ЖЭТФ, 1998, том 114, вып. 1(7), стр. 182–190 ©1998

ФЛУКТУАЦИОННАЯ ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ДИСПЕРСИЯ В АХИРАЛЬНЫХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ

*М. В. Горкунов, М. И. Рязанов**

Московский государственный инженерно-физический институт (технический университет) 115409, Москва, Россия

Поступила в редакцию 23 января 1998 г.

Исследована пространственная дисперсия диэлектрической проницаемости ахиральных жидких кристаллов с крупномасштабными флуктуациями. Обнаружено, что при больших корреляционных длинах слагаемые с пространственной дисперсией аномально велики. Получен конкретный вид этих слагаемых для ориентационных флуктуаций в нематике и флуктуаций деформации смектических слоев в смектике A в ориентирующем магнитном поле. Показана возможность оптического наблюдения рассматриваемых эффектов с помощью точных измерений угловых зависимостей показателей преломления электромагнитных волн.

1. ВВЕДЕНИЕ

Локальность связи между электрической индукцией и полем может быть нарушена при наличии пространственных флуктуаций диэлектрической проницаемости. Возникающую из-за учета флуктуаций пространственную дисперсию естественно назвать флуктуационной. Ранее флуктуационная пространственная дисперсия не рассматривалась, поэтому вещество с такими свойствами представляет интерес для обсуждения.

Как известно, учет пространственной дисперсии в негиротропных средах для не близких к линии поглощения частот приводит к поправкам порядка квадрата отношения характерной микроскопической длины (среднего смещения электрона под действием поля, постоянной решетки и т. п.) к длине волны поля [1, 2]. Если рассматривать среду с крупномасштабными флуктуациями, то для нее характерной длиной является корреляционная длина, так что при большой длине корреляции поправки из-за пространственной дисперсии должны быть существенны. Ниже рассматривается этот эффект в жидких кристаллах. Аналогичная ситуация, возникающая вблизи критической точки в жидкостях, будет исследована отдельно.

Жидкие кристаллы по своей природе являются веществами с сильно выраженными флуктуациями. Обычно при расчетах диэлектрических свойств жидких кристаллов, например в теории локального поля [3], учитываются только микроскопические флуктуации положения и ориентации ближайших соседних молекул. Роль таких флуктуаций действительно велика, и они существенно влияют на рассчитываемые главные значения тензора диэлектрической проницаемости. В то же время ясно, что соответствующая им пространственная дисперсия должна быть относительно мала.

*E-mail: ryazanov@theor.mephi.msk.su

Некоторые типы флуктуаций в жидких кристаллах имеют большие, макроскопические, размеры: их корреляционные длины во много раз больше межмолекулярных расстояний [4]. В частности, вблизи точки фазового перехода длина корреляции предпереходных флуктуаций сильно зависит от температуры, увеличиваясь при приближении к точке перехода. Ориентационные флуктуации в нематике или флуктуации деформации смектических слоев в смектике A имеют макроскопические длины корреляции во всем диапазоне температур, где существует фаза. Характерно, что в этом случае в отсутствие внешних ориентирующих факторов корреляционные длины формально бесконечно велики. На практике, однако, в жидких кристаллах всегда существенно ориентирующее влияние поверхностей, внешних электрических и магнитных полей, что приводит к конечным корреляционным длинам, причем последние становятся управляемыми параметрами жидких кристаллов [5].

Поскольку и в нематике и в смектике A длинноволновые флуктуации фактически вызывают локальные изменения направления главной оптической оси, оказывается возможным исследовать флуктуационную пространственную дисперсию в них, считая вещество неоднородной локально одноосной средой. Для иллюстрации результатов ниже используются хорошо известные корреляционные функции жидких кристаллов в магнитном поле.

Расчет спектров электромагнитных волн показывает, что флуктуации влияют на угловые зависимости показателей преломления жидких кристаллов. Подобный эффект рассматривался ранее для обыкновенных волн в нематике [6], где были получены численные результаты в случае очень больших длин корреляции. Ясно, что рассмотрение в терминах пространственной дисперсии справедливо при достаточно малых корреляционных длинах, меньших, чем длина волны света, т. е. в хорошо ориентированных жидких кристаллах. В рамках такого подхода поправки к спектрам обыкновенных и необыкновенных волн имеют простой аналитический вид.

Приводимые оценки показывают, что эти поправки, обусловленные флуктуационной пространственной дисперсией, наблюдаемы оптическими методами.

2. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ДИСПЕРСИЯ В ЖИДКОМ КРИСТАЛЛЕ С ФЛУКТУАЦИЯМИ НАПРАВЛЕНИЯ ДИРЕКТОРА

Рассмотрим локально-одноосную среду с флуктуирующим направлением $\mathbf{n}$ главной оптической оси:

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\omega) = \varepsilon_o(\omega)\delta_{ij} + (\varepsilon_e(\omega) - \varepsilon_o(\omega))\, n_i(\mathbf{r}) n_j(\mathbf{r}). \tag{1}$$

Полагая, что отклонения вектора $\mathbf{n}$ от его среднего значения $\mathbf{n}_0$ малы, имеем

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}_0 + \delta\mathbf{n}, \quad (\mathbf{n}_0\delta\mathbf{n}) \approx 0. \tag{2}$$

С точностью до линейных по $\delta\mathbf{n}$ членов (1) записывается в виде

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\omega) = \varepsilon_{ij}(\omega) + \delta\varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\omega), \tag{3}$$

где

$$\varepsilon_{ij}(\omega) = \varepsilon_o(\omega)\delta_{ij} + \varepsilon_a(\omega) e_i e_j,$$

$$\delta\varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\omega) = \varepsilon_a(\omega)(e_i\delta\mathbf{n}_j + \delta\mathbf{n}_i e_j),$$

а $\varepsilon_a = n_0^2(\varepsilon_e - \varepsilon_o)$ — оптическая анизотропия жидкого кристалла, усредненного по флуктуациям. Единичный вектор $\mathbf{e}$ направлен по $\mathbf{n}_0$ и, таким образом, задает главную оптическую ось жидкого кристалла в целом.

Волновое уравнение для компонент электрического поля

$$\nabla \operatorname{div}\mathbf{E} - \Delta\mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2}\mathbf{D} \tag{4}$$

после преобразования Фурье с учетом (3) дает

$$\left[q^2\delta_{ij} - q_i q_j - \varepsilon_{ij}(\omega)\frac{\omega^2}{c^2}\right] E_j(\mathbf{q},\omega) = \frac{\omega^2}{c^2}\int d^3p\,\delta\varepsilon_{ij}(\mathbf{p},\omega)E_j(\mathbf{q}-\mathbf{p},\omega). \tag{5}$$

Интегрируя (5), нетрудно получить

$$\left[q^2\delta_{ij} - q_i q_j - \varepsilon_{ij}(\omega)\frac{\omega^2}{c^2}\right] E_j(\mathbf{q},\omega) = \frac{\omega^4}{c^4}\int d^3p\int d^3p'\,\delta\varepsilon_{ij}(\mathbf{p},\omega)\delta\varepsilon_{kl}(\mathbf{p}',\omega)\times$$
$$\times\left[(\mathbf{q}-\mathbf{p})^2\delta_{jk} - (\mathbf{q}-\mathbf{p})_j(\mathbf{q}-\mathbf{p})_k - \varepsilon_{jk}(\omega)\frac{\omega^2}{c^2}\right]^{-1} E_l(\mathbf{q}-\mathbf{p}-\mathbf{p}',\omega). \tag{6}$$

Поскольку обычно оптическая анизотропия жидкого кристалла мала, при вычислении флуктуационных поправок ею можно пренебречь везде, где она не имеет принципиального значения. В частности, в правой части (6) можно положить

$$\left[(\mathbf{q}-\mathbf{p})^2\delta_{jk} - (\mathbf{q}-\mathbf{p})_j(\mathbf{q}-\mathbf{p})_k - \varepsilon_{jk}(\omega)\frac{\omega^2}{c^2}\right]^{-1} \simeq \frac{\varepsilon_o(\omega/c)^2\delta_{jk} - (\mathbf{q}-\mathbf{p})_j(\mathbf{q}-\mathbf{p})_k}{\varepsilon_o(\omega/c)^2\left[(\mathbf{q}-\mathbf{p})^2 - \varepsilon_o(\omega/c)^2\right]}. \tag{7}$$

Усреднение по флуктуациям с учетом однородности жидкого кристалла в среднем приводит к

$$\langle\delta\varepsilon_{ij}(\mathbf{p},\omega)\delta\varepsilon_{kl}(\mathbf{p}',\omega)\rangle = \langle\delta\varepsilon_{ij}(\mathbf{p},\omega)\delta\varepsilon_{kl}(-\mathbf{p},\omega)\rangle\delta^{(3)}(\mathbf{p}+\mathbf{p}'). \tag{8}$$

Подстановка (7) и (8) в (6) дает волновое уравнение, в котором в качестве диэлектрической проницаемости фигурирует тензор

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{q},\omega) = \varepsilon_{ij}(\omega) + \frac{1}{\varepsilon_o}\int d^3p\langle\delta\varepsilon_{ij}(\mathbf{p},\omega)\delta\varepsilon_{kl}(-\mathbf{p},\omega)\rangle\frac{\varepsilon_o(\omega/c)^2\delta_{jk} - (\mathbf{q}-\mathbf{p})_j(\mathbf{q}-\mathbf{p})_k}{(\mathbf{q}-\mathbf{p})^2 - \varepsilon_o(\omega/c)^2}. \tag{9}$$

Используя (3), нетрудно получить

$$\langle\delta\varepsilon_{ij}(\mathbf{p},\omega)\delta\varepsilon_{kl}(-\mathbf{p},\omega)\rangle = \varepsilon_a^2\left[e_ie_kg_{jl}(\mathbf{p}) + e_ie_lg_{jk}(\mathbf{p}) + e_je_kg_{il}(\mathbf{p}) + e_je_lg_{ik}(\mathbf{p})\right], \tag{10}$$

где $g_{ms}(\mathbf{p})$ — образ Фурье от корреляционной функции

$$g_{ms}(\mathbf{r}) = \langle\delta n_m(\mathbf{r}')\delta n_s(\mathbf{r}'-\mathbf{r})\rangle. \tag{11}$$

Фактически (9) учитывает лишь вклад двухфотонных процессов рассеяния на флуктуациях. Пренебрежение многофотонным рассеянием справедливо уже в силу того, что возмущение диэлектрической проницаемости пропорционально диэлектрической анизотропии, поэтому отбрасываемые слагаемые содержат лишний множитель ε_a^2, а он практически всегда мал. Вместе с тем ориентационная упругость жидкого кристалла приводит также и к небольшой амплитуде отклонений директора от равновесного направления, что делает поправки к диэлектрической проницаемости еще более малыми, а роль многофотонных процессов еще более незначительной.

Вклад в интеграл в (9) дают волновые векторы $|\mathbf{p}| \lesssim \xi^{-1}$, где ξ — корреляционная длина, на которой убывает $g_{ms}(\mathbf{r})$. Поскольку макроскопическое описание справедливо при длинах волн

$$\lambda \gg \xi, \tag{12}$$

ясно, что в (9) можно считать $q \ll p$, $(\omega/c) \ll p$, т. е. справедливо разложение по малым q и (ω/c).

Не зависящие от $\mathbf{q}$ члены этого разложения дают вклад в диэлектрическую проницаемость без пространственной дисперсии. Ясно, что этот вклад мал по сравнению со вкладами коротковолновых корреляций [3], поэтому мы обозначим всю не зависящую от волнового вектора часть диэлектрической проницаемости как $\varepsilon_{ij}(\omega)$, считая, что в ней учтены все флуктуационные поправки, и она собственно и наблюдается на опыте. Интегрирование линейных по $\mathbf{q}$ слагаемых дает нуль, так как среда, а вместе с ней и корреляционная функция, предполагаются обладающими центром инверсии. Квадратичные же члены определяют пространственную дисперсию диэлектрической проницаемости, так что

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ij}(\mathbf{q},\omega) = \varepsilon_{ij}(\omega) + \frac{1}{\varepsilon_o}\int d^3p\langle\delta\varepsilon_{ij}(\mathbf{p},\omega)\delta\varepsilon_{kl}(-\mathbf{p},\omega)\rangle\frac{1}{p^2}\times \\ \times\left[-q_jq_k + (q_jp_k + p_jq_k)\frac{2(\mathbf{qp})}{p^2} + p_jp_k\frac{q^2p^2 - 4(\mathbf{qp})^2}{p^4}\right].\end{aligned} \tag{13}$$

Так как $\delta\mathbf{n} \perp \mathbf{e}$, то у тензора $g_{ms}(\mathbf{p})$ отличны от нуля только компоненты с индексами, соответствующими перпендикулярным к $\mathbf{e}$ направлениям. Кроме того, можно считать, что его симметрия совпадает с симметрией усредненного жидкого кристалла, как это происходит, например, в ориентирующем внешнем поле. Тогда можно записать

$$g_{ms}(\mathbf{p}) = (\delta_{ms} - e_me_s)u(p_\parallel, p_\perp) + \frac{p_{\perp m}p_{\perp s}}{p_\perp^2}\,\nu(p_\parallel, p_\perp), \tag{14}$$

где $\mathbf{p}_\parallel$ и $\mathbf{p}_\perp$ — продольная и перпендикулярная составляющие вектора $\mathbf{p}$ относительно оптической оси $\mathbf{e}$.

Подстановка (14) в (10) и (9) позволяет в явном виде получить слагаемые с пространственной дисперсией:

$$\begin{gathered}\varepsilon_{ij}(\mathbf{q},\omega) = \varepsilon_{ij}(\omega) + \frac{\varepsilon_a^2(\omega)}{\varepsilon_o(\omega)}\gamma_{ijkl}q_kq_l, \\ \gamma_{ijkl}q_kq_l = q^2\left[a\delta_{ij} + be_ie_j\right] + q_\parallel^2\left[d\delta_{ij} + fe_ie_j\right] + q_\parallel(q_ie_j + e_iq_j)g + q_iq_jh,\end{gathered} \tag{15}$$

а не зависящие от частоты константы

$$a = -u_1 + 2u_2 + \frac{1}{2}\nu_2, \quad b = 2u_1 - 4u_2 + \frac{1}{2}\nu_0 + \nu_1 - \frac{3}{2}\nu_2,$$

$$d = 6u_1 - 6u_2 - u_0 - \frac{1}{2}\nu_0 + \frac{5}{2}\nu_1 - \frac{5}{2}\nu_2, \quad f = 2u_0 - 6u_1 + 4u_2 - \frac{3}{2}\nu_1 + \frac{3}{2}\nu_2, \tag{16}$$

$$g = -3u_1 + 4u_2 + \frac{1}{2}\nu_0 - 3\nu_1 + 3\nu_2, \quad h = \nu_2 - \nu_1$$

выражаются через интегралы

$$u_\alpha = \int d^3p \frac{u(p_\parallel, p_\perp)}{p^2}\left(\frac{p_\parallel}{p}\right)^{2\alpha}, \quad \nu_\alpha = \int d^3p \frac{\nu(p_\parallel, p_\perp)}{p^2}\left(\frac{p_\parallel}{p}\right)^{2\alpha}, \quad \alpha = 0, 1, 2. \tag{17}$$

Последние имеют размерность квадрата длины. Их малость по сравнению с λ^2 определяет малость слагаемых с пространственной дисперсией.

3. НЕМАТИЧЕСКИЙ ЖИДКИЙ КРИСТАЛЛ В ОРИЕНТИРУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Бесконечный нематик в ориентирующем магнитном поле $\mathscr{H}$ имеет конечные корреляционные длины ориентационных флуктуаций, и они пропорциональны $\mathscr{H}^{-1}$. Если анизотропия магнитной восприимчивости $\chi_a > 0$, то оптическая ось при этом ориентируется по полю, а корреляционная функция задается равенствами [5]

$$u(p_\parallel, p_\perp) = \frac{k_B T}{K_1 p_\perp^2 + K_3 p_\parallel^2 + \chi_a \mathscr{H}^2}, \tag{18}$$

$$u(p_\parallel, p_\perp) + \nu(p_\parallel, p_\perp) = \frac{k_B T}{K_2 p_\perp^2 + K_3 p_\parallel^2 + \chi_a \mathscr{H}^2},$$

где K_α — соответствующие модули упругости жидкого кристалла.

Так как последние обычно имеют сравнительно близкие величины, то в так называемом одноконстантном приближении можно для простоты положить $K_1 = K_2 = K_3 = K$. Тогда $\nu = 0$, а

$$u(p_\parallel, p_\perp) = u(p) = \frac{k_B T}{K(p^2 + \xi^{-2})}, \tag{19}$$

где корреляционная длина $\xi = \sqrt{K/\chi_a}\, \mathscr{H}^{-1}$. В соответствии с этим $\nu_\alpha = 0$, а

$$u_0 = 2\pi^2 \frac{k_B T}{K}\xi, \quad u_1 = \frac{1}{3}u_0, \quad u_2 = \frac{1}{5}u_0. \tag{20}$$

Диэлектрическая проницаемость с учетом пространственной дисперсии принимает вид

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{q}, \omega) = \varepsilon_{ij}(\omega) + \frac{\varepsilon_a^2(\omega) u_0}{15\varepsilon_o(\omega)}\left\{q^2(\delta_{ij} - 2e_i e_j) - q_\parallel^2(3\delta_{ij} - 12 e_i e_j) - 3q_\parallel(q_i e_j + e_i q_j)\right\}. \tag{21}$$

Оценивая $T \sim 400$ K, $K \sim 10^{-6}$ дин, $q \sim 10^4$ см$^{-1}$, $\varepsilon_o \sim 1$ и $\varepsilon_a^2 \sim 0.1$, имеем по порядку величины

$$\frac{\varepsilon_a^2}{\varepsilon_o} u_0 \sim 10^{-3}(\xi q), \tag{22}$$

т. е., так как $(\xi q) < 1$, слагаемые с пространственной дисперсией могут достигать величины 10^{-3}. Полагая, что $\chi_a \sim 10^{-7}$, получаем также, что неравенство (12), которое ограничивает применимость макроскопического рассмотрения флуктуаций достаточно хорошо ориентированными жидкими кристаллами, требует сильного ориентирующего магнитного поля $\mathscr{H} > 10^4$ Э.

4. АХИРАЛЬНЫЙ СМЕКТИЧЕСКИЙ ЖИДКИЙ КРИСТАЛЛ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрим монодоменный смектик A, ориентированный магнитным полем. Поскольку искажения позиционного порядка в слоистой структуре для нас существенны только в силу того, что они меняют локальное направление оптической оси, можно оставить в стороне вопрос о нарушениях позиционного порядка, связанных с неустойчивостью одномерно упорядоченой структуры. Важно, что ориентационный, «нематический» порядок в смектиках достаточно высок.

Главная оптическая ось в смектике A направлена по нормали к поверхностям смектических слоев. Поэтому если слои деформированы длинноволновыми флуктуациями, то

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}) = \mathbf{n}_0 - \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_\perp} w(\mathbf{r}), \tag{23}$$

где $w(\mathbf{r})$ — отклонение слоя от равновесной смектической плоскости. Корреляционная функция при этом

$$g_{ms}(\mathbf{p}) = -p_{\perp m} p_{\perp s} \langle |w(\mathbf{p})|^2 \rangle, \tag{24}$$

т. е. в смектике A

$$u(p_\|, p_\perp) = 0, \quad \nu(p_\|, p_\perp) = -p_\perp^2 \langle |w(p_\|, p_\perp)|^2 \rangle. \tag{25}$$

В ориентирующем магнитном поле

$$\langle |w(p_\|, p_\perp)|^2 \rangle = \frac{k_B T}{B p_\|^2 + K(p_\perp^4 + \chi_a \mathscr{H}^2 p_\perp^2)}, \tag{26}$$

где B — модуль упругости сжатия смектических слоев [5].

Вводя корреляционные длины в направлениях перпендикулярно к оптической оси и вдоль нее:

$$\xi_\perp = \sqrt{\frac{K}{\chi_a}} \frac{1}{\mathscr{H}}, \quad \xi_\| = \xi_\perp^2 \sqrt{\frac{B}{K}}, \tag{27}$$

можно записать

$$\nu(p_\|, p_\perp) = -\frac{k_B T p_\perp^2 \xi_\perp^4}{K(p_\|^2 \xi_\|^2 + p_\perp^2 \xi_\perp^2 + p_\perp^4 \xi_\perp^4)}. \tag{28}$$

Поскольку смектические слои обычно слабо сжимаемы, величина B такова, что параметр $\sqrt{K/B}$ мал и имеет порядок молекулярных длин, т. е.

$$\xi_\| \gg \xi_\perp. \tag{29}$$

Интегралы ν_α при этом

$$\nu_0 = -\frac{2\pi^2 k_B T}{\sqrt{KB}} \ln\left(\frac{2\xi_\|}{\xi_\perp}\right), \quad \nu_1 = -\frac{\pi^2 k_B T}{\sqrt{KB}}, \quad \nu_2 = \frac{1}{2}\nu_1. \tag{30}$$

Сравнение с (19) показывает, что в смектике A пространственная дисперсия в $\xi_\perp\sqrt{B/K}$ раз меньше, чем в нематике. Оценка с $B \sim 10^8$ эрг/см^3 и $\xi_\perp \sim 10^{-5}$ см дает для нее характерный порядок $\sim 10^{-5}$.

Физические причины таких отличий смектиков от нематиков становятся ясны, если принять во внимание, что пространственная дисперсия определяется интегралами по коррелированным областям жидких кристаллов. В смектике A эти области сильно вытянуты в направлении главной оптической оси, а так как (12) должно выполняться для всех их характерных размеров, понятно, что интегральный вклад от почти сферических областей в нематике существенно больше. Другими словами, макроскопическое описание флуктуаций в смектике в терминах пространственной дисперсии справедливо тогда, когда соответствующие эффекты очень малы.

В то же время известно, что в окрестности фазового перехода второго рода смектик A — нематик смектические слои размываются, так что модуль упругости B существенно уменьшается. При этом форма коррелированных областей приближается к сферической. Легко видеть, что пространственная дисперсия при таких температурах сравнительно велика. Так, при $\xi_\parallel = \xi_\perp = \xi$

$$\nu_0 = -2\pi^2\frac{k_BT}{K}, \quad \nu_1 = \frac{1}{3}\nu_0, \quad \nu_2 = \frac{1}{5}\nu_0. \tag{31}$$

Диэлектрическая проницаемость (15) в этом случае

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{q},\omega) = \varepsilon_{ij}(\omega) + \frac{\varepsilon_a^2(\omega)\nu_0}{15\varepsilon_o(\omega)} \times \\ \times \left\{q^2\left(\frac{3}{2}\delta_{ij}+8e_ie_j\right) - q_\parallel^2\left(\frac{5}{2}\delta_{ij}+3e_ie_j\right) + \frac{3}{2}q_\parallel(q_ie_j+e_iq_j) - 2q_iq_j\right\}, \tag{32}$$

и пространственная дисперсия имеет тот же порядок величины, что и в нематике.

5. СПЕКТР ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ОДНООСНОЙ СРЕДЕ С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

Спектр световых волн дается нулями определителя

$$\left|q^2\delta_{ij} - q_iq_j - (\omega/c)^2\varepsilon_{ij}(\mathbf{q},\omega)\right| = 0. \tag{33}$$

Подстановка (15) приводит к разделению этого уравнения на два: дисперсионное уравнение обыкновенных волн

$$q^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\left\{\varepsilon_o(\omega) + \frac{\varepsilon_a^2(\omega)}{\varepsilon_o(\omega)}\left(aq^2 + d(\mathbf{qe})^2\right)\right\} \tag{34}$$

и дисперсионное уравнение необыкновенных волн

$$q^4G(\omega,\theta) + (\omega/c)^2q^2F(\omega,\theta) = (\omega/c)^4\varepsilon_o(\omega)\varepsilon_e(\omega), \tag{35}$$

где использованы обозначения: θ — угол между векторами $\mathbf{q}$ и $\mathbf{e}$, а

$$G(\omega,\theta) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\frac{\varepsilon_a^2(\omega)}{\varepsilon_o(\omega)}\left\{a + h + (b + d + 2g)\cos^2\theta + f\cos^4\theta\right\}, \tag{36}$$

$$F(\omega,\theta)=\varepsilon_o(\omega)\sin^2\theta+\varepsilon_e(\omega)\cos^2\theta-\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\frac{\varepsilon_a^2(\omega)}{\varepsilon_o(\omega)}\times$$
$$\times\left\{[a+b]\varepsilon_o(\omega)+[a+h]\varepsilon_e(\omega)+[f+d+h+2g]\varepsilon_o(\omega)\cos^2\theta+(d-h)\varepsilon_e(\omega)\cos^2\theta\right\}. \tag{37}$$

Слагаемые, обусловленные пространственной дисперсией, малы. Как показано выше, они имеют порядок 10^{-3}, поэтому справедливы приближенные решения этих уравнений. Для обыкновенных волн (34) дает

$$q_o^2=\frac{\omega^2}{c^2}\left\{\varepsilon_o+\varepsilon_a^2\frac{\omega^2}{c^2}(a+d\cos^2\theta)\right\}, \tag{38}$$

а для необыкновенных из (35) нетрудно получить

$$q_e^2=\frac{\varepsilon_o\varepsilon_e(\omega/c)^2}{\varepsilon_o\sin^2\theta+\varepsilon_e\cos^2\theta}\left[1+\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\frac{\varepsilon_a^2}{\varepsilon_o}\left(a+b\sin^2\theta+d\cos^2\theta+f\cos^2\theta\sin^2\theta\right)\right]. \tag{39}$$

В поправках от пространственной дисперсии мы, как и ранее, пренебрегли оптической анизотропией жидких кристаллов.

Таким образом, при учете пространственной дисперсии спектр обыкновенных волн оказывается слабо анизотропным. Угловая зависимость спектра необыкновенных волн также меняется.

6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Главной причиной плохой прозрачности жидких кристаллов считается некогерентное рассеяние на длинноволновых флуктуациях. Соответсвующая мнимая добавка к диэлектрической проницаемости дается полюсной частью интеграла в (9). Так как полюс расположен при $p^2\sim\varepsilon(\omega/c)^{-2}\ll\xi^2$, то соответствующая часть интеграла в

$$\frac{\lambda\int d^3p\,p^{-2}g(\mathbf{p})}{g(p\to 0)} \tag{40}$$

раз меньше той, которая соответствует пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости. Переходя к фурье-образам, зависящим от координат, имеем отношение:

$$\frac{\varepsilon_{SD}}{\varepsilon''}\sim\frac{\lambda\int d^3r\,r^{-1}g(\mathbf{r})}{\int d^3r\,g(\mathbf{r})}, \tag{41}$$

т. е. мнимая часть в (λ/ξ) раз меньше слагаемых с пространственной дисперсией.

Это обстоятельство делает возможным предварительно оценивать величину пространственной дисперсии по прозрачности жидких кристаллов. Так, если считать, что характерные расстояния, на которых свет существенно рассеивается, имеют порядок нескольких мм, то $\varepsilon''\sim 10^{-3}\div 10^{-4}$, т. е. члены с пространственной дисперсией должны иметь порядок не менее чем 10^{-3}. При меньшей прозрачности жидких кристаллов они будут еще больше, конечно, при условии, что корреляционные длины меньше длин волн света.

Обычно в негиротропных твердых кристаллах пространственная дисперсия имеет порядок 10^{-6}. Поэтому можно говорить о ее аномально большой величине в жидких кристаллах с длнноволновыми флуктуациями.

Появляющиеся как следствие пространственной дисперсии анизотропия показателя преломления обыкновенных волн и поправки к угловой зависимости показателя преломления необыкновенных волн, по-видимому, могут быть измерены экспериментально. То есть рассмотренные эффекты можно использовать для исследования флуктуационных процессов в жидких кристаллах путем оптических измерений угловых зависимостей показателей преломления. Комбинирование этого метода с традиционными измерениями сечения некогерентного рассеяния на флуктуациях делает возможным определение корреляционных длин и амплитуд флуктуаций отдельно друг от друга, что открывает новые перспективы для детального иследования флуктуационных процессов в жидких кристаллах.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства науки Российской Федерации (проект 96-7-3) и Российского фонда фундаментальных исследований.

Литература

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1992), с. 663.
2. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов*, Наука, Москва (1965), с. 374.
3. Е. М. Аверьянов, М. А. Осипов, УФН **160**, 89 (1990).
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика ч. 1*, Наука, Москва (1976).
5. P. G. de Gennes and J. Prost, *The Physics of Liquid Crystals*, Clarendon Press, Oxford (1993).
6. Н. Б. Баранова, Б. Я. Зельдович, В. С. Либерман, ЖЭТФ **99**, 1504 (1991).