y^+ - b_y^+ c_x^+) |0\rangle. \quad (4.2)$$

Обращение связей (3.4) дает

$$a_j^+ = (a'_j{}^+ - b'_j{}^+) / \sqrt{2}, \quad c_x^+ = t_C^* c'_x{}^+ - r_C c'_y{}^+, \\ b_j^+ = (a'_j{}^+ + b'_j{}^+) / \sqrt{2}, \quad c_y^+ = r_C^* c'_x{}^+ + t_C c'_y{}^+ \quad (4.3)$$

( $j = x, y$ ). Подставив эти выражения в (4.2), находим состояние поля на выходе схемы  $|\psi\rangle$  в виде суперпозиции фоковских состояний выходных мод  $|n_j\rangle$ . Пусть для простоты  $T_C = 1$ , тогда

$$|\psi\rangle = \left\{ [|A_y, B_x] - |A_x, B_y] [\alpha_x|C_x] + \alpha_y|C_y] + [|B_x, B_y] - |A_x, A_y] [\alpha_x|C_x] - \alpha_y|C_y] + \sqrt{2} [|2B_y] - |2A_y] \alpha_y|C_x] + \sqrt{2} [|2A_x] - |2B_x] \alpha_x|C_y] \right\} / \sqrt{8}. \quad (4.4)$$

Здесь  $|2A_x\rangle = (a_x^+)^2|0\rangle/\sqrt{2}$  — состояние с двумя фотонами в выходной моде  $A_x$ .

В эксперименте измеряются вероятности  $p(n_1, n_2, \dots) = p\{n_k\}$  регистрации определенных наборов чисел фотонов  $\{n_k\}$  в выходных модах. Согласно постулату Борна (3.3) амплитуда  $q(n_1, n_2, \dots)$  вероятности этих событий равна произведению бра-вектора  $\langle n_1, n_2, \dots |$  на кет-вектор (4.4). Например,

$$q(A_y, B_x, C_x) = \langle A_y, B_x, C_x | \psi \rangle = \alpha_x / \sqrt{8}.$$

Для рассмотрения зависимости  $q(A_y, B_x, C_j)$  от  $T_A$  и  $T_C$  удобно сначала найти проекцию  $|\psi\rangle$  на подпространство, описывающее регистрацию фотонов только в модах  $A_y$  и  $B_x$ :

$$\langle A_y, B_x | \psi \rangle = [\alpha_x|C_x] + \alpha_y|C_y] / \sqrt{8} \equiv |\psi\rangle_{C\text{ eff}} / \sqrt{8}. \quad (4.5)$$

Эта величина является ненормированным вектором в пространстве  $C$ . Здесь введен также нормированный эффективный вектор  $|\psi\rangle_{C\text{ eff}}$  для поля  $C$ , который описывает влияние  $T_A$  и  $T_C$  на вероятность подмножества событий  $(A_y, B_x) \equiv (0110 **)$ . Вектор  $|\psi\rangle_{C\text{ eff}}$  совпадает по форме с исходным вектором состояния  $|\psi\rangle_A$  для пучка  $A$ , поэтому преобразователи  $T_A$  и  $T_C$  влияют на  $p(A_y, B_x, C_x)$  одинаковым образом.

В то же время, согласно (4.4), события  $(A_x, A_y)$  и  $(B_x, B_y)$  дают эффективный вектор  $\alpha_x|C_x] - \alpha_y|C_y]$  с неправильным знаком  $\alpha_y$  (что можно исправить преобразованием  $T'_C = \sigma_z [1]$ ), а события  $(2A_j)$  и  $(2B_j)$  вообще не проявляют эффекта копирования.

Выше мы полагали, что (3.9) и (4.4) — один и тот же вектор  $|\psi\rangle$ , представленный в разных базисах  $|n\rangle$  и  $|\bar{n}\rangle$ . Это — так называемая пассивная точка зрения на преобразование векторного пространства. С активной точки зрения имеется лишь один базис,  $|n\rangle \equiv |\bar{n}\rangle$ , и при распространении поля вдоль тракта (или с ходом времени) его вектор состояния изменяется под действием оператора эволюции,  $|\psi\rangle \rightarrow |\psi'\rangle = U|\psi\rangle$  (здесь  $|\psi'\rangle$  совпадает с правой частью (4.4) при замене  $|n\rangle$  на  $|\bar{n}\rangle$ ). Выразим действие оператора эволюции  $U$  на  $|\psi\rangle$  через матрицу преобразования  $T$ . Для этого сделаем в  $|\psi\rangle = F(\mathbf{a}^+)|0\rangle$  замену

$$|0\rangle \rightarrow U^+U|0\rangle = U^+|0\rangle$$

(последнее равенство предполагает отсутствие в схеме внешних сил, порождающих фотоны из вакуума). Теперь

$$|\psi'\rangle = UF(\mathbf{a}^+)U^+|0\rangle = F(U\mathbf{a}^+U^+)|0\rangle.$$

Оператор  $U\mathbf{a}^+U^+$  с помощью связи  $T\mathbf{a}^+ = U^+\mathbf{a}^+U$  можно преобразовать следующим образом:

$$U\mathbf{a}^+U^+ = U [T^{-1}(U^+\mathbf{a}^+U)] U^+ = T^{-1}\mathbf{a}^+.$$

В результате

$$|\psi'\rangle = U|\psi\rangle = F(T^{-1}\mathbf{a}^+)|0\rangle. \quad (4.6)$$

Это выражение совпадает с (4.1) при замене  $\mathbf{a}^+ \rightarrow \mathbf{a}'^+$ . Наблюдаемые на выходе средние от произвольного оператора  $G(\mathbf{a})$  в представлениях Шредингера или Гейзенберга вычисляются по формулам

$$\langle G(\mathbf{a}) \rangle = \langle \psi | G(\mathbf{a}) | \psi \rangle = \langle \psi | G(\mathbf{a}') | \psi \rangle. \quad (4.7)$$

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ

Возможны два основных подхода к объяснению и к интерпретации обсуждаемого эффекта, которые назовем «метафизическим» и «минимальным».

1. Обычно полагается [1, 2, 5, 7], что в ходе эксперимента можно с помощью наблюдения над фотонами  $A$  и  $B$  измерить некоторый «белловский» оператор, имеющий следующие четыре собственных вектора:

$$|\Psi^{\pm}\rangle_{AB} = 2^{-1/2} [|A_x, B_y\rangle \pm |A_y, B_x\rangle], \quad |\Phi^{\pm}\rangle_{AB} = 2^{-1/2} [|A_x, B_x\rangle \pm |A_y, B_y\rangle]. \quad (5.1)$$

Обратное преобразование позволяет выразить фоковские состояния с одним фотоном в каждой моде через белловские:

$$\begin{aligned} |A_x, B_y\rangle &= [|\Psi^{(+)}\rangle_{AB} + |\Psi^{(-)}\rangle_{AB}] / \sqrt{2}, & |A_x, B_x\rangle &= [|\Phi^{(+)}\rangle_{AB} + |\Phi^{(-)}\rangle_{AB}] / \sqrt{2}, \\ |A_y, B_x\rangle &= [|\Psi^{(+)}\rangle_{AB} - |\Psi^{(-)}\rangle_{AB}] / \sqrt{2}, & |A_y, B_y\rangle &= [|\Phi^{(+)}\rangle_{AB} - |\Phi^{(-)}\rangle_{AB}] / \sqrt{2}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Подставив эти выражения в исходный вектор состояния (3.9), который можно представить в виде  $|\psi\rangle = |\psi\rangle_A |\Psi^{(-)}\rangle_{BC}$ , получим следующее разложение по белловскому базису для пучков  $A, B$  [1]:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \frac{1}{2} \{ |\Psi^{(-)}\rangle_{AB} [-\alpha_x |C_x\rangle - \alpha_y |C_y\rangle] + |\Psi^{(+)}\rangle_{AB} [-\alpha_x |C_x\rangle + \alpha_y |C_y\rangle] + \\ &+ |\Phi^{(-)}\rangle_{AB} [\alpha_y |C_x\rangle + \alpha_x |C_y\rangle] + |\Phi^{(+)}\rangle_{AB} [-\alpha_y |C_x\rangle + \alpha_x |C_y\rangle] \}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Согласно редукционной гипотезе в результате такого измерения белловского оператора исходное трехфотонное состояние  $|\psi\rangle$  проектируется на один из четырех векторов  $|\Psi^{\pm}\rangle_{AB}, |\Phi^{\pm}\rangle_{AB}$ . При этом в соответствии с (5.3)  $|\psi\rangle$  коллапсирует к одному из состояний (ср. (4.4), (4.5))

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{C1} &= -\alpha_x |C_x\rangle - \alpha_y |C_y\rangle, & |\psi\rangle_{C2} &= -\alpha_x |C_x\rangle + \alpha_y |C_y\rangle, \\ |\psi\rangle_{C3} &= \alpha_y |C_x\rangle + \alpha_x |C_y\rangle, & |\psi\rangle_{C4} &= -\alpha_y |C_x\rangle + \alpha_x |C_y\rangle, \end{aligned} \quad (5.4)$$

причем номер  $n$  состояния  $|\psi\rangle_{Cn}$  известен. Таким образом, акт измерения белловского оператора вызывает мгновенную редукцию исходного трехфотонного состояния к одному из однофотонных состояний:  $|\psi\rangle_{ABC} \rightarrow |\psi\rangle_{Cn}$ , при этом вектор поляризации  $C$ -фотона  $\mathbf{e}_{Cn}$  приобретает компоненты  $(\pm\alpha_x, \pm\alpha_y)$ . Поле или детекторы в пучке  $C$  «узнают» об этом за счет неизвестных сверхсветовых взаимодействий, реализующих «квантовую нелокальность».

Классическая информация о номере  $n = 1-4$  состояния  $|\psi\rangle_{Cn}$  может быть использована для автоматического «исправления» поляризации  $C$ -фотонов с помощью преобразователя поляризации  $T'_C$ , который имеет матрицу Джонса  $T_n$ , равную  $I, \sigma_z, \sigma_x$  или  $-i\sigma_y$ . При этом

$$\mathbf{e}_{Cn} \rightarrow T_n \mathbf{e}_{Cn} = \mathbf{e}_{C1} = \mathbf{e}_A.$$

В результате информация о поляризации  $A$ -фотона  $\epsilon_A$  мгновенно переносится на фотон  $C$ , как бы далеко тот не находился [7].

При этом подходе постулат Борна (3.3) искусственно разбивается на два последовательных этапа (ср. (4.5)) и математической процедуре проектирования на некоторое подпространство ставится в соответствие «реальное» событие — мгновенная редукция. Возможность попадания обоих фотонов  $A, B$  в одну моду и необходимость использования затвора в цитированных работах не упоминаются.

2. Второй подход к описанию эффекта основан на стандартном расчете (см. [18]) действия конкретной оптической схемы (светоделителей и трансформаторов поляризации) на операторы (разд. 3) или волновую функцию (разд. 4) поля и вычисления реально измеряемых величин — вероятностей (см. [18]). Согласно постулату Борна (3.3) и теории фотодетектирования вероятности всех событий, наблюдаемых с помощью счетчиков фотонов  $D_A, D_B$ , определяются проекциями  $|\psi\rangle$  на фокковские состояния выходных мод  $|A_j, B_k\rangle, |2A_j\rangle, |2B_k\rangle$ . Эти состояния, представленные с помощью матрицы преобразования в базисе входных мод  $|\dots\rangle$ , см. (3.2), отличаются от белловских состояний (5.1) дополнительными компонентами, так что белловские состояния не соответствуют реальным наблюдениям (по крайней мере, в схеме эксперимента [7]).

Найденный выше в однофотонном приближении набор элементарных вероятностей (3.11)–(3.13) для всевозможных комбинаций показаний счетчиков фотонов описывает основные особенности наблюдаемых явлений. Этот подход дает также возможность наглядного описания эффекта в терминах априорной поляризации и корреляции фотонов (см. разд. 2).

В рамках «минимальной» интерпретации эффект рассматривается как проявление квантовой корреляции между тремя пучками света, которая не нуждается в «объяснении» с помощью введенной *ad hoc* таинственной «квантовой нелокальности», подразумевающей весьма специфическую взаимосвязь удаленных приборов подобную телепатии. Напомним, что аналогичные управляемые корреляции возможны и в классических моделях, причем их отличие от квантовых корреляций типа ЭПР-Боба имеет довольно тонкий характер, см. [20].

Более последовательной представляется концепция «неколмогоровости» квантовой механики [21], которая формулирует единым образом общую особенность квантовых вероятностных моделей: отсутствие элементарных совместных вероятностей для некоммутирующих наблюдаемых при наличии маргинальных вероятностей [20, 21]. Например, можно измерить или рассчитать три вероятности  $p_m(s_m)$  для операторов Стокса  $S_m$  плоской волны ( $m = 1, 2, 3$ ). В случае однофотонного состояния

$$s_m = \pm 1, \quad p_m(\pm 1) = (1 \pm \langle S_m \rangle) / 2.$$

Однако нельзя ни измерить, ни рассчитать совместное распределение  $p(s_1, s_2, s_3) \geq 0$ , определяющее согласно аксиоме аддитивности Колмогорова маргинальные распределения:

$$p_1(s_1) = \sum_{s_2, s_3} p(s_1, s_2, s_3).$$

Следовательно, квантовые модели, описывающие эксперименты с одиночными фотонами (или частицами со спином  $1/2$ ), «неколмогоровы», и приписывание фотону в отдельном испытании набора определенных априорных свойств  $\{s_k\}$  (т. е. вектора поляризации  $\epsilon$ ) согласно традициям «наивного реализма» не имеет смысла.

Аналогичное заключение о неколмогоровости в случае двух или большего числа фотонов (или других систем), принадлежащих нескольким различным пучкам и описываемых, в частности, ЭПР-состояниями типа (2.1), дает единый подход к разрешению ряда квантовых парадоксов и «минимальное» их разрешение, см. [21]. Такой подход кажется разумной альтернативой апелляции к нелокальности, поскольку охватывает сразу несколько закономерностей — отсутствие совместных распределений для некокоммутирующих операторов (с чем физики давно смирились с помощью термина «дуализм»), нарушение неравенств Белла и другие проявления «квантовой нелокальности» (напомним, что простейшее доказательство неравенств Белла базируется на существовании совместного распределения для четырех наблюдаемых — типа двух параметров Стокса для двух фотонов, см. [20, 21]). Отсутствие неотрицательных совместных распределений следует также непосредственно из свойств наборов квантовых моментов для некоторых состояний (независимо от критериев типа нарушений неравенств Белла), т. е. квантовая проблема моментов не всегда имеет решения [20, 21].

При использовании схемы совпадений (вместо затвора), см. рисунок, последовательность регистрации событий во времени в трех детекторах роли не играет. Детекторы в трех пучках равноправны и разделение факта появления отсчетов в них на два этапа — сначала появление двух отсчетов в  $D_A$  и  $D_B$  вызывает редукцию волновой функции, которая затем влияет за счет квантовой нелокальности на поведение третьего детектора — не оправдано ни последовательной теорией, ни экспериментом. С таким же правом можно полагать, что редукция происходит сначала в детекторах  $D_C$  (при отсутствии затвора они могут находиться ближе к источнику трехфотонного света, чем детекторы  $D_A$  и  $D_B$ ). Если  $D_A$  находится много ближе к источнику, чем  $D_B$ , то возникает вопрос — в какой момент происходит редукция — при отсчете в  $D_B$  или в  $D_A$ ? Можно предположить, что происходит цепочка последовательных редукций

$$|\psi\rangle_{ABC} \rightarrow |\psi\rangle_{BC} \rightarrow |\psi\rangle_C.$$

Ясно, что эти вопросы имеют риторический смысл, поскольку события разделены пространственно-подобными интервалами и понятия раньше-позже не применимы.

С «минимальной» точки зрения редукция волновой функции — избыточная гипотеза: как показано выше, наблюдаемые эффекты полностью описываются стандартным формализмом в представлениях Гейзенберга или Шредингера и постулатом Борна, см. (4.7). Соответственно, переносчиком информации о векторе поляризации  $e_A$  от входа к выходу оптической системы можно по выбору полагать или волновую функцию поля ( $\psi \rightarrow \psi'$ ) или операторы поля ( $a_k \rightarrow a'_k$ ) — как и в случае одного поляризованного пучка. Конечно, все наблюдаемые события не нарушают требований специальной теории относительности (хотя бы потому, что квантовые функции Грина для свободного поля совпадают по форме с классическими).

Равноправность трех детекторов нарушается при использовании модуляторов — затвора и/или дополнительного преобразователя  $T'_C$ . Затвор управляется импульсами от детекторов  $D_A$  и  $D_B$  и по существу заменяет схему тройных совпадений, закрывая путь фотонам в выходной пучок  $C$  в «неблагоприятных» случаях. При этом устройство фактически служит для приготовления одиночных фотонов с (неизвестной) поляризацией  $e_C$ , повторяющей поляризацию  $A$ -фотонов  $e_A$ . В процессе копирования  $e_A \rightarrow e_C$  участвуют классические сигналы, управляющие затвором, который изредка пропускает фотоны. Заметим, что действие затвора описывается неунитарным преобразованием поля (в отличие от фазовых пластин и светоделителей), так что поле  $C$  после затвора

следует описывать смешанным состоянием, см. [18, 19]. Информация «телепортируется» не более чем в 50% всех испытаний. За счет неидеальности детекторов и других элементов схемы их реальная доля будет фактически много меньше, см. [7].

Можно указать на более примитивное аналогичное устройство, которое приготавливает одиночные поляризованные фотоны с известными моментами рождения (но без эффекта копирования) с помощью двухфотонного источника и затвора [22–24]; при этом регистрация одного фотона в пучке  $A$  вызывает открывание затвора на пути его фотона-близнеца в пучке  $B$ .

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Отмеченная здесь необходимость добавления затвора в эксперименты, демонстрирующие квантовую телепортацию, представляет чисто техническую проблему, легко решаемую современной техникой. В то же время с концептуальной точки зрения лишь отсутствие или наличие затвора разграничивает эффект специфической трехфотонной интерференции, наблюдавшийся с помощью схемы тройных совпадений в [7], и эффект телепортации, под которым мы понимаем процесс генерации фотонов, копирующих поляризацию падающих фотонов. Унитарные преобразования  $T'_C = \sigma_n$  (см. [1]) в оптическом случае не имеют принципиального характера, они лишь позволяют увеличивать вдвое эффективность генерации копий.

При количественном описании экспериментов типа [7, 8] понятия мгновенной редукции волновой функции поля и квантовой нелокальности излишни, они лишь служат традиционным вспомогательным средством для интерпретации квантовой теории, для наглядного, образного представления о том, что происходит «на самом деле». Конечно, выбор между описанными в разд. 5 «метафизической» и «минимальной» интерпретациями — дело вкуса (что и отличает интерпретацию от теории). В пользу нашего подхода говорит наглядная корреляционная модель и аналогичный классический эффект (см. разд. 2), вывод о необходимости затвора (см. разд. 3) и правило бритвы Оккама. При любом выборе следовало бы, по-видимому, упоминать о существовании альтернативных точек зрения.

На сегодняшний день все известные мне экспериментальные данные с большой точностью описываются стандартными алгоритмами квантовой теории и постулатом Борна. Действительная необходимость в редукционном постулате возникает лишь при попытке количественного описания узкого класса корреляционных экспериментов типа «временипролетных», в которых над одной системой производятся последовательно повторные наблюдения с достаточно высоким временным разрешением, причем наблюдаемые операторы с учетом взаимодействий не коммутируют [11].

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (тема ГКНТ «Фундаментальная метрология», грант № 96-02-16334-а) и Российского фонда по поддержке ведущих научных школ (школа «Квантовые явления в нелинейной оптике», грант № 96-15-96673).



## Литература

1. C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crepeau, R. Jozsa, A. Peres, and W. K. Wootters, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895 (1993).
2. H. Weinfurter, *Europhys. Lett.* **25**, 559 (1994).
3. L. Davidovich, N. Zagury, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche, *Phys. Rev. A* **50**, R895 (1994).
4. J. I. Cirac and A. S. Parkins, *Phys. Rev. A* **50**, R4441 (1994).
5. S. L. Braunstein and A. Mann, *Phys. Rev. A* **51**, R1727 (1995); **53**, 630(E) (1996).
6. S. L. Braunstein and H. J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 869 (1998).
7. D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Nature* **390**, 575 (1997).
8. D. Boschi, S. Branca, F. De Martini, L. Hardy, and S. Popescu, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1121 (1998).
9. X. Maitre, E. Hagley, G. Nogues, C. Wunderlich, P. Goy, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 769 (1997).
10. P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A. V. Sergienko, and Y. Shih, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4337 (1995).
11. D. N. Klyshko, *Phys. Lett. A* **123**, 179 (1998); *Laser Physics* **7**(6) (1997).
12. H. Margenau, *Ann. Phys. (N.Y.)* **23**, 469 (1963).
13. D. Home and M. A. B. Whitaker, *Phys. Lett. A* **128**, 1 (1988).
14. L. E. Ballentine, *Int. J. Theor. Phys.* **27**, 211 (1988).
15. *Quantum mechanics without reduction*, ed. by M. Sini and J. Levy-Leblond, Bristol: Hilger (1990).
16. M. Namiki and S. Pascazio, *Phys. Rev. A* **44**, 39 (1993).
17. C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2044 (1987).
18. Д. Н. Клышко, *УФН* **164**, 1187 (1994).
19. D. N. Klyshko, *Phys. Lett. A* **137**, 334 (1989).
20. Н. В. Евдокимов, Д. Н. Клышко, В. П. Комолов, В. А. Ярочкин, *УФН* **166**, 91 (1996).
21. D. N. Klyshko, *Phys. Lett. A* **218**, 119 (1996); *Laser Physics* **6**, 1056 (1996).
22. Б. Я. Зельдович, Д. Н. Клышко, *Письма в ЖЭТФ* **9**, 69 (1969).
23. Д. Н. Клышко, *Квант. Электр.* **4**, 1056 (1977).
24. C. K. Hong and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 58 (1986).