

## КРИТИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ ТОНКОЙ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ ПЛАСТИНЫ В НАКЛОННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. А. Жуков<sup>а\*</sup>, Г. К. Перкинс<sup>б†</sup>, Ю. В. Бугославский<sup>с</sup>,

А. Д. Каплин<sup>б†</sup>, Н. А. Жуков<sup>а</sup>, М. Г. Михеев<sup>а‡</sup>

<sup>а</sup> Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет  
119899, Москва, Россия

<sup>б</sup> Centre for High Temperature Superconductivity, Blackett Laboratory, Imperial College  
London SW7 2BZ, United Kingdom

<sup>с</sup> Институт общей физики  
117942, Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 июля 1997 г.

Получено решение для модели критического состояния Бина в наклонном магнитном поле, которое приводит к локализации необратимого магнитного момента, индуцированного экранирующими токами. Экспериментальное исследование монокристаллов и эпитаксиальных пленок  $YBa_2Cu_3O_y$ , а также пластинок из классических сверхпроводников с использованием векторной магнитометрии оказываются в полном соответствии с модельными расчетами. Установленные геометрические эффекты оказывают важное влияние на измерения угловой зависимости критического тока и ее анизотропии в ВТСП.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Характерной особенностью монокристаллов высокотемпературных сверхпроводников является то, что они имеют форму тонкой пластинки. В ряде предыдущих исследований (например, [1–3]) сообщалось о наблюдении большой угловой анизотропии необратимого магнитного момента, что связывалось с анизотропией или же с двумерным характером сверхпроводимости в этих материалах. Ранее в [4, 5] уже отмечалось важное значение геометрии образца для угловой зависимости магнитного момента. Однако количественная модель, отражающая это влияние, не была построена. Ниже, в разд. 2, мы получим решение для модели критического состояния Бина в случае тонкого бесконечного параллелепипеда из сверхпроводника в наклонном магнитном поле. Далее мы рассмотрим некоторые обобщения в случае более реалистических модельных описаний. После этого в разд. 3 результаты расчетов будут сопоставлены с экспериментальными исследованиями вектора магнитного момента как в монокристаллах ВТСП, так и в пластинках традиционных сверхпроводников. Наконец, в разд. 4 рассмотрена роль геометрических факторов в поведении магнитных характеристик монокристаллов ВТСП, в частности, при измерении анизотропии критического тока и различных механизмов пиннинга.

\*E-mail: zhukov@lt.phys.msu.su

†G. K. Perkins, A. D. Kaplin.

‡E-mail: mikh@lt.phys.msu.su

## 2. ТЕОРИЯ

Ключевыми факторами, усложняющими анализ распределения тока для критического состояния в пластине сверхпроводника, являются трехмерность задачи, потеря симметрии при отклонении магнитного поля от главных осей и форма вольт-амперной характеристики. Поэтому вначале мы рассмотрим наиболее простой случай модели Бина для бесконечного параллелепипеда, а затем ее обобщения.

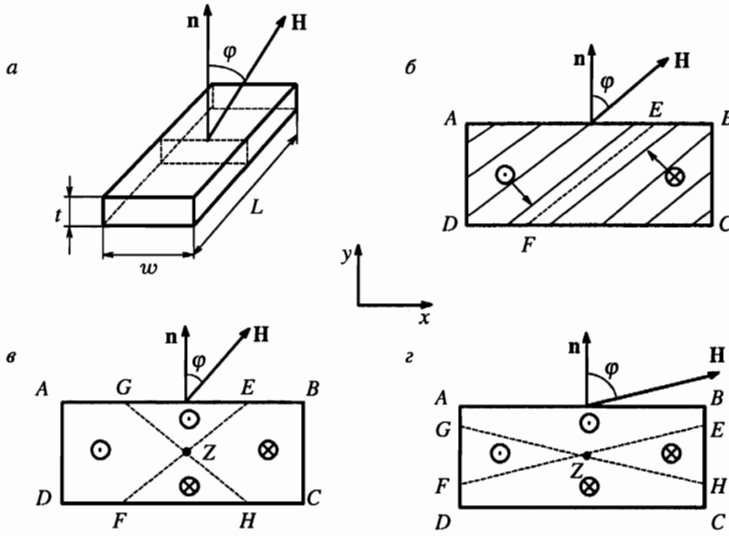
### 2.1 Модель Бина для бесконечного параллелепипеда в наклонном магнитном поле

Основной посылкой модели Бина является предположение, что плотность  $\mathbf{j}$  экранирующих токов внутри сверхпроводника везде имеет постоянное значение  $j_c$ , а их направление определяется магнитной предьсторией. В оригинальной работе [6] был изучен стационарный случай неподвижных вихрей. Реальная ситуация отличается от стационарной — движение вихрей возникает как при изменении магнитного поля, так и вследствие термоактивированного крипа магнитного потока. Возникающие при движении вихрей изменения магнитного потока индуцируют электрическое поле  $\mathbf{E}$ , которое, в свою очередь, определяет возникновение экранирующих токов. Их описание возможно в рамках уравнений локальной электродинамики [7–9]. Вместе с тем влияние динамических процессов часто невелико, и в этом случае модель Бина [6] является хорошим приближением для описания магнитных свойств сверхпроводников. Формально она соответствует решениям уравнений локальной электродинамики со ступенчатой ВАХ  $\mathbf{j} = j_c \mathbf{E}/E$ .

Так же как в оригинальной модели [6], мы будем считать  $j_c$  не зависящим ни от величины, ни от направления локальной магнитной индукции  $\mathbf{B}$  в образце. Мы также ограничим наш анализ большими значениями приложенного магнитного поля  $\mathbf{H}$ , так что влиянием собственного поля, создаваемого экранирующими токами, можно пренебречь. В этом случае внутри сверхпроводника справедливо приближение  $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ , что соответствует однородному распределению вихрей, параллельных приложенному полю  $\mathbf{H}$ .

Даже при использовании этих приближений не удастся получить решение для конечного параллелепипеда вследствие нарушения трансляционной инвариантности. Поэтому мы рассмотрим бесконечный параллелепипед (как предельный случай длинной пластины, длина  $L$  которой значительно больше ее ширины  $w$  и толщины), что сводит трехмерную задачу к двумерной. Соотношение ширины  $w$  и высоты  $t$  поперечного сечения ( $\kappa = w/t$ ), которое будем называть поперечным отношением, является ключевым параметром дальнейшего анализа.

Пусть направление магнитного поля вращается в поперечной плоскости  $xy$  и составляет угол  $\varphi$  с нормалью  $\mathbf{n}$  к главной плоскости параллелепипеда (рис. 1). Для бесконечной пластины все сечения эквивалентны вследствие трансляционной инвариантности. По соображениям симметрии вектор  $\mathbf{B}$  всегда находится в поперечной плоскости, а при увеличении  $\mathbf{H}$  вихри входят от углов  $A$  и  $C$  (рис. 1б), двигаются к центру образца и встречаются на плоскости  $EF$  [4]. При этом по соображениям симметрии экранирующие токи должны быть направлены параллельно оси  $z$ . Силы Лоренца, так же как и скорость вихрей, параллельны плоскости  $xy$ , но имеют противоположные знаки на разных сторонах плоскости  $EF$ . В модели Бина плотность экранирующих токов везде имеет одно и то же значение  $j_c$ . Следовательно, распределение экранирующих токов



**Рис. 1.** а) Схема образца; б) направления экранирующих токов (⊙ и ⊗) и силы Лоренца (стрелки), действующей на вихри (жирные линии); в) распределение экранирующих токов для  $\varphi < \varphi_c$ ; г) распределение экранирующих токов для  $\varphi > \varphi_c$

является антисимметричным по отношению к плоскости  $EF$ . Этот вывод, основанный на соображениях симметрии, будет подтвержден ниже на основе решения соответствующих уравнений Максвелла.

Функция магнитного момента от угла имеет различный характер в зависимости от того, будет ли угол наклона магнитного поля меньше или больше угла диагонали поперечного сечения параллелепипеда  $\varphi_c = \text{arctg } \kappa$ . Поэтому мы рассмотрим эти случаи отдельно.

а)  $\varphi \leq \varphi_c$ . Для нашего анализа мы будем использовать декартову систему координат с плоскостью  $xy$ , параллельной плоскости вращения магнитного поля, и осью  $y$ , параллельной главной нормали  $\mathbf{n}$  (рис. 1в). Магнитный момент  $\mathbf{m}$  экранирующих токов может быть рассчитан с помощью соотношения

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2} \int [\mathbf{rj}]dV.$$

Для направлений  $\mathbf{H}$  вдоль осей симметрии параллелепипеда замыкающие токи дают точно такой же вклад, как и токи, параллельные длинной стороне [7]. В п. 2.3 мы покажем, что это утверждение остается справедливым при произвольном направлении  $\mathbf{H}$ . Поэтому

$$m_y = L \int xj dS, \quad m_x = L \int yj dS,$$

где интегралы определяются по поперечному сечению образца  $z = \text{const}$ .

По соображениям симметрии область  $GEZFH$ , где плоскость, представленная линией  $GH$ , соответствует направлению  $-\varphi$  (рис. 1в), дает нулевой вклад в магнитный момент  $m_y$ . Вследствие этого величина  $m_y$  может быть рассчитана из удвоенного вклада

трапецидальной области  $AGZFD$ :

$$m_y = 2L \int_{AGZFD} x j_c dx dy = \frac{Lt^3}{12} j_c (3\kappa^2 - \text{tg}^2 \varphi). \quad (1)$$

Для расчета момента  $m_x$  интегрирование проводится по области  $GEZFH$ :

$$m_x = 2L \int_{GEZ} y j_c dx dy = \frac{Lt^3}{6} j_c \text{tg} \varphi. \quad (2)$$

Угол  $\alpha$  между направлением магнитного момента  $\mathbf{m}$  и главной нормалью к плоскости  $\mathbf{n}$  определяется выражением

$$\text{tg} \alpha = \frac{2 \text{tg} \varphi}{3\kappa^2 - \text{tg}^2 \varphi}. \quad (3)$$

Для  $\varphi = 0$  мы получим известный результат:  $m_y = L j_c t w^2 / 4$  и, конечно же,  $\alpha = 0$ . Для углов, когда  $\text{tg} \varphi \ll \kappa$ , имеем  $\text{tg} \alpha \approx (2/3\kappa^2) \text{tg} \varphi$ . Когда угол между направлением  $\mathbf{H}$  и нормалью достигает  $\varphi_c$ , магнитный момент отклоняется на угол  $\alpha_c = \text{arcsctg} \kappa$ , где  $\alpha_c = \pi/2 - \varphi_c$ . Таким образом, для типичного монокристалла ВТСП с  $\kappa \sim 10$  или более необратимый магнитный момент практически привязан (локализован) к главной нормали параллелепипеда для всего диапазона направлений магнитного поля  $\varphi \leq \varphi_c$ . На границе диапазона  $m_y(\varphi_c) = 2m_y(0)/3$ , а  $m_x(\varphi_c) = m_y(\varphi_c)/\kappa$  и, следовательно,  $|\mathbf{m}|$  также изменяется не очень сильно.

б)  $\varphi \geq \varphi_c$ . В угловом диапазоне  $\varphi_c \leq \varphi \leq \pi/2$  (рис. 1з) более удобно измерять отклонения  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{m}$  от главной плоскости, используя соответственно углы  $\theta = \pi/2 - \varphi$  и  $\beta = \pi/2 - \alpha$ . Тогда этот случай оказывается эквивалентным предыдущему при замене  $x \leftrightarrow y$ ,  $\varphi \leftrightarrow \theta$ ,  $t \leftrightarrow w$ ,  $\kappa \leftrightarrow 1/\kappa$ , и в результате можно получить

$$m_x = 2L \int_{AGZEB} y j_c dx dy = \frac{Lw^3}{12} j_c \left( \frac{3}{\kappa^2} - \text{tg}^2 \theta \right), \quad (4)$$

$$m_y = 2L \int_{EZH} x j_c dx dy = \frac{Lw^3}{6} j_c \text{tg} \theta, \quad (5)$$

$$\text{tg} \beta = \frac{2\kappa^2 \text{tg} \theta}{3 - \kappa^2 \text{tg}^2 \theta}. \quad (6)$$

При  $\mathbf{H}$  (а также  $\mathbf{m}$ ) параллельном главной плоскости модуль магнитного момента составляет  $|\mathbf{m}| = L j_c w t^2 / 4$ , что в  $\kappa$  раз меньше, чем при направлении магнитного поля вдоль главной нормали. Следует отметить, что даже маленькое отклонение магнитного поля  $\mathbf{H}$  индуцирует большое отклонение от главной плоскости магнитного момента  $\mathbf{m}$ :  $\beta \approx 2\kappa^2 \theta / 3$ . Для описания вращения магнитного момента удобным параметром является

$$\tau = \left. \frac{d\beta}{d\theta} \right|_{\theta=0} = \frac{2\kappa^2}{3}. \quad (7)$$

Для критического угла  $\theta_c = \pi/2 - \varphi_c$  направление магнитного момента определяется соотношением  $\text{tg} \beta_c = \kappa$ , что эквивалентно результату, полученному в случае а).

Из уравнений (4) и (5) в низшем порядке разложения по  $\theta$  можно получить для модуля магнитного момента следующее выражение

$$m(\theta) \approx m(0) \left( 1 + \frac{2}{9} \kappa^4 \theta^2 \right). \quad (8)$$

Поэтому  $|m|$  быстро возрастает с увеличением угла  $\theta$ .

## 2.2. Крип магнитного потока и анизотропия

Ступенчатая ВАХ, используемая в модели Бина, не является хорошим приближением для ВТСП-материалов, так как для них характерен сильный крип магнитного потока, приводящий к сглаживанию ВАХ. Степенная зависимость вида  $E/E_0 = (j/j_0)^n$  хорошо соответствует поведению экспериментальных ВАХ при типичных значениях  $n$  в интервале от 5 до 30 для монокристаллов ВТСП и свыше 20 для традиционных сверхпроводников. Модель Бина в этом случае соответствует пределу  $n \rightarrow \infty$ .

При проведении магнитных измерений изменения магнитного поля (которые для простоты будем полагать происходящими с постоянной скоростью  $\dot{H} = dH/dt$ ) индуцируют электрическое поле  $E$ . В случае фиксированного магнитного поля электрическое поле возникает вследствие крипа магнитного потока. Используя уравнения локальной электродинамики и ВАХ, можно рассчитать распределение экранирующих токов. Эти токи изменяют свое направление при изменении направления  $E$  и определяют поведение необратимой части магнитного момента [7–9]. Наряду с ними существуют незапускающие сверхпроводящие токи, которые не зависят от направления  $E$  и определяют обратимую намагниченность. Однако этот вклад в намагниченность, как правило, невелик, и эти токи в данной работе учитываться не будут.

Как уже отмечалось раньше, мы будем рассматривать случай, когда  $H$  значительно превышает собственное поле экранирующих токов и, следовательно, влиянием последних на  $E$  можно пренебречь. Кроме того, благодаря однородности  $V$  в объеме образца, можно легко учесть зависимость ВАХ от  $B$ .

Для бесконечного параллелепипеда степенная ВАХ может быть легко включена в предыдущий анализ. Как будет показано в п. 2.3, электрическое поле  $E$ , параллельное оси  $z$ , имеет противоположные знаки на разных сторонах плоскости  $EF$  на рис. 1 и определяется выражением

$$E_z = \mu_0 \dot{H} (x \cos \varphi - \sin \varphi). \quad (9)$$

Путем длинных, но элементарных расчетов для  $\varphi > \varphi_c$  (рис. 1г) можно получить

$$m_y = 2Lj_0 \left( \frac{w}{2} \right)^3 \left( \frac{\mu_0 \dot{H} w \sin \theta}{2E_0} \right)^{1/n} \operatorname{tg} \theta \frac{n^2}{(2n+1)(n+1)} \times \\ \times \left\{ (a+1)^{2+1/n} + (a-1)^{2+1/n} - \frac{n}{3n+1} \left[ (a+1)^{3+1/n} - (a-1)^{3+1/n} \right] \right\} \quad (10)$$

и

$$m_x = 2Lj_0 \left( \frac{w}{2} \right)^3 \left( \frac{\mu_0 \dot{H} w \sin \theta}{2E_0} \right)^{1/n} \frac{\operatorname{tg} \theta}{\kappa} \frac{n^2}{(2n+1)(n+1)} \times \\ \times \left\{ (a+1)^{2+1/n} + (a-1)^{2+1/n} - \frac{n}{3n+1} \left[ (1+a^{-1})(a+1)^{2+1/n} - (1-a^{-1})(a-1)^{2+1/n} \right] \right\}. \quad (11)$$

Угол  $\beta$  между  $\mathbf{m}$  и главной плоскостью определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2(2n + 1)(n + 1)a\kappa}{6n(n + 1)a^2 - (2n + 1)(n - 1)}, \quad (12)$$

где  $a = (\kappa \operatorname{tg} \theta)^{-1}$ .

Эти сложные выражения имеют два простых предельных случая. Для  $n \rightarrow \infty$ , т. е. для модели Бина, они идентичны выражениям, полученным в п. 2.1.6. В случае омиической ВАХ ( $n = 1$ ), они существенно упрощаются:

$$m_y = \frac{Lw^3}{6} j_z \left( 0, \frac{t}{2} \right) \operatorname{tg} \theta, \quad (13)$$

$$m_x = \frac{Lw^3}{6\kappa^2} j_z \left( 0, \frac{t}{2} \right), \quad (14)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \kappa^2 \operatorname{tg} \theta. \quad (15)$$

Эти результаты почти идентичны уравнениям (4), (5) и (6) при замене в модели Бина критического тока  $j_c$  на плотность тока  $j_z(0, t/2)$ , протекающего в середине главной плоскости параллелепипеда.

Решение для углов  $\varphi < \varphi_c$  можно легко получить, используя переобозначения параметров, введенные выше. Естественно, для  $n \rightarrow \infty$  оно соответствует выражениям модели Бина. В случае омиической ВАХ полученные решения почти идентичны уравнениям (1), (2) и (3) при использовании плотности тока  $j_z(w/2, 0)$ , текущего в центре боковой плоскости параллелепипеда.

Учитывая небольшую разницу между биновским и омиическим пределами, можно утверждать, что угловая зависимость магнитного момента слабо чувствительна к виду ВАХ. Поэтому можно ожидать, что результаты, полученные ранее для модели Бина, должны быть хорошим описанием экспериментальных данных.

Мы рассматриваем ситуацию, когда влияние собственных полей мало. В этом случае магнитную индукцию  $\mathbf{B}$  можно считать постоянной внутри образца. Тогда зависимость  $j_c$  (или  $j_z$ ) от  $\mathbf{B}$  можно легко учесть, используя в полученных выражениях величину  $j_c$ , соответствующую приложенному полю  $\mu_0 \mathbf{H}$ . Это отражает как полевую зависимость  $j_c(B)$ , так и анизотропию пиннинга, определяемую направлением  $\mathbf{B}$ . Как легко убедиться, направление  $\mathbf{m}$  (смотри уравнения (3), (6), (7) и (12)) остается практически неизменным при любой зависимости  $j_c$  от  $\mathbf{B}$ . Таким образом, анизотропия пиннинга не оказывает влияния на эффект геометрической локализации. Однако  $|\mathbf{m}|$  (уравнения (1), (2), (4), (5), (10), (11)) зависит от анизотропии пиннинга и может быть использован для изучения угловой зависимости критического тока.

### 2.3. Конечная длина и замыкающие токи

Прежде всего мы покажем, что замыкающие токи дают ровно половину вклада в магнитный момент. Действительно, согласно определению, он равен

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2} \int [\mathbf{r}j] dV = \frac{1}{2} [\mathbf{e}_x(j_zy - j_yz) + \mathbf{e}_y(j_xz - j_zx) + \mathbf{e}_z(j_yx - j_xy)] dV, \quad (16)$$

где  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  и  $\mathbf{e}_z$  — единичные векторы декартовой системы координат.

Как можно видеть из этого уравнения, каждая компонента магнитного момента  $\mathbf{m}$  определяется суммой двух вкладов. Ранее мы учитывали только вклад компоненты тока  $j_z$  и утверждали, что замыкающие токи, соответствующие компонентам  $j_x$  и  $j_y$ , дают в точности такой же вклад. Здесь это утверждение будет доказано.

Мы рассмотрим образец произвольной формы, в котором распределение экранирующих токов  $\mathbf{j}$  является стационарным. В этом случае из закона сохранения заряда следует  $\operatorname{div} \mathbf{j} = 0$ , а следовательно, поле тока  $\mathbf{j}$  является соленоидальным. Поэтому распределение экранирующих токов может быть представлено в виде элементарных замкнутых и непересекающихся токовых трубок, которые в общем случае не являются планарными.

Компонента магнитного момента  $\delta m_x$ , параллельная оси  $x$  и создаваемая элементарной токовой трубкой, может быть записана на основе уравнения (16) в виде

$$\delta m_x = \frac{1}{2} \oint s dl (j_z y - j_y z), \quad (17)$$

где  $s$  — площадь поперечного сечения элементарной трубки,  $dl$  — дифференциал длины трубки, а интегрирование осуществляется по контуру, определяемому токовой трубкой. Если ввести единичный вектор  $\mathbf{e}_t$  в направлении элементарной токовой трубки, то можно записать следующие выражения:  $j_z = j e_z e_t$  и  $dz = dl e_z e_t$ , которые с учетом  $i = s \mathbf{j}$  позволяют получить

$$\delta m_x = \frac{1}{2} i \oint dl (\mathbf{e}_z e_t y - e_y e_t z) = \frac{1}{2} i \oint (dz y - dy z). \quad (18)$$

Учитывая, что площадь проекции токовой трубки  $S_{yz}$  определяется эквивалентными выражениями,  $\oint y dz \equiv - \oint z dy$ , оба члена в уравнении (18) дают одинаковый вклад в величину  $\delta m_x$ , которая соответствует определению элементарного магнитного момента  $\delta m_x = i S_{yz}$ , что и доказывает сформулированное выше утверждение.

Далее мы рассмотрим распределение экранирующих токов для сверхпроводника с произвольной ВАХ. Для ВАХ, не зависящей от магнитного поля (как в модели Бина), изменения магнитной индукции в критическом состоянии определяются только изменениями приложенного поля  $\mathbf{H}$ . При постоянной скорости изменения  $\mathbf{H}$  распределение экранирующих токов является стационарным. Это допущение является хорошим описанием экспериментальной ситуации, если изменения магнитного потока, связанные с собственным полем, пренебрежимо малы (при этом собственное поле не обязательно должно быть малым).

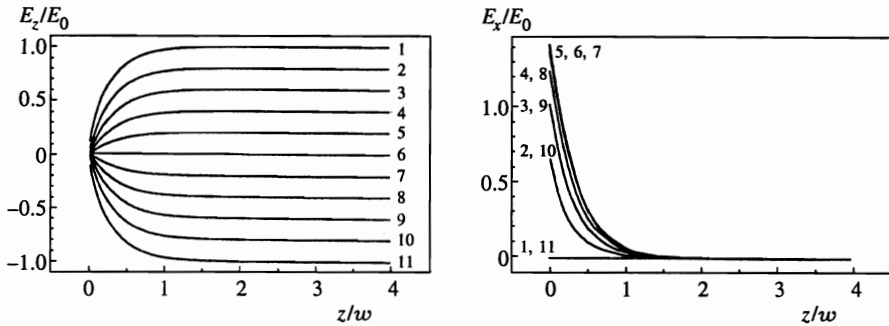
Вначале мы предположим, что объемные заряды в сверхпроводнике отсутствуют и везде их плотность  $\rho = 0$  (позже мы покажем возможность их возникновения в некоторых случаях). Тогда распределение электрических полей может быть найдено из уравнений Максвелла в рамках локальной электродинамики [8, 9]:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0 \quad (19)$$

и

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{d\mathbf{H}}{dt} \quad (20)$$

с граничными условиями равенства нулю нормальной компоненты электрического поля на поверхности образца,  $E_n = 0$ .



**Рис. 2.** Электрическое поле в полубесконечной полосе сверхпроводника. Кривые соответствуют  $x/z = 0$  (1), 0.1 (2), 0.2 (3), 0.3 (4), 0.4 (5), 0.5 (6), 0.6 (7), 0.7 (8), 0.8 (9), 0.9 (10), 1.0 (11);  $E_0 = \mu_0 \dot{H}_y w/2$ . В случае  $E_x$  кривая 6 практически совпадает с парой 5, 7. Пары кривых 1, 11; 2, 10; 3, 9; 4, 8 и 5, 7 совпадают вследствие симметрии

Как известно, эти уравнения имеют единственное непрерывное решение [10]. Для бесконечного параллелепипеда в случае, когда поле  $\mathbf{H}$  параллельно оси  $y$  (рис. 1), распределение электрического поля определяется соотношениями

$$E_z = \mu_0 \dot{H}_y x, \quad E_x = E_y = 0. \tag{21}$$

Благодаря линейности уравнений (19), (20) отсюда легко найти решение при произвольном направлении магнитного поля в плоскости  $xy$ :

$$E_z = -\mu_0 \dot{H}(y \sin \varphi - x \cos \varphi), \quad E_x = E_y = 0. \tag{22}$$

Для образца конечной длины  $L$  можно получить точное решение в виде рядов. Когда поле  $\mathbf{H}$  параллельно оси  $y$ , оно определяется выражением

$$E_z(x, z) = \frac{\mu_0 \dot{H}_y}{4\pi} \sum_{p, q=-\infty}^{\infty} (-1)^{p+q} [f(p+1, q) - f(p, q) + g(p, q+1) - g(p, q)], \tag{23}$$

где

$$f(p, q) = (pL - z) \ln \frac{[(q+1)w - x]^2 + (pL - z)^2}{(qw - x)^2 + (pL - z)^2},$$

$$g(p, q) = 2(qw - x) \left[ \arctg \frac{(p+1)L - z}{qw - x} - \arctg \frac{pL - z}{qw - x} \right]. \tag{24}$$

Для  $E_x$  решение можно получить путем взаимной замены  $q \leftrightarrow p, l \leftrightarrow w$  и  $x \leftrightarrow z$  в уравнениях (23), (24). Результаты расчета для полубесконечной полосы ( $0 < z < L \rightarrow \infty, p = 0, -1$ ) приведены на рис. 2. Они демонстрируют, что формула (21) является хорошим описанием поведения  $\mathbf{E}$  уже на расстоянии  $\sim w$ .

Для качественного анализа рассмотрим приближенное решение. Оно хорошо согласуется с экспериментом [11] и удовлетворяет уравнениям (19) и (20). В центральной области решением остаются уравнения (21) ( $\mathbf{H}$  параллельно  $y$ ). Вблизи концов параллелепипеда,  $L/2 > |z| > L/2 - w/2 + |x|$ , решение системы (19) и (20) будет определяться



уравнениями

$$E_x = -\mu_0 \dot{H}_y \left( |z| - \frac{L}{2} + \frac{w}{2} \right) \text{sign } |z|, \quad E_z = E_y = 0. \quad (25)$$

Благодаря линейности уравнений (19) и (20) выражения для  $\mathbf{E}$  при произвольном направлении магнитного поля  $\mathbf{H}$  в плоскости  $xy$  может быть получено из линейной комбинации уравнений (21) и (25). С помощью ВАХ модели Бина,  $\mathbf{j} = j_c \mathbf{E}/E$ , и уравнения (22) может быть получено распределение экранирующего тока, которое представлено на рис. 1 и соответствует результату, полученному выше из соображений симметрии. Однако если применить такую ВАХ к распределению (25), которое описывает  $\mathbf{E}$  в замыкающих областях конечного параллелепипеда, то при направлениях магнитного поля, отличных от осей симметрии, условие

$$\text{div } \mathbf{j} = 0, \quad (26)$$

соответствующее закону сохранения заряда в стационарном случае, нарушается. Мы считаем, что в этом случае с началом развертки магнитного поля будет происходить возникновение объемных зарядов, которое должно обеспечить выполнение условия (26). Это изменяет распределение  $\mathbf{E}$ , которое вместо уравнения (19) должно подчиняться соотношению  $\text{div } \mathbf{E} = \rho(\mathbf{r})$ . Решение этой нелинейной системы уравнений в аналитическом виде получить не удастся. Следует отметить, что для биновской ВАХ при направлениях магнитного поля вдоль осей симметрии точные решения могут быть получены и они соответствуют уравнениям (21) и (25). Однако вследствие нелинейности ВАХ решение при произвольном угле наклона не может быть найдено путем линейной суперпозиции.

Омическая ВАХ  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$  с изотропной проводимостью  $\sigma$  значительно упрощает ситуацию. В этом случае решение для  $\mathbf{j}$  может быть тривиально получено из (21) и (25), а уравнение (19) гарантирует, что  $\text{div } \mathbf{j} = 0$ . При  $\mathbf{H}$ , параллельном  $x$ , можно получить

$$m_x = \sigma \mu_0 \dot{H}_x \frac{Lw^3 t}{12\kappa^2} \left( 1 - \frac{t}{4L} \right), \quad (27)$$

а при  $\mathbf{H}$ , параллельном  $y$ , имеем

$$m_y = \sigma \mu_0 \dot{H}_y \frac{w^3 L t}{12} \left( 1 - \frac{w}{4L} \right). \quad (28)$$

В пределе длинного образца эти выражения сводятся к полученным ранее для бесконечного параллелепипеда.

Вследствие линейности исходных уравнений магнитный момент для омической ВАХ определяется линейной суперпозицией уравнений (27) и (28), а его направление определяется выражением

$$\text{tg } \beta = \kappa^2 \text{tg } \theta \frac{1 - w/4L}{1 - t/4L}. \quad (29)$$

Влияние концов образца ясно из прямого сравнения с уравнением (15). Возникающая поправка, как можно было ожидать, оказывается порядка  $w/L$  или  $t/L$ . В более реалистической ситуации ВАХ с  $n > 1$  провести аналогичные расчеты не удастся. Однако,

как мы ранее показали для бесконечного параллелепипеда, различие между магнитным моментом  $\mathbf{m}$  для омической и биновской ( $n \rightarrow \infty$ ) ВАХ очень невелико. Следовательно, можно ожидать, что полученные выше результаты по влиянию конечной длины для линейной ВАХ (уравнения (27)–(29)) могут быть использованы и в биновском случае.

Монокристаллы ВТСП обычно имеет форму, близкую к квадратной с  $L \sim w$ . В этом случае поправка к параметру  $\tau$ , который характеризует отношение скоростей вращения магнитного момента  $\mathbf{m}$  и магнитного поля  $\mathbf{H}$ , когда направление  $\mathbf{H}$  близко к плоскости, невелика и близка к 25%.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТ

#### 3.1. Векторная магнитометрия

Для того чтобы проверить основные результаты разд. 2, необходимо получить информацию как о величине, так и о направлении магнитного момента  $\mathbf{m}$ . Для этих целей был использован вибрационный магнитометр (Oxford Instruments 5<sup>H</sup>), оснащенный двумя независимыми приемными катушками, что позволяло одновременно измерять компоненты магнитного момента параллельную ( $m_{st}$ ) и перпендикулярную ( $m_{ort}$ ) приложенному полю  $\mathbf{H}$ . Стандартные магнитометры позволяют измерять только компоненту  $m_{st}$ . Образец можно было вращать во время измерений вокруг третьей оси с угловым разрешением  $0.01^\circ$  и воспроизводимостью лучше  $0.03^\circ$ .

Все приведенные ниже результаты измерений были получены из петель гистерезиса магнитного момента при фиксированной ориентации образца, когда магнитное поле разворачивалось с постоянной скоростью  $\sim 10$  мТл·с<sup>-1</sup> от отрицательного поля, значительно превышающего поле перемагничивания, до 5 Тл и обратно до 0 Тл. Вначале мы будем интересоваться только необратимой компонентой магнитного момента  $\mathbf{m}$ , которая отражает поведение экранирующих токов.

#### 3.2. Образцы

Мы изучили несколько образцов монокристаллов  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$  с различными доминирующими механизмами пиннинга. Это были образцы с двойниковыми границами, раздвойникованные образцы и образцы с колоннообразными радиационными треками (смотри таблицу). Их приготовление и раздвойникование было описано ранее в [12, 13]. Различные пиннинговые системы воздействуют разным образом на анизотропию критического тока  $j_c$ , что позволяло изучить влияние изменения анизотропии на угол отклонения  $\alpha$ . В качестве образца с очень большим поперечным отношением  $\kappa = w/t$  мы использовали эпитаксиальную пленку  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$  [14].

Традиционные поликристаллические сверхпроводники, несомненно, предпочтительней для прямой проверки результатов расчета. Образец сверхпроводника фазы Шевреля  $\text{PbMoS}_6$  (далее будем обозначать его SV) был вырезан алмазной пилой из слитка. Затем после первых измерений был сделан дополнительный срез, чтобы уменьшить его ширину, а следовательно, и поперечное отношение. После этого были вновь проведены измерения. Образец  $\text{V}_3\text{Si}$  (VS) был вырезан алмазной пилой из слитка. После первого цикла измерений его толщина была уменьшена путем шлифовки наждачной бумагой, а затем был проведен второй цикл измерений.

### Параметры исследованных образцов

Обозначение	Материал	Форма	$L \times w \times t$ , мм	$\kappa = w/t$	Комментарии
OZ	$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$	монокристалл	$1.95 \times 1.15 \times 0.065$	17.7	с ГД*, плоскость вращения $\perp$ ГД
MK	$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$	монокристалл	$1.04 \times 0.97 \times 0.10$	9.7	раздвоинкованный
WZ	$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$	монокристалл	$0.96 \times 0.90 \times 0.04$	22.5	без ГД, высокой чистоты
АН	$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$	монокристалл	$1.26 \times 0.57 \times 0.025$	22.8	колоннообразные дефекты
LF	$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$	эпитакс. пленка	$2.2 \times 0.9 \times 0.0003$	$3 \cdot 10^3$	
SH	$\text{PbMoS}_6$	поликристалл	$2.01 \times 1.72 \times 0.40$	4.3	
S1	$\text{PbMoS}_6$	поликристалл	$2.01 \times 0.67 \times 0.40$	1.68	вырезан из SH
VS	$\text{V}_3\text{Si}$	поликристалл	$6.00 \times 0.90 \times 0.35$	2.57	
VI	$\text{V}_3\text{Si}$	поликристалл	$6.00 \times 0.90 \times 0.27$	3.33	получен шлифовкой из VS

Примечание. \* ГД — граница двойникования.

### 3.3. Экспериментальные результаты и обсуждение

#### 3.3.1. Монокристаллы ВТСП

На рис. 3 показано типичное поведение угла наклона  $\alpha$  магнитного момента относительно нормали к плоскости  $ab$  монокристалла  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$ , имеющего форму тонкой пластинки. В большом угловом интервале до  $\sim 87^\circ$  направлений  $\varphi$  магнитного поля направление магнитного момента  $\mathbf{m}$  привязано к нормали  $\mathbf{n}$ , так что  $\alpha \approx 0^\circ$  (вследствие неизбежной прецессии при вращении образца в большом диапазоне углов возникает погрешность в определении  $\alpha$  порядка  $\pm 1^\circ$ ). В узком угловом интервале, когда направление  $\mathbf{H}$  проходит вблизи плоскости пластинки, направление  $\mathbf{m}$  быстро переворачивается почти на  $180^\circ$  в соответствии с теорией. Результаты, представленные на рис. 3, не зависят от магнитного поля (если  $H$  значительно больше поля проникновения  $H_p$ ) или температуры, несмотря на то что величина критического тока  $j_c$  и его анизотропия изме-

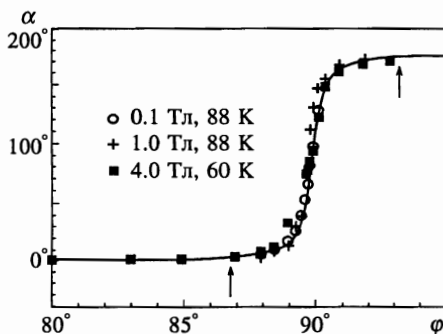


Рис. 3. Угол  $\alpha$ , определяющий отклонение вектора необратимого магнитного момента от оси  $c$  в монокристалле  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  (образец OZ) при вращении направления  $\varphi$  приложенного магнитного поля вблизи плоскости  $ab$  ( $\varphi = 90^\circ$ ) для различных значений температуры и магнитного поля. Сплошные линии соответствуют формулам (3) и (6), при использовании поперечного отношения образца  $\kappa = 17.7$ ; стрелками отмечено положение критического угла  $\varphi_c$ .

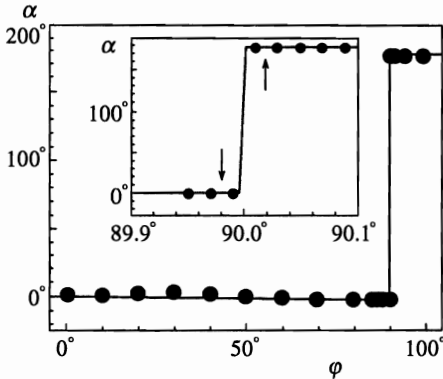


Рис. 4. Направление необратимого магнитного момента (в тех же координатах, что и на рис. 3) в эпитаксиальной пленке  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  ( $LF, T = 50 \text{ K}, \mu_0 H = 0.5 \text{ Тл}$ ). Сплошной линией показаны результаты расчета с помощью уравнений (3) и (6) при значении поперечного отношения  $\kappa = 3 \cdot 10^3$ ; стрелками отмечен критический угол  $\varphi_c$

няются очень сильно [15, 16]. Более того, для всех исследованных образцов  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$ , которые вследствие доминирования различных механизмов пиннинга сильно различаются по величине и анизотропии критического тока  $j_c$ , наблюдались похожие зависимости  $\alpha(\varphi)$ , которые могут быть описаны с помощью расчетов из разд. 2 с использованием измеренного значения поперечного отношения и без применения какого-либо подгоночного параметра. Это подтверждает доминирующую роль геометрических эффектов, которые и определяют угловое поведение вектора  $\mathbf{m}$ , проявляющееся в локализации его направления вблизи нормали образца.

Результаты исследований эпитаксиальной пленки  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$  (рис. 4) демонстрируют поведение при очень сильной геометрической локализации, когда направление магнитного момента  $\mathbf{m}$  изменяется на противоположное в пределах шага  $0.02^\circ$ . Эти результаты демонстрируют, что даже высокое угловое разрешение магнитометра недостаточно для изучения области быстрого вращения.

### 3.3.2. Традиционные сверхпроводники

Измерения на традиционных сверхпроводниках позволяют проверить полученные результаты в случае, когда, в отличие от ВТСП, анизотропия критического тока мала. Это позволяет непосредственно проанализировать и зависимости  $\mathbf{m}$  от угла  $\varphi$ .

В этом случае экспериментальные данные  $\alpha(\varphi)$  также показывают хорошее количественное согласие с теорией без использования какого-нибудь подгоночного параметра (рис. 5). Изменение модуля магнитного момента  $\mathbf{m}$  в зависимости от угла  $\varphi$  (рис. 6) демонстрирует важную особенность: очень узкий острый минимум  $|\mathbf{m}|$  при направлении магнитного поля вблизи плоскости пластинки. Этот провал имеет чисто геометрическое происхождение и не связан с анизотропией сверхпроводящих параметров.

Результаты расчета, проведенного в разд. 2, предполагают, что при углах  $\varphi$ , не очень близких к  $\pi/2$ , величина  $|\mathbf{m}|$  должна быть почти не зависящей от угла. Наблюдаемое в отличие от этого небольшое увеличение модуля при отклонении  $\mathbf{H}$  от направления  $\varphi = 0$  может быть связано с неконтролируемой анизотропией образца, возникшей в процессе приготовления, или с влиянием его конечной длины.

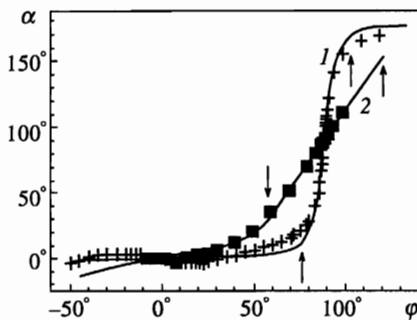


Рис. 5

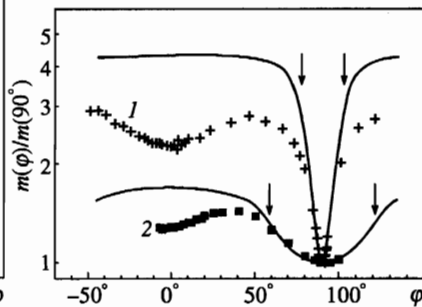


Рис. 6

**Рис. 5.** Вращение необратимого магнитного момента (те же координаты, что и на рис. 3) в образце  $\text{PbMoS}_6$  ( $T = 10$  К,  $\mu_0 H = 1.0$  Тл) в исходном состоянии (SH, кривая 1) и после уменьшения поперечного отношения (S1, кривая 2). Сплошными линиями показаны результаты расчета с помощью уравнений (3) и (6) при значениях поперечного отношения соответственно  $\kappa = 4.3$  и  $1.68$ . Стрелками отмечен критический угол  $\varphi_c$

**Рис. 6.** Угловая зависимость модуля магнитного момента в образце  $\text{PbMoS}_6$  ( $T = 10$  К,  $\mu_0 H = 1.0$  Тл) в исходном состоянии (1, SH) и после уменьшения поперечного размера (2, S1). Сплошными линиями показан расчет  $|m| = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$  по уравнениям (1), (2), (4) и (5) для значений поперечного отношения  $\kappa = 4.3$  и  $1.68$ ; стрелками отмечен критический угол  $\varphi_c$

### 3.3.3. Относительная угловая скорость вращения $\tau$

Очень чувствительным численным параметром геометрической модели является относительная угловая скорость  $\tau$ , которая характеризует вращение магнитного момента  $\mathbf{m}$ , когда направление магнитного поля  $\mathbf{H}$  вращается вблизи плоскости пластинки. Согласно уравнению (7), величина  $\tau$  должна быть простой квадратичной функцией  $\kappa$ . Результаты измерений как для образцов ВТСП, так и для традиционных сверхпроводников (рис. 7) достаточно хорошо согласуются с этим уравнением (точки, отвечающей эпитаксиальной пленке, на этом графике нет, так как поперечное отношение пленки  $\kappa \sim 10^3$  соответствует величине  $\tau \sim 10^6$ , что существенно превышает экспериментальное разрешение). Кроме того, наклон зависимости  $\tau(\kappa^2)$  близок к величине  $2/3$ , которую предсказывает предложенная модель.

## 4. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ И МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА МОНОКРИСТАЛЛОВ ВТСП

### 4.1. Угловой скейлинг кривых намагничивания

Как мы отмечали выше, в монокристаллах ВТСП для большого диапазона углов отклонения магнитного поля  $\mathbf{H}$  от оси  $c$  магнитный момент  $\mathbf{m}$  остается практически параллельным оси  $c$ , что свидетельствует о доминировании экранирующих токов  $J_{ab}$ , протекающих в плоскости  $ab$ . Зависимость величины  $J_{ab}$  от направления приложенного поля определяется природой механизма пиннинга. В общем случае такая зависимость

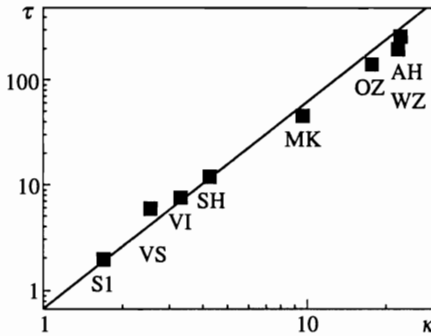


Рис. 7. Относительная скорость  $\tau$  углового вращения магнитного момента в случае, когда направление  $\mathbf{H}$  проходит вблизи плоскости пластинки, для образцов с различными значениями поперечного отношения  $\kappa$ . Результаты расчета с помощью уравнения (7) показаны сплошной линией

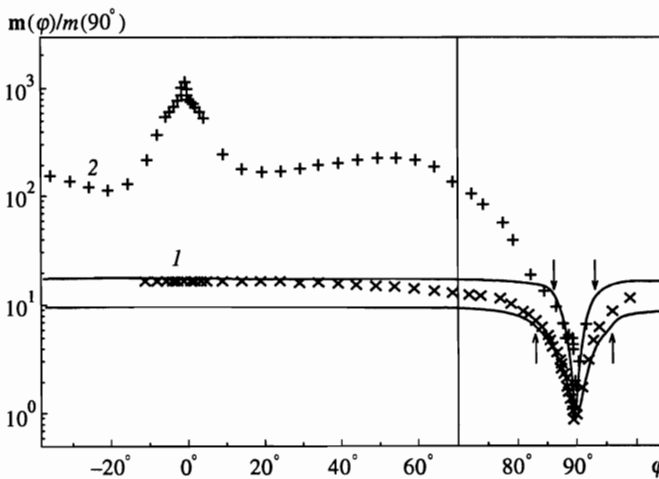


Рис. 8. Угловая зависимость модуля магнитного момента  $|\mathbf{m}|$  для образцов монокристаллов  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  (1 — МК и 2 — ОЗ) при фиксированном значении приведенного поля  $\varepsilon_\varphi \mu_0 H = 0.5 \text{ Тл}$  (рассчитанном при  $\Gamma^2 = 30$ ) и  $T = 88 \text{ К}$ . Сплошными линиями показан расчет  $|\mathbf{m}|$  по уравнениям (1), (2), (4) и (5) при значениях поперечного отношения  $\kappa = 9.7$  and  $17.7$ ; стрелками отмечен критический угол  $\varphi_c$ . Вблизи  $\varphi = 90^\circ$  использован более крупный масштаб

нетривиальна, однако она сильно упрощается для пиннинга на слабом изотропном беспорядке. В этом случае в анизотропном сверхпроводнике величина тока  $J_{ab}$  будет постоянной, если будет постоянным значение параметра [17]

$$\varepsilon_\varphi B = \sqrt{\cos^2 \varphi + \Gamma^2 \sin^2 \varphi} B,$$

где  $\Gamma$  соответствует анизотропии эффективных масс ( $\varepsilon_\varphi$  определяет угловые изменения собственной энергии вихря, второго критического поля, точки плавления вихревой решетки и поля необратимости  $B_{irr}$  [17]). В случае изотропного сверхпроводника это условие соответствует постоянному значению магнитной индукции.

Следовательно, если такой скейлинг справедлив, следует ожидать, что величина  $|\mathbf{m}(\varphi)|$ , измеренная при фиксированном значении  $\varepsilon_\varphi H$ , должна очень мало изменяться при увеличении  $\varphi$  и достигать 2/3 первоначального значения при критическом угле

$\varphi_c$  (разд. 2). Измерения на монокристаллах  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  (рис. 8, где использована величина  $\Gamma^2 = 30$ , найденная из зависимости  $B_{irr}^{-2}$  от  $\sin^2 \varphi$ ) показали, что такое поведение действительно наблюдается для раздвойникового образца МК. Сплошными линиями на рис. 8 показан расчет по предложенной модели  $|\mathbf{m}(\varphi)|$ ; экспериментальные результаты оказываются с ним в хорошем согласии при направлении магнитного поля вблизи плоскости  $ab$ . В большом диапазоне углов магнитный момент практически постоянен, как и следует ожидать для пиннинга на изотропном слабом беспорядке (точечные дефекты или их флуктуации). Количественное отличие от модельных расчетов может быть связано с влиянием двух факторов. Во-первых, при приближении к плоскостям  $\text{CuO}$  следует ожидать влияния на них собственного пиннинга, что должно приводить к увеличению значения магнитного момента  $m$  ( $\varphi = 90^\circ$ ), на которое нормируются экспериментальные зависимости. Во-вторых, это может быть связано с конечной длиной образца  $L \approx w$ , а также с влиянием токов, протекающих вдоль оси  $c$ .

Напротив, у двойникового кристалла  $OZ$  зависимость  $m(\varphi)$  и соответственно, величина  $J_{ab}$ , быстро убывают, когда направление  $\mathbf{H}$  отклоняется на  $\sim 20^\circ$  от оси  $c$ . Такое поведение отражает сильный пиннинг вихрей границами двойников.

У обоих образцов отклонение от постоянного значения  $J_{ab}$ , как и во всех других образцах, исследованных нами, начинается при  $\varphi \approx 60^\circ$ , т. е. гораздо раньше достижения угла  $\varphi_c$ . Мы связываем такое поведение с возникновением ступенчатой вихревой структуры при  $\text{tg } \varphi = \Gamma$ .

Другим проявлением скейлинга на изотропном беспорядке является эмпирически установленное Клейном и др. [18] универсальное угловое поведение пика намагниченности<sup>1)</sup>,

$$m_{st}(\varphi, H/\cos \varphi) = m_{st}(0, H) \cos \varphi,$$

которое оказывается справедливым вплоть до углов  $\sim 60^\circ$  отклонения  $\mathbf{H}$  от оси  $c$ . Для кристалла, исследованного в этих экспериментах, поперечное отношение составляло  $\kappa \sim 8$ , поэтому в интервале углов до  $60^\circ$  направление  $\mathbf{m}$  практически не отклоняется от оси  $c$ . Традиционный магнитометр с одной системой приемных катушек, который и использовался в [18], измеряет компоненту  $m_{st}$  магнитного момента  $\mathbf{m}$ , параллельную приложенному полю  $\mathbf{H}$ :

$$m_{st} = |\mathbf{m}| \cos \varphi.$$

Вследствие того что в  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  анизотропия  $\Gamma > 5$ , в исследованном угловом диапазоне справедливо

$$\varepsilon_\varphi B \approx B \cos \varphi.$$

Из этих двух угловых соотношений легко получить скейлинг, наблюдаемый в эксперименте. На рис. 9. показана зависимость измеренного модуля необратимого магнитного момента от приведенного магнитного поля  $\varepsilon_\varphi B$  при различных углах  $\varphi$ . Вплоть до  $60^\circ$  наблюдается практически идеальное совпадение этих зависимостей. Далее магнитный

<sup>1)</sup> Данный максимум тока, который из-за его формы часто называют «фиштэйл» (fishtail)-пиком, характеризуется монотонным ростом поля, соответствующего максимуму тока, при понижении температуры и универсальным поведением полевых зависимостей тока и скорости релаксации [19].

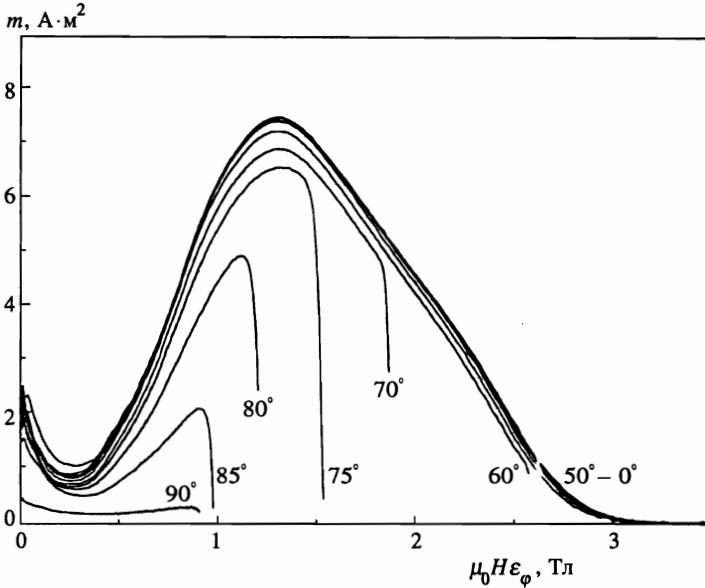


Рис. 9. Зависимости модуля магнитного момента от приведенного магнитного поля для различных углов  $\varphi$  для образца МК при  $T = 82$  К

момент начинает быстро уменьшаться. Следовательно, наблюдаемое нами угловое поведение тока  $J_{ab}$  указывает на связь фиштэйл-эффекта с пиннингом на точечных дефектах или их кластерах [20], которые индуцируют изотропный слабый беспорядок. Вместе с тем существуют и другие максимумы зависимости  $J_{ab}(B)$ , и в этом случае скейлинг, рассмотренный выше, не соблюдается. Эти пики, по-видимому, связаны с другими центрами пиннинга, например, с границами двойников [19].

#### 4.2. Анализ анизотропии критических токов

Из-за слоистой структуры ВТСП-материалы являются сильноанизотропными. Связь между плоскостями  $\text{CuO}$  является довольно слабой в  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  и очень слабой в фазах  $\text{BiSrCaCuO}$ . Термодинамическая анизотропия  $\Gamma$  растет от  $\sim 5$  в  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  до более чем 20 в фазах  $\text{BiSrCaCuO}$ .

Здесь мы рассмотрим влияние описанных выше эффектов на измерение анизотропии  $\Omega$  (неравновесных) экранирующих токов, которая определяется отношением критических токов  $J_{ab}$  и  $J_c$ , протекающих соответственно параллельно и перпендикулярно плоскостям  $\text{CuO}$ . Эта анизотропия, конечно же, зависит от термодинамической анизотропии. Однако на нее оказывают влияние как анизотропия центров пиннинга, так и геометрия образца.

Вследствие того что монокристаллы ВТСП обычно имеют форму тонких пластинок с осью  $c$  нормальной к поверхности, геометрические эффекты приводят к тому, что экранирующие токи протекают преимущественно параллельно плоскости  $ab$ . Только когда  $\mathbf{H}$  оказывается в пределах угла  $\sim 1/\kappa$  от плоскости, тогда появляется заметная часть токов, протекающих параллельно нормали к плоскости (кристаллографической оси  $c$ ). Для измерения этих токов необходимо, но не достаточно, работать в пределах



этого углового диапазона.

Решение анизотропной модели Бина при направлении магнитного поля параллельно плоскости пластинки было получено в работах [21, 22]. В этом случае распределение магнитной индукции определяется линейными профилями. Градиент магнитной индукции  $\mathbf{V}$  определяется поперечным критическим током. Мы рассмотрим случай, когда  $\mathbf{H}$  приложено в направлении  $x$ , параллельном плоскости пластинки (см. рис. 1). Существуют две характерные возможности проникновения потока. В «коротких» образцах ( $L/t < \Omega$ ) поток проникает быстрее вдоль направления  $z$ , чем в направлении  $y$ , и магнитный момент  $m_x$  преимущественно определяется замыкающими токами, параллельными оси  $c$ . Только такие образцы эффективны для измерения анизотропии токов  $\Omega$ . В «длинных» образцах ( $L/t > \Omega$ ) поток проникает быстрее вдоль направления  $y$ . В этом случае  $m_x$  определяется параллельной плоскости компонентой  $J_{ab}$ . Поэтому в длинных образцах влияние компоненты  $J_c$  не важно.

Вследствие того что монокристаллы ВТСП часто имеют форму, близкую к квадратной с  $w \sim L$ , длинные и короткие образцы определяются условием, что  $\kappa$  соответственно больше или меньше  $\Omega$ . Значения  $\Omega$  в образцах  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  с высоким содержанием кислорода лежат в интервале от 5 до 10 (см. например, [15, 16]) и оказываются меньше, чем значения  $\kappa$  для всех исследованных монокристаллов ВТСП (см. таблицу). Поэтому все эти кристаллы являются эффективно длинными, и в них доминируют экранирующие токи, протекающие в плоскости  $ab$ . Следовательно, нет необходимости включать анизотропию токов в наше рассмотрение. Согласие данных с геометрической моделью, когда направление  $\mathbf{H}$  близко к плоскости  $ab$  (как видно из рис. 7), подтверждает это заключение.

С другой стороны, для того чтобы с помощью магнитных измерений получить надежную информацию о токах, параллельных оси  $c$  в монокристаллах  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ , необходимы образцы со значениями  $\kappa$ , меньшими чем  $\sim 10$ . Такие образцы довольно редки. Кроме того, такой образец должен быть сориентирован с точностью лучше градуса (уравнения (4) и (5)), что обычно не реализуется при измерениях на СКВИДе. Среди более анизотропных ВТСП легко найти образцы с необходимым поперечным соотношением. Однако требования на точность ориентации сильно возрастают и быстро превышают характерное значение ростовой разориентации ( $\sim 0.1^\circ$ ) монокристаллов ВТСП. По этим причинам магнитные измерения позволяют получить анизотропию критических токов в ВТСП только для довольно узкого интервала значений  $\Omega$ .

## 5. ВЫВОДЫ

Получено решение модели Бина для бесконечной тонкой пластинки в наклонном магнитном поле. Проанализировано влияние анизотропии, конечного наклона  $\text{BAH}$  и замыкающих токов в конечном образце; установлено, что эти факторы оказывают слабое влияние на полученные результаты. Практически во всем диапазоне направлений  $\mathbf{H}$  магнитный момент  $\mathbf{m}$ , индуцированный экранирующими токами, привязан к нормали пластинки, а модуль  $\mathbf{m}$  изменяется лишь незначительно. Эта локализация магнитного момента имеет чисто геометрическое происхождение и никак не связана со сверхпроводящими параметрами, в частности с анизотропией образца. Однако, когда направление  $\mathbf{H}$  приближается к плоскости пластинки,  $\mathbf{m}$  начинает очень быстро изменяться по направлению и по величине.

Применимость геометрической модели была исследована с помощью векторной магнитометрии для большого числа образцов как ВТСП, так и традиционных сверхпроводников. Полученные результаты обнаруживают очень хорошее согласие с модельными расчетами для направления  $m$ . Однако  $|m|$  обнаруживает заметные отклонения от расчета, которые, по-видимому, связаны как с анизотропией критических токов в образце, так и с модельными допущениями.

Авторы благодарны Э. Х. Брандту (E. H. Brandt) за обсуждение некоторых результатов, Х. Кюпферу (H. K pfer) за полезные дискуссии и предоставление образца  $PbMoS_6$ . Мы также признательны Т. Вольфу (Th. Wolf), Г. Вирту (G. Wirth), М. Клэзер (M. Kl aser), С. И. Красносвободцеву и Б. Р. Колю (B. R. Coles) за предоставление образцов. Работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 96-02-18376а), Британским советом инженерно-физических исследований и грантом научного сотрудничества НАТО (№ НТ931241).

## Литература

1. W. Andr , H. Danauand, and R. Hergt, *Phys. Stat. Sol.* **111**, 583 (1989).
2. I. Felner, U. Yaron, Y. Yeshurun et al., *Phys. Rev. B* **40**, 5239 (1989).
3. H. Teshima, A. Oishi, H. Izumi et al., *Appl. Phys. Lett.* **58**, 2833 (1991).
4. F. Hellman, E. M. Gyorgy, and R. C. Dynes, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 867 (1992).
5. Yu. V. Bugoslavsky, A. A. Minakov, and S. I. Vasyurin, *J. Appl. Phys.* **79**, 1996 (1996).
6. C. P. Bean, *Phys. Rev. Lett.* **8**, 250 (1962).
7. E. H. Brandt, *Phys. Rev. B* **49**, 9024 (1994).
8. E. H. Brandt, *Phys. Rev. B* **52**, 15442 (1995); **54**, 4246 (1996).
9. A. A. Zhukov, *Sol. St. Commun.* **82**, 983 (1992); A. A. Zhukov, H. K pfer, V. A. Rybachuk et al., *Physica C* **219**, 99 (1994); A. A. Zhukov, A. V. Volkozub, and P. A. J. de Groot, *Phys. Rev. B* **52**, 13013 (1995).
10. Г. А. Корн, Т. М. Корн, *Справочник по математике для научных работников и инженеров*, Наука, Москва (1970).
11. Th. Schuster, H. Kuhn, E. H. Brandt et al., *Phys. Rev. B* **52**, 10375 (1995); Th. Schuster, H. Kuhn, and E. H. Brandt, *Phys. Rev. B* **54**, 3514 (1996).
12. Th. Wolf, W. Goldacker, B. Obst et al., *J. Cryst. Growth* **96**, 1010 (1989).
13. A. A. Zhukov, H. K pfer, H. Claus et al., *Phys. Rev. B* **52**, R9871 (1995).
14. A. I. Golovashkin, E. V. Ekimov, S. I. Krasnosvobodtsev et al., *Physica C* **162-164**, 715 (1989).
15. V. V. Moshchalkov, A. A. Zhukov, V. A. Rybachuk et al., *Physica C* **185-189**, 2191 (1991); H. K pfer, A. A. Zhukov, A. Will et al., *Phys. Rev. B* **54**, 644 (1996).
16. J. F. Thomas, G. K. Perkins, D. E. Lacey et al., *Czechoslovak J. Phys.* **46**, 1775 (1996).
17. G. Blatter, M. V. Figel'man, V. B. Geshkenbein et al., *Rev. Mod. Phys.* **66**, 1125 (1994).
18. L. Klein, E. R. Yacoby, Y. Yeshurun et al., *Phys. Rev. B* **49**, 4403 (1994).
19. A. A. Zhukov, H. K pfer, G. K. Perkins et al., *Phys. Rev. B* **51**, 12704 (1995); A. A. Zhukov, H. K pfer, H. Claus et al., *Phys. Rev. B* **52**, R9871 (1995).
20. A. Erb, J.-Y. Genoud, F. Marti et al., *J. Low Temp. Phys.* **105**, 1023 (1996).
21. В. В. Мошчалков, А. А. Жуков, В. Д. Кузнецов и др., *СФХТ* **2**, 84 (1989).
22. E. M. Gyorgy, R. B. van Dover, K. A. Jackson et al., *Appl. Phys. Lett.* **55**, 283 (1989).