

## ПЕРЕСЕЧЕНИЕ КВАЗИУРОВНЕЙ В ОТКРЫТОЙ МОДЕЛИ ДЖЕЙНСА-КАММИНГСА

*М. З. Смирнов\**

*Лазерный центр*

*Санкт-Петербургского государственного института точной механики и оптики  
197101, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 24 декабря 1997 г.

Исследована нелинейная динамика открытой квантовой системы, включающей «одетый» атом, т. е. атом, связанный с внешним многочастотным электромагнитным полем, и квантованную моду электромагнитного поля. В различных точках пересечения квазиуровней «одетого» атома среднее число фотонов в квантованной моде может неограниченно возрастать во времени или колебаться в конечных пределах. В последнем случае уменьшение числа фотонов сопровождается регуляризацией их статистики, которая может становиться субпуассоновской.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Модель Джейнса и Каммингса — замкнутая квантовая система, включающая двухуровневый атом и одну квантованную моду электромагнитного поля [1], — является фундаментальной основой более сложных физических моделей квантовой оптики и теории лазеров. Решение квантовомеханических уравнений, описывающих нелинейную динамику модели Джейнса и Каммингса, может быть получено в сравнительно простой форме [2, 3]. Тем не менее это решение описывает важные качественные эффекты, возникающие в лазерах и других сложных системах: пульсации населенностей уровней атома, изменение статистики фотонов в квантованной моде электромагнитного поля, генерацию сжатых квантовых состояний поля излучения [3–5]. С другой стороны, развитие экспериментальной техники позволило получить экспериментальную реализацию квантовой системы, близкой по своей структуре к модели Джейнса и Каммингса — одноатомный мазер [6, 7]. Были подтверждены ранее полученные результаты теоретических исследований, в частности, необычный характер динамики населенностей уровней и дипольного момента атома, характерной особенностью которой являются повторяющиеся «коллапсы» и «возрождения» [8, 9].

Отмеченные выше экспериментальные достижения и развитие теоретической квантовой оптики привели к появлению многочисленных публикаций, обобщающих модель Джейнса и Каммингса на случай многоуровневого атома, нескольких квантованных мод электромагнитного поля и многофотонного взаимодействия. Некоторые результаты были получены без использования приближения вращающейся волны [10, 11]. Обзоры этих исследований содержатся в работах [3, 10], некоторые более поздние результаты — в [11–17].

\* E-mail: lc@lacen.spb.su

Одним из перспективных обобщений модели Джейнса и Каммингса представляется открытая модель, которая, помимо атома и квантованной моды, может включать вакуум электромагнитного поля [17] либо внешнее классическое поле [18, 19]. В последнем случае возникает задача о взаимодействии «одетого» атома, т.е. атома, связанного с внешним классическим полем, с квантованной модой электромагнитного поля. Общее решение этой задачи для случая одночастотного классического поля получено в работе [18], новые качественные особенности, которые возникают в динамике открытой модели, если классическое поле содержит несколько спектральных компонент, анализируются в [19]. В последнем случае оказывается полезным квазиэнергетический подход, кратко излагаемый ниже.

Энергия «одетых» атомов не сохраняется и, следовательно, спектры усиления, поглощения и резонансной флуоресценции таких атомов не могут быть интерпретированы в терминах переходов между уровнями энергии. Однако, если классическое поле имеет эквидистантный спектр частот, для «одетого» атома могут быть введены квазиэнергетические состояния и уровни квазиэнергии [20, 21]. В спектроскопическом смысле, т.е. при исследовании линейного усиления (поглощения) света «одетым» атомом, а также резонансной флуоресценции, эти уровни играют, фактически, ту же роль, что и уровни энергии изолированного атома. Различие между уровнями энергии и квазиэнергии становится существенным, если рассматриваются нелинейные эффекты, такие как насыщение усиления или поглощения. Излучение или поглощение фотона изолированным атомом всегда сопровождается изменением населенностей энергетических уровней. Излучение или поглощение фотона «одетым» атомом может происходить без изменения населенностей квазиэнергетических состояний, соответствующих различным уровням квазиэнергии [19]. При этом изменение энергии самого атома компенсируется обменом энергией с классическим полем. В работе [19] такой тип взаимодействия был назван «упругим» в отличие от обычного «неупругого» взаимодействия, при котором излучение или поглощение фотона меняет состояние «одетого» атома. «Упругое» взаимодействие может приводить к эффективному преобразованию энергии классического поля в энергию фотонов в квантованной моде. При этом квантовое состояние атома остается неизменным, а статистика фотонов в квантованной моде является пуассоновской или надпуассоновской, т.е. выполняется соотношение  $\Delta n^2 \geq \bar{n}$ , где  $\bar{n}$  — среднее число фотонов, а  $\Delta n^2$  — дисперсия числа фотонов в квантованной моде.

Положение уровней квазиэнергии «одетого» атома зависит от параметров классического поля (различные подходы к определению уровней энергии «одетого» атома, приводящие к одинаковым результатам, рассматриваются в [20–23]). При подходящем выборе этих параметров, в частности, интенсивности классического поля, может происходить пересечение квазиуровней. В точке пересечения квазиуровней «упругий» и «неупругий» механизмы взаимодействия могут действовать одновременно [19, 24].

В предшествующей публикации [19] был рассмотрен случай, когда уровни квазиэнергии не пересекаются и частотный интервал между ними существенно превосходит частоту Раби. При этом в уравнениях можно пренебречь членами, описывающими квантовую интерференцию квазиэнергетических состояний [20], и получить решения в аналитической форме. В настоящей статье исследуется динамика модели Джейнса и Каммингса с «одетым» атомом при пересечении квазиуровней. Фактически рассматривается один из возможных случаев, когда происходит такое пересечение: классическое поле считается модулированным по амплитуде (трехчастотным), его средняя частота совпадает с частотой перехода между уровнями атома, а частота Раби кратна частоте

модуляции. Анализируется изменение во времени среднего числа фотонов и дисперсии числа фотонов в квантованной моде, а также населенностей квазиэнергетических состояний. Предполагается, что в начальный момент времени атом и квантованная мода статистически независимы, причем атом находится в одном из квазиэнергетических состояний, а мода — в вакуумном или когерентном квантовом состоянии.

Дальнейшее изложение построено следующим образом. Раздел 2 содержит вывод уравнений Гейзенберга для операторов уничтожения (рождения) фотона в квантованной моде и перехода между квазиэнергетическими состояниями. В разд. 3 обсуждаются результаты аналитического, а в разд. 4 — численного решения этих уравнений в различных случаях. В заключительном разд. 5 кратко излагаются основные результаты и формулируются выводы.

## 2. УРАВНЕНИЯ ГЕЙЗЕНБЕРГА ДЛЯ ОТКРЫТОЙ МОДЕЛИ

Рассмотрим двухуровневый атом, взаимодействующий с классическим полем излучения, модулированным по амплитуде:

$$E(t) = \tilde{E}g(\omega't) \exp(i\Omega t) + \text{c.c.}, \quad (1)$$

где  $\tilde{E}$  — комплексная амплитуда поля,  $\omega'$  — частота модуляции,  $\Omega$  — несущая оптическая частота,

$$g(\tau) = \exp(i\tau) [1 + 2a \cos \tau] \quad (2)$$

— функция модуляции. Под классическим полем мы понимаем лазерное излучение, достаточно интенсивное для того, чтобы можно было пренебречь дробовым шумом фотонов [25, 26]. Его несущая оптическая частота  $\Omega$  на много порядков превосходит частоту модуляции  $\omega'$ . Вещественный параметр  $a$  описывает глубину модуляции. Таким образом, классическое поле содержит центральную компоненту на частоте  $\Omega_0 = \Omega + \omega'$  и боковые компоненты на частотах  $\Omega_0 \pm 2\omega'$ . Далее будем полагать, что частота центральной компоненты совпадает с частотой перехода  $\omega$  между уровнями атома:  $\Omega_0 = \Omega + \omega' = \omega$ . При использовании приближений дипольного взаимодействия и вращающейся волны [2] гамильтониан атома во внешнем поле записывается в виде

$$\hat{H}_a = \hbar\omega\hat{b}^+\hat{b} - \hbar\omega'\sigma g(\omega't) \exp[i(\Omega t + \psi)]\hat{b} + \text{h.c.}, \quad (3)$$

где  $\omega$  — частота перехода между уровнями энергии атома,  $\sigma \equiv |\mu_{01}\tilde{E}/\hbar\omega'|$  — безразмерная амплитуда поля (частота Раби, нормированная на частоту модуляции),  $\mu_{01}$  — матричный элемент дипольного момента перехода,  $\psi \equiv \arg[\mu_{01}\tilde{E}/\hbar\omega']$ ,  $\hat{b} \equiv |0\rangle_{aa}\langle 1|$  — оператор перехода между нижним  $|0\rangle_a$  и верхним  $|1\rangle_a$  уровнями энергии атома,  $\text{h.c.}$  обозначает выражение, эрмитово-сопряженное первым двум слагаемым в соотношении (3). Уравнение Шредингера с гамильтонианом (3) имеет два ортонормированных решения,  $|\theta_0\rangle_a$  и  $|\theta_1\rangle_a$ , называемых квазиэнергетическими состояниями [19–21].

Положение уровней квазиэнергии можно найти, анализируя изменение во времени волновых функций, описывающих квазиэнергетические состояния [21]. Таким образом, можно показать, что каждый из уровней энергии атома расщепляется на две эквидистантные последовательности квазиуровней. Вблизи нижнего уровня атома возникают квазиуровни с энергиями  $\hbar\omega'(-\lambda + 2n)$  и  $\hbar\omega'(\lambda - \delta + 2m + 1)$ , а вблизи верхнего

уровня —  $\hbar\omega + \hbar\omega'(\delta - \lambda - (2m + 1))$  и  $\hbar\omega + \hbar\omega'(\lambda - 2n)$ , где  $m, n = 0, 1, 2, \dots$ ,  $\lambda = \sigma$  — характеристическое число, и  $\delta \equiv (\Omega - \omega)/\omega' = -1$  — отстройка несущей оптической частоты от частоты перехода, нормированная на частоту модуляции. Отсюда следует, что если частота Раби  $|\mu_{01}\vec{E}/\hbar|$  кратна частоте модуляции  $\omega'$ , т.е.  $\sigma = l = 1, 2, \dots$ , то квазиуровни из различных последовательностей пересекаются. Индекс  $l = 1, 2, \dots$  может рассматриваться как порядок параметрического резонанса, возникающего при пересечении квазиуровней [20, 27].

Для перехода к открытой модели Джейнса и Каммингса необходимо дополнить рассматриваемую систему квантованной модой электромагнитного поля. При описании взаимодействия квантованной моды с атомом используются приближения дипольного взаимодействия и вращающейся волны. Уравнения Гейзенберга для оператора перехода между квазиэнергетическими состояниями  $\hat{c} = |\theta_0\rangle_{aa}\langle\theta_1|$  и оператора уничтожения фотона  $\hat{a}$  в квантованной моде получены в работе [19]. Взаимодействие «одетого» атома с квантованной модой имеет резонансный характер, если частота  $\omega_q$  квантованной моды совпадает с одной из частот перехода между уровнями квазиэнергии, что можно записать в виде

$$\delta_q \equiv (\Omega - \omega_q)/\omega' = 2m + 1,$$

где  $m$  — целое число. В этом последнем случае можно сделать второе приближение вращающейся волны, оставив в правой части уравнений Гейзенберга лишь главные члены. Для резонанса, характеризуемого целыми индексами  $l = 0, 1, 2, \dots$  и  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , уравнения принимают вид

$$\frac{d}{d\tau} \hat{c} = (\hat{I} - 2\hat{c}^+\hat{c}) (\alpha\hat{a}_q + \gamma\hat{a}_q^+) + 2(\beta\hat{a}_q - \beta^*\hat{a}_q^+) \hat{c}, \quad (4)$$

$$\frac{d}{d\tau} \hat{a}_q = \beta^* (\hat{I} - 2\hat{c}^+\hat{c}) + \gamma\hat{c}^+ - \alpha^* \hat{c}, \quad (5)$$

где

$$\alpha = (-1)^{l+m+1} \frac{1}{2} \kappa_q^* J_{l+m+1}(2al), \quad (6)$$

$$\gamma = (-1)^{l-m-1} \frac{1}{2} \kappa_q J_{l-m-1}(2al), \quad (7)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \kappa_q^* \text{ при } m = -1 \text{ и } \beta = 0 \text{ при } m \neq -1, \quad (8)$$

$$\kappa_q = \kappa \exp(-i\psi), \quad \hat{a}_q = \hat{a} \exp(i\omega_q t),$$

$\kappa$  — константа взаимодействия атома с квантованной модой. Если ввести эффективный гамильтониан

$$\hat{H}_{eff} = i \left[ \alpha\hat{a}_q\hat{c}^+ - \alpha^*\hat{a}_q^+\hat{c} + \gamma\hat{a}_q^+\hat{c}^+ - \gamma^*\hat{a}_q\hat{c} + (\beta^*\hat{a}_q^+ - \beta\hat{a}_q) (\hat{I} - 2\hat{c}^+\hat{c}) \right], \quad (9)$$

то уравнения (4) и (5) можно переписать в канонической форме:

$$\frac{d}{d\tau} \hat{c} = -i [\hat{c}, \hat{H}_{eff}], \quad \frac{d}{d\tau} \hat{a}_q = -i [\hat{a}_q, \hat{H}_{eff}]. \quad (10)$$

### 3. НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА: АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ

В этом и следующем разделах на основе решений системы уравнений (4) и (5) (или (10)) рассматриваются изменения во времени среднего числа фотонов в квантованной моде:

$$\bar{n} = \langle \hat{a}^+(\tau)\hat{a}(\tau) \rangle = \langle \hat{a}_q^+(\tau)\hat{a}_q(\tau) \rangle, \quad (11)$$

дисперсии числа фотонов в квантованной моде:

$$\Delta n^2 = \langle \hat{n}^2 \rangle - (\bar{n})^2, \quad \langle \hat{n}^2 \rangle = \langle \hat{a}^+(\tau)\hat{a}(\tau)\hat{a}^+(\tau)\hat{a}(\tau) \rangle = \langle \hat{a}_q^+(\tau)\hat{a}_q(\tau)\hat{a}_q^+(\tau)\hat{a}_q(\tau) \rangle \quad (12)$$

и населенностей квазиэнергетических состояний  $|\theta_1\rangle_a$  и  $|\theta_0\rangle_a$ :

$$N_1 = \langle \hat{c}^+(\tau)\hat{c}(\tau) \rangle, \quad N_2 = \langle \hat{c}(\tau)\hat{c}^+(\tau) \rangle = 1 - N_1. \quad (13)$$

Угловые скобки здесь обозначают квантовомеханическое усреднение. Рассмотрим вначале частные случаи, для которых может быть получено аналитическое решение.

Первый случай

$$\alpha = \gamma = 0. \quad (14)$$

При выполнении этого условия гамильтониан (9) описывает «упругую» модель Джейнса и Каммингса, рассмотренную в работе [19].

Второй случай

$$\beta = 0, \quad |\alpha| \neq |\gamma|. \quad (15)$$

В этом случае уравнения движения (4) и (5) могут быть формально сведены к обычной («неупругой») модели. Действительно, при  $|\alpha| > |\gamma|$  можно ввести унитарно преобразованный оператор уничтожения

$$\hat{e}_1 \equiv (\alpha\hat{a}_q + \gamma\hat{a}_q^+) / \sqrt{|\alpha|^2 - |\gamma|^2}, \quad [\hat{e}_1, \hat{e}_1^+] = \hat{I}. \quad (16)$$

Из уравнений (4) и (5) можно получить следующие уравнения движения для операторов  $\hat{e}_1$  и  $\hat{c}$ :

$$\frac{d}{d\tau} \hat{c} = \kappa_1 (\hat{I} - 2\hat{c}^+\hat{c}) \hat{e}_1, \quad \frac{d}{d\tau} \hat{e}_1 = -\kappa_1 \hat{c}, \quad (17)$$

где  $\kappa_1 = \sqrt{|\alpha|^2 - |\gamma|^2}$ . Эти уравнения эквивалентны обычной модели Джейнса и Каммингса с тем лишь различием, что вместо оператора перехода  $\hat{b}$  в них присутствует квазиэнергетический оператор перехода  $\hat{c}$ .

При  $|\alpha| > |\gamma|$  можно выполнить аналогичное преобразование, вводя оператор уничтожения

$$\hat{e}_2 \equiv (\alpha^*\hat{a}_q^+ + \gamma^*\hat{a}_q) / \sqrt{|\gamma|^2 - |\alpha|^2}, \quad [\hat{e}_2, \hat{e}_2^+] = \hat{I}.$$

Уравнения движения для операторов  $\hat{e}_2$  и  $\hat{c}$  принимают вид

$$\frac{d}{d\tau} \hat{c}^+ = \kappa_2 (\hat{I} - 2\hat{c}\hat{c}^+) \hat{e}_2, \quad \frac{d}{d\tau} \hat{e}_2 = -\kappa_2 \hat{c}^+, \quad (18)$$

где  $\kappa_2 = -\sqrt{|\gamma|^2 - |\alpha|^2}$ . Эти уравнения эквивалентны уравнениям обычной модели Джейнса и Каммингса, в которых оператор  $\hat{b}$  заменен на  $\hat{c}^+$ . Различие между системами уравнений (17) и (18) состоит по существу в том, что в первой из них квазиэнергетическое состояние  $|\theta_0\rangle_a$  выполняет роль нижнего состояния атома, а  $|\theta_1\rangle_a$  — верхнего. Во второй системе, наоборот,  $|\theta_1\rangle_a$  является нижним состоянием, а  $|\theta_0\rangle_a$  — верхним.

Третий случай

$$\beta = 0, \quad |\alpha| = |\gamma|. \quad (19)$$

Используя уравнения (4) и (5), можно показать, что оператор  $\hat{A} = \alpha \hat{a}_q + \gamma \hat{a}_q^+$  является интегралом движения системы:

$$\hat{A}(\tau) = \hat{A}(0) = \alpha \hat{a}_0 + \gamma \hat{a}_0^+,$$

где  $\hat{a}_0 \equiv \hat{a}_q(0)$ . Дифференцируя правую и левую части уравнения (5) по  $\tau$  получаем  $(d^2/d\tau^2)\hat{a}_q = 0$ , откуда следует

$$\hat{a}_q(\tau) = \hat{a}_0 + (\gamma \hat{c}_0^+ - \alpha^* \hat{c}_0) \tau, \quad (20)$$

где  $\hat{c}_0 \equiv \hat{c}(0)$ .

Пусть в начальный момент времени атом находится в одном из квазиэнергетических состояний, а квантованная мода — в когерентном состоянии  $|\nu\rangle_f$  [25]:

$$\hat{a}_0|\nu\rangle_f = \nu|\nu\rangle_f. \quad (21)$$

Тогда, используя решение (20), можно получить следующие соотношения для среднего числа фотонов и дисперсии числа фотонов в квантованной моде:

$$\bar{n} = |\nu|^2 + |\alpha|^2 \tau^2, \quad (22)$$

$$\Delta n^2 = |\nu|^2 + [|\alpha|^2 (2|\nu|^2 + 1) - \alpha^* \gamma (\nu^*)^2 - \alpha \gamma^* \nu^2] \tau^2, \quad (23)$$

где  $|\alpha| = |\gamma|$ . Без ограничения общности можно считать, что константа связи  $\kappa_q$  вещественна. Тогда, согласно (6) и (7), величины  $\alpha$  и  $\gamma$  также будут вещественны. В двух следующих случаях статистика фотонов в квантованной моде будет пуассоновской ( $\Delta n^2 = \bar{n}$ ): (а)  $\alpha$  и  $\gamma$  одного знака и  $\nu$  — вещественна и (б)  $\alpha$  и  $\gamma$  противоположных знаков и  $\nu$  — чисто мнимая. В остальных случаях статистика фотонов надпуассоновская, т. е.  $\Delta n^2 > \bar{n}$ .

#### 4. НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА: ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

Выше были рассмотрены три случая, в которых присутствует лишь один из двух возможных типов взаимодействия — «упругий» или «неупругий». При наличии обоих типов взаимодействия одновременно система уравнений (4) и (5) может быть решена, по-видимому, только численными методами. При численном решении задачи использовалось матричное представление операторов, входящих в уравнения (4) и (5), в базисе квазиэнергетических состояний. Были составлены программы для проведения вычислений на компьютере. Применялись системы программирования Mathematica 2.2

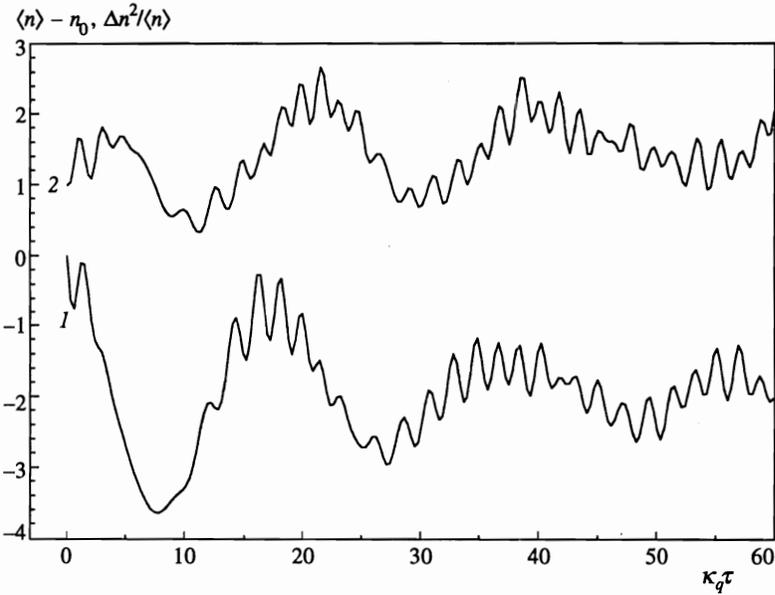


Рис. 1. Изменение во времени среднего значения и дисперсии числа фотонов в квантованной моде при  $\alpha = \gamma = -0.29\kappa_q$ ,  $\beta = 0.5\kappa_q$  ( $\kappa_q$  — вещественно). Это соответствует резонансу  $l = 1$ ,  $m = -1$  при глубине модуляции классического поля  $a = 0.968$ . При  $\tau = 0$  мода находится в когерентном квантовом состоянии  $|\nu\rangle_f$ , где  $\nu = 2.5$ , «одетый атом» — в квазиэнергетическом состоянии  $|\theta_1\rangle_a$ . Кривая 1 — отклонение среднего числа фотонов  $\langle n \rangle$  от начального значения  $n_0 = |\nu|^2$ . Кривая 2 — относительная дисперсия числа фотонов  $\Delta n^2 / \langle n \rangle$

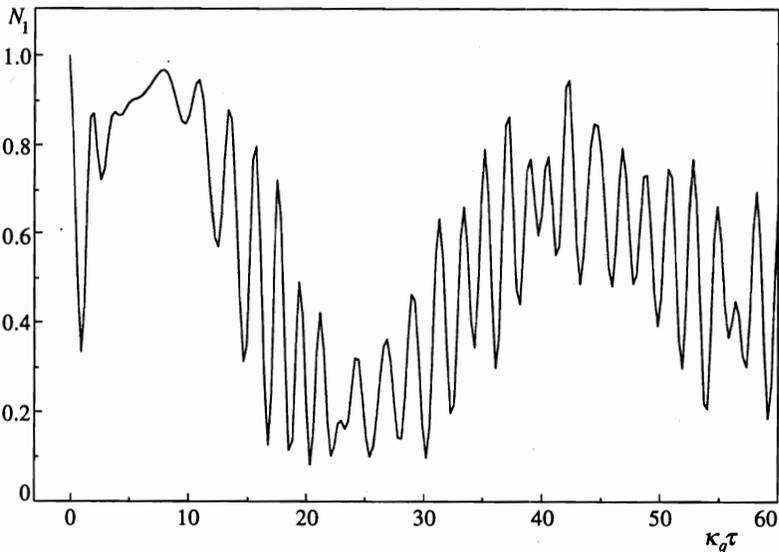


Рис. 2. Изменение во времени средней населенности  $N_1$  квазиэнергетического состояния  $|\theta_1\rangle_a$  при тех же начальных условиях и значениях параметров, что и на рис. 1

и Delphi 2.0. Тестирование программ и проверка точности вычислений проводились путем сравнения с аналитическими решениями, полученными в предыдущем разделе. Далее рассматриваются некоторые результаты численного анализа динамики открытой модели.

На рис. 1 и 2 показано изменение во времени среднего значения и дисперсии числа фотонов в квантованной моде (рис. 1) и населенности квазиэнергетического состояния  $|\theta_1\rangle$  (рис. 2) для открытой модели в точке пересечения квазиуровней, определяемой значениями индексов  $l = 1$ ,  $m = -1$  при  $a = 0.968$  ( $\alpha = \gamma = -0.29\kappa_q$ ,  $\beta = 0.5\kappa_q$ ). На рис. 1 по вертикальной оси графика отложены величины  $\langle n(\tau) \rangle - n_0$  (кривая 1) и  $\eta(\tau) = \Delta n^2(\tau) / \langle n(\tau) \rangle$  (кривая 2), где  $\langle n(\tau) \rangle \equiv \bar{n}(\tau)$  и  $n_0 = |\nu|^2$  — среднее число фотонов в квантованной моде в текущий и начальный моменты времени, соответственно. Статистика фотонов в момент времени  $\tau$  является субпуассоновской, если  $\eta(\tau) < 1$ . В начальный момент времени,  $\tau = 0$ , атом находится в квазиэнергетическом состоянии  $|\theta_1\rangle_a$ , а квантованная мода — в когерентном состоянии  $|\nu\rangle_f$ , где  $\nu = 2.5$ . Аналогично обычной модели Джейнса и Каммингса [3] можно отметить наличие быстрых и медленных осцилляций. Среднее число фотонов (кривая 1 на рис. 1) может отличаться от начального более чем на 1, что возможно благодаря обмену энергией с классическим полем. При этом поглощение фотонов в квантованной моде сопровождается регуляризацией статистики остающихся фотонов, которая становится субпуассоновской (кривая 2 на рис. 1). Фактор сжатия  $\xi(\tau) = \eta(\tau) - 1$  достигает минимального значения  $\xi \approx -0.6$ . Это можно интерпретировать следующим образом: между последовательными актами поглощения фотонов из квантованной моды имеется положительная корреляция (фотоны имеют тенденцию поглощаться парами, тройками и т. д.), что приводит к антигруппировке остающихся фотонов и появлению субпуассоновской статистики [26]. Здесь имеется аналогия с генерацией сжатых состояний при двухфотонном поглощении [28]. Можно также обратить внимание и на отсутствие четкой корреляции между колебаниями населенности состояния  $|\theta_1\rangle_a$  (рис. 2) и среднего числа фотонов в квантованной моде (кривая 1 на рис. 1).

В разных точках пересечения квазиуровней динамика открытой модели имеет принципиально различный характер. В частности, может происходить неограниченное возращание числа фотонов в квантованной моде (до тех пор, пока справедливо приближение фиксированной амплитуды классического поля). Пример такого рода представлен на рис. 3, где показана динамика среднего числа фотонов ( $a$ ), относительной дисперсии числа фотонов ( $b$ ) и населенности состояния  $|\theta_1\rangle_a$  ( $\theta$ ) при  $l = 1$ ,  $m = 0$ ,  $a = 0.75$  ( $\alpha = 0.116\kappa_q$ ,  $\beta = 0$ ,  $\gamma = 0.256\kappa_q$ ). Начальные условия такие же, как и на остальных рисунках.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследована нелинейная динамика открытой квантовой системы, включающей двухуровневый атом, взаимодействующий с классическим электромагнитным полем и квантованной модой электромагнитного поля. Параметры классического поля считаются заданными. Предполагается, что это поле обладает эквидистантным спектром частот. Взаимодействие обоих полей с атомом описывается в дипольном приближении и в приближении вращающейся волны.

Двухуровневый атом, связанный с классическим полем, можно рассматривать как

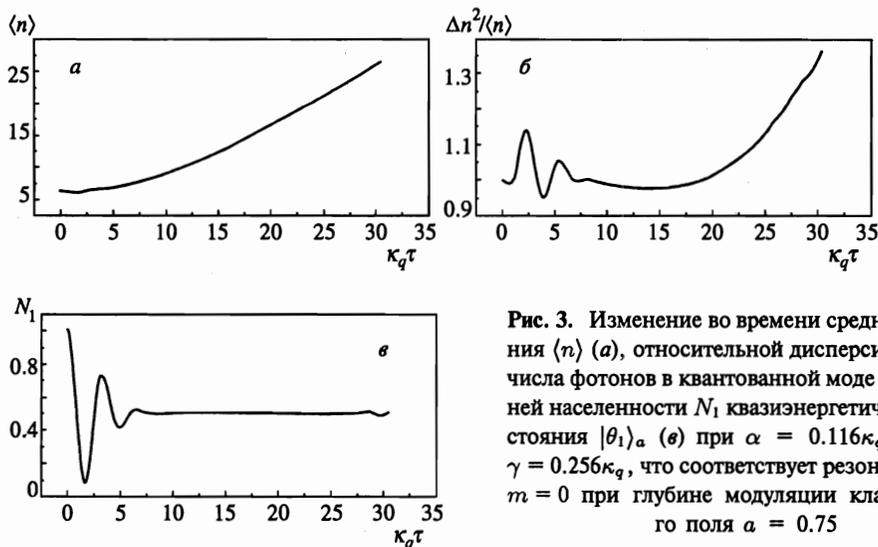


Рис. 3. Изменение во времени среднего значения  $\langle n \rangle$  (а), относительной дисперсии  $\Delta n^2 / \langle n \rangle$  числа фотонов в квантованной моде (б) и средней населенности  $N_1$  квазиэнергетического состояния  $|\theta_1\rangle_a$  (в) при  $\alpha = 0.116\kappa_q$ ,  $\beta = 0$ ,  $\gamma = 0.256\kappa_q$ , что соответствует резонансу  $l = 1$ ,  $m = 0$  при глубине модуляции классического поля  $a = 0.75$

новый квантовый объект — «одетый» атом. Спектроскопические свойства «одетого» атома определяются положением дискретных уровней квазиэнергии, которые смещаются при изменении интенсивности классического поля (динамический эффект Штарка). Если собственная частота квантованной моды совпадает с частотой перехода между уровнями квазиэнергии, то взаимодействие «одетого» атома с квантованной модой будет иметь резонансный характер и при математическом описании такого взаимодействия можно использовать второе приближение вращающейся волны.

Различие между уровнями энергии изолированного атома и уровнями квазиэнергии «одетого» атома проявляется при анализе нелинейных эффектов, в частности, эффекта насыщения разности населенностей. В отличие от изолированного атома излучение или поглощение фотона «одетым» атомом может не сопровождаться изменением населенностей квазиэнергетических состояний. Такой тип взаимодействия, называемый «упругим», приводит к принципиальным различиям между динамикой открытой модели и обычной модели Джейнса и Каммингса. «Упругое» взаимодействие увеличивает амплитуду колебаний среднего числа фотонов в квантованной моде по сравнению с обычной моделью Джейнса и Каммингса. Последовательное поглощение или излучение атомом нескольких фотонов в квантованную моду становится возможным благодаря обмену энергией с классическим полем.

В точке пересечения квазиуровней оба механизма взаимодействия — «упругий» и обычный «неупругий» — могут действовать одновременно. В частных случаях возможно присутствие лишь одного из двух механизмов. Для этих случаев решение уравнений Гейзенберга открытой модели было получено в аналитической форме. Для общего случая разработан метод численного исследования динамики открытой модели. Результаты вычислений можно интерпретировать таким образом, что акты поглощения последовательных фотонов коррелированы между собой и ведут к «сглаживанию» фотонного шума в квантованной моде. После поглощения нескольких фотонов, статистика оставшихся фотонов может стать субпуассоновской. В некоторых точках пересечения квазиуровней динамика открытой модели имеет иной характер: среднее число фотонов в квантован-

ной моде неограниченно возрастает (до тех пор, пока можно пренебречь изменением амплитуды классического поля), а их статистика остается пуассоновской либо становится надпуассоновской.

Несмотря на то что все численные результаты относятся к частному случаю пересечения уровней квазиэнергии в амплитудно-модулированном классическом поле, выражение для эффективного гамильтониана (9) и аналитические решения из разд. 3 имеют более общий характер и не зависят от спектра классического поля (необходимо лишь, чтобы уровни квазиэнергии пересекались). Фактически характеристики классического поля определяют только конкретный вид коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , входящих в аналитические выражения.

## Литература

1. E. T. Jaynes and F. W. Cummings, Proc. IEEE **51**, 89 (1963).
2. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, Москва (1978).
3. H.-I. Yoo and J. H. Eberly, Phys. Rep. **118**, 239 (1985).
4. P. Meystre and M. S. Zubairy, Phys. Lett. A **89**, 390 (1982).
5. F.-X. Zhao, M. Orszag, J. Bergou, and S.-J. Zhu, Phys. Lett. A **137**, 479 (1989).
6. D. Meschede, H. Walter, and G. Muller, Phys. Rev. Lett. **54**, 551 (1985).
7. G. Rempe, H. Walter, and N. Klein, Phys. Rev. Lett. **58**, 353 (1987).
8. J. H. Eberly, N. B. Narozhny, and J. J. Sanchez-Mondragon, Phys. Rev. Lett. **44**, 1323 (1980).
9. N. B. Narozhny, J. J. Sanchez-Mondragon, and J. H. Eberly, Phys. Rev. A **23**, 236 (1981).
10. В. В. Додонов, В. И. Манько, С. М. Чумаков, Труды ФИАН **176**, 57 (1986).
11. J. L. Gruver, J. H. Aliaga, H. A. Cerdeira, and A. N. Proto, Phys. Rev. A **50**, 5274 (1994).
12. M. M. Ashraf, Phys. Rev. A **50**, 5116 (1994).
13. H. Huang and H. Fan, Phys. Lett. A **166**, 308 (1992).
14. H. Huang and H. Fan, Phys. Lett. A **159**, 323 (1991).
15. A. Ya. Kazakov, Phys. Lett. A **206**, 229 (1995).
16. А. Я. Казаков, Опт. и спектр. **81**, 549 (1996).
17. H. T. Dung and A. S. Shumovski, Phys. Lett. A **169**, 379 (1992).
18. А. Я. Казаков, частное сообщение.
19. М. З. Смирнов, ЖЭТФ **112**, 818 (1997).
20. M. Z. Smirnov, Phys. Rev. A **52**, 2195 (1995).
21. М. З. Смирнов, Квант. электр. **22**, 903 (1995).
22. J. H. Shirley, Phys. Rev. B **138**, 979 (1965).
23. C. Cohen-Tannoudji, in *Cargese Lectures in Physics*, ed. by M. Levy, Gordon and Breach, N.Y. (1968), Vol. 2, p. 347.
24. M. Z. Smirnov, J. Opt. Soc. Amer. B **9**, 2171 (1992).
25. У. Люисселл, *Излучение и шумы в квантовой электронике*, Наука, Москва (1972).
26. Д. Ф. Смирнов, А. С. Трошин, УФН **153**, 233 (1987).
27. B. Blind, P. R. Fontana, and P. Thomann, J. Phys. B **13**, 2717 (1980); P. Thomann, *ibid.* **9**, 2411 (1976); **13**, 1111 (1980).
28. R. J. Horowicz, Europhys. Lett. **10**, 537 (1989).