## ЛОКАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ ПОВЕРХНОСТИ ФЕРМИ И ОСОБЕННОСТИ СКИН-ЭФФЕКТА В СЛОИСТЫХ ПРОВОДНИКАХ

## Н. А. Зимбовская\*

Уральская государственная горно-геологическая академия 620144, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 6 ноября 1997 г.

Теоретически исследовано влияние локальных аномалий гауссовой кривизны поверхности Ферми слоистого проводника на его поверхностный импеданс в высокочастотной области при условии, что поверхность проводника параллельна проводящим плоскостям. Показано, что обращение кривизны в нуль или особенность кривизны на эффективных участках поверхности Ферми может существенно изменить величину и частотную зависимость импеданса. Построена теория циклотронного резонанса в магнитном поле, нормальном к поверхности проводника, и исследованы особенности этого явления, обусловленные локальными аномалиями кривизны поверхности Ферми.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Большинство синтезированных за последние два десятилетия сверхпроводящих материалов с высокими критическими параметрами представляют собой слоистые структуры с металлическим типом проводимости. Для них характерна сильная анизотропия проводимости в несверхпроводящем состоянии — проводимость в плоскости слоев намного превышает проводимость в направлении нормали к слоям. Принято считать анизотропию электропроводности проявлением квазидвумерного характера энергетического спектра носителей заряда в слоистых проводниках. Поверхность Ферми таких проводников представляют в виде системы слабогофрированных цилиндров (изолированных или соединенных перемычками) с осями, направленными вдоль нормали к слоям. Данные экспериментальных исследований (см., например, [1-6]) подтверждают это представление. Однако поверхности Ферми слоистых проводников исследованы далеко не полностью. Недостаточно изучены конкретные особенности профилей гофрированных цилиндров. Между тем локальные геометрические характеристики поверхности Ферми должны существенно влиять на высокочастотные свойства слоистых проводников, аналогично тому как это имеет место в обычных металлах [7-14]. Целью настоящей работы является изучение влияния локальной геометрии поверхности Ферми на скинэффект в слоистых проводниках. Выявление особенностей скин-эффекта, связанных со специфическими геометрическими характеристиками поверхности Ферми, должно создать дополнительные возможности для восстановления по экспериментальным данным поверхности Ферми рассматриваемых веществ.

<sup>\*</sup>E-mail: drig@ugi.rcupi.e-burg.su

#### 2. МОДЕЛЬ

Поверхность Ферми проводника с квазидвумерным энергетическим спектром можно описать уравнением

$$E_F = \sum_{n=0}^{\infty} E_n(p_x, p_y) \cos\left(\frac{anp_z}{\hbar}\right), \qquad (1)$$

где **р** — квазиимпульс электронов,  $E_n(p_x, p_y)$  — коэффициенты размерности энергии,  $p_z$  — проекция квазиимпульса на направление нормали к слоям, a — расстояние между слоями. Пренебрегая анизотропией энергетического спектра в плоскости слоев, можно записать вместо (1) более простое уравнение:

$$E_F = \frac{p_\perp^2}{2m_\perp} + \sum_{n=1}^{\infty} E_n(p_\perp) \cos\left(\frac{anp_z}{\hbar}\right).$$
(2)

Здесь  $p_{\perp}$  — проекция квазиимпульса на плоскость слоев,  $m_{\perp}$  — эффективная масса, соответствующая движению квазичастиц в плоскости слоев. Уравнение (2) описывает аксиально-симметричную открытую поверхность Ферми с осью, направленной вдоль нормали к слоям.

В теоретических работах, посвященных исследованию электронных свойств слоистых проводников, для получения конкретных результатов ограничиваются учетом нескольких первых членов суммы по n в выражении (2). Как правило, учитывается только первое слагаемое, что соответствует результату, получаемому в приближении сильной связи. В данной работе рассматривается иной подход к описанию электронного энергетического спектра носителей заряда в слоистых проводниках, в рамках которого поверхность Ферми описывается уравнением

$$E_F = \frac{p_\perp^2}{2m_\perp} - \eta v_0 p_0 E\left(\frac{p_z}{p_0}\right). \tag{3}$$

Здесь  $v_0 = (2E_F/m_{\perp})^{1/2}$ ,  $p_0 = \pi\hbar/a$ ,  $E(p_z/p_0)$  — четная функция, периодическая по своему аргументу  $p_z/p_0$  с периодом, равным 2,  $\eta$  — безразмерный положительный параметр, характеризующий степень гофрировки поверхности Ферми. Величина  $-\eta v_0 p_0 E(p_z/p_0)$  представляет собой сумму тригонометрического ряда из выражения (2). Выбирая конкретный вид этой функции, можно получать поверхность Ферми в виде гофрированных цилиндров с различными профилями. Это предоставляет широкие возможности для анализа влияния особенностей формы поверхности Ферми на наблюдаемые характеристики слоистых проводников.

Предположим, что функция  $E\left(p_{z}/p_{0}
ight)$  в промежутке  $-p_{0} \leq p_{z} \leq p_{0}$  описывается выражением

$$E\left(\frac{p_z}{p_0}\right) = \frac{1}{rl} \left[1 - \left|\frac{p_z}{p_0}\right|^l\right]^r,\tag{4}$$

где параметры r, l принимают значения больше единицы. Модель (3), (4) позволяет описывать достаточно широкий класс поверхностей Ферми в виде гофрированных цилиндров с различными профилями.

Гауссова кривизна поверхности Ферми (3), (4) равняется

$$K(p_z) = m_{\perp}^2 \left( v_z^2 + \frac{p_{\perp}^2}{m_{\perp}} \frac{\partial v_z}{\partial p_z} \right) (p_{\perp}^2 + m_{\perp}^2 v_z^2)^{-2}.$$
 (5)

Здесь  $v_z$  — проекция скорости квазичастиц на ось симметрии поверхности Ферми. При l = r = 2 кривизна поверхности Ферми на ее сечениях плоскостями  $p_z = 0$  и  $p_z = \pm p_0$  принимает значения

$$K(0) = \frac{\delta S}{S_{\max}} \frac{1}{p_0^2},$$
 (6)

$$K(\pm p_0) = -\frac{2\delta S}{S_{\min}} \frac{1}{p_0^2},$$
(7)

где  $S_{\max}$  и  $S_{\min}$  — максимальная и минимальная площади поперечных сечений поверхности Ферми  $S_{\max} = S(0)$ ,  $S_{\min} = S(\pm p_0)$ ,  $\delta S = S_{\max} - S_{\min} = (\pi/2)m_{\perp}\eta v_0 p_0$ . Таким образом, если поверхность Ферми сохраняет вид гофрированного цилиндра ( $\eta \neq 0$ ), ее кривизна во всех точках поперечных сечений с экстремальными диаметрами конечна и отлична от нуля. Аналогичные результаты получаются, если описывать электронный энергетический спектр в приближении сильной связи.

При  $r \neq 2$ , l = 2 кривизна поверхности Ферми в окрестности  $p_z = 0$  остается конечной и K(0) по-прежнему описывается выражением (6). Однако асимптотика кривизны поверхностей Ферми вблизи  $p_z = \pm p_0$  теперь будет иной:

$$K(p_z) = -2(r-1)\frac{\delta S}{S_{\min}} \frac{1}{p_0^2} \left[ 1 - \left(\frac{p_z}{p_0}\right)^2 \right]^{r-2}.$$
(8)

Таким образом, при 1 < r < 2 поверхность Ферми будет иметь особенности кривизны на этих сечениях. При r > 2  $K(p_z)$  обращается в нуль при  $p_z = \pm p_0$ . Соответствующие сечения поверхности Ферми являются линиями параболических точек. Форма поверхности Ферми вблизи этих сечений будет тем ближе к цилиндрической, чем больше значение параметра r.

Аномалии кривизны поверхности Ферми вблизи  $p_0 = 0$  можно описывать с помощью модели (3), (4), где r = 2,  $l \neq 2$ . Кривизна поверхности Ферми в окрестности  $p_z = 0$  при этом описывается асимптотическим выражением:

$$K(p_z) = (l-1) \frac{\delta S}{S_{\text{max}}} \frac{1}{p_0^2} \left| \frac{p_z}{p_0} \right|^{l-2}.$$
(9)

Если 1 < l < 2, то поверхность Ферми имеет особенность кривизны при  $p_z = 0$ ; при l > 2 форма поверхности Ферми вблизи  $p_z = 0$  становится близкой к цилиндрической, причем степень близости возрастает с увеличением l. Наконец, при  $r \neq 2$ ,  $l \neq 2$  мы получаем поверхность в виде гофрированного цилиндра с аномалиями кривизны на всех поперечных сечениях с экстремальными диаметрами. Профили поверхностей Ферми, описываемых (3), (4), схематически изображены на рис. 1.

Таким образом, предложенная модель позволяет анализировать влияние локальных аномалий кривизны поверхности Ферми на наблюдаемые характеристики слоистых проводников. В этом заключается ее преимущество перед приближением сильной связи, обычно используемым при проведении конкретных расчетов (см., например, работы [15–19]).



**Рис. 1.** Профили гофрированных цилиндров, описываемых формулами (3), (4), для различных значений параметров r и l: l = r = 2 (a), r = 2, l > 2 (b), r > 2, l > 2 (c), r = 2, l < l < 2 (c)

Рис. 2. Зависимость активной части поверхностного импеданса слоистого органического металла, поверхность Ферми которого имеет широкие, почти цилиндрические пояски, от магнитного поля в окрестности циклотронного резонанса. Кривые описываются уравнением (30) и построены при  $\omega \tau = 10$ ,  $\beta = -0.2$  (1), -0.4 (2), -0.6 (3), -0.8 (4)

#### 3. РАСЧЕТ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Предположим, что проводник занимает полупространство z > 0 и его поверхность параллельна плоскостям слоев. Предположим также, что на поверхность проводника нормально падает плоская электромагнитная волна. Ввиду малости отношения  $v_z/v_0$  в слоистых органических металлах можно ограничиться рассмотрением случая зеркального отражения электронов от границы. При этом тензор поверхностного импеданса диагонализуется:

$$Z_{\alpha\alpha} = 8i\omega \int_{0}^{\infty} \frac{dq}{4\pi i\omega\sigma_{\alpha\alpha}(\omega,q) - c^2 q^2} .$$
 (10)

Здесь  $\omega$ , **q** – частота и волновой вектор волны (**q**= (0,0,q)),  $\sigma_{\alpha\alpha}(\omega,q)$  — диагональные компоненты тензора электропроводности  $\alpha = x, y$ .

В выбранной геометрии для аксиально-симметричной поверхности Ферми компоненты проводимости  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{yy}$  и, соответственно, компоненты тензора поверхностного импеданса равны друг другу:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma = \frac{2ie^2}{(2\pi\hbar)^3 m_\perp} \int_{-p_0}^{p_0} \frac{S(p_z)dp_z}{\tilde{\omega} - qv_z} , \qquad (11)$$

где  $\tilde{\omega} = \omega + i/\tau$ ,  $\tau$  — эффективное время релаксации квазичастиц. Максимальное значение продольной компоненты скорости  $v_z$  имеет порядок  $\eta v_0$ . При малых значениях q, когда параметр u ( $u = \omega/\eta q v_0$ ) принимает значения много больше единицы, можно разложить  $\sigma$  в ряд по обратным степеням u:

$$\sigma = \sigma_0 (1 + Q_2 u^{-2} + Q_4 u^{-4} + ...) = \sigma_0 \left[ 1 + \Phi \left( \frac{1}{u} \right) \right].$$
(12)

Основное приближение проводимости  $\sigma_0$  равняется  $iNe^2/(m_{\perp}\tilde{\omega})$  (N — плотность носителей заряда) и не зависит от конкретных особенностей локальной геометрии поверхности Ферми. Безразмерные коэффициенты  $Q_{2n}$  равны:

$$Q_{2n} = \left( \left(\frac{\omega}{\tilde{\omega}}\right)^{2n} \int_{0}^{p_0} S(p_z) \overline{v}_z^{2n} dp_z \right) \left/ \left( \int_{0}^{p_0} S(p_z) dp_z \right) \right.$$
(13)

где  $\overline{v}_z = v_z / \eta v_0$ . Их величины зависят от значений параметров r и l, определяющих характер зависимости  $v_z(p_z)$ . Это не влияет, однако, на вид разложения (12).

В области больших q ( $u \ll 1$ ) проводимость можно разложить в ряд по степеням u. Если поверхность Ферми (3), (4) не имеет аномалий кривизны на экстремальных сечениях (r = l = 2), разложение имеет вид:

$$\sigma = \frac{\pi}{i} \frac{\tilde{\omega}}{\omega} \sigma_0 (u + \Lambda_1 u^2 + \Lambda_2 u^3 + ...) = \frac{\pi}{i} \frac{\tilde{\omega}}{\omega} \sigma_0 (1 + f(u)). \tag{14}$$

Первые коэффициенты разложения (14) соответственно равны:

$$\Lambda_1 = -\frac{ib}{\pi} \frac{\tilde{\omega}}{\omega}, \quad \Lambda_2 = g \left(\frac{\tilde{\omega}}{\omega}\right)^2, \tag{15}$$

где *b* и *g* — безразмерные константы порядка единицы.

При вычислении поверхностного импеданса (10) удобно перейти к интегрированию по переменной u и разделить промежуток интегрирования на области больших и малых значений u. В каждой из областей может быть использована соответствующая асимптотика проводимости.

Таким образом ( $Z_{xx} = Z_{yy} = Z$ ):

$$Z = Z_1 + Z_2,$$
 (16)

где

$$Z_{1} = \frac{8\eta v_{0}}{c^{2}} \int_{0}^{1} \frac{du}{\pi \frac{\tilde{\omega}}{\omega} \xi^{2} u^{3} (1+f(u)) + i},$$
(17)

$$Z_2 = -\frac{8i\eta v_0}{c^2} \int_{1}^{\infty} \frac{du}{\xi^2 u^2 (1 + \Phi(1/u)) + 1} \,. \tag{18}$$

Интегрирование по u в выражениях (17), (18) может быть выполнено без особых затруднений в предельных случаях больших и малых по модулю значений параметра аномальности  $\xi$ :

$$\xi = \eta \frac{\omega_p}{\sqrt{\omega \tilde{\omega}}} \, \frac{v_0}{c}$$

где

$$\omega_p = \sqrt{4\pi N e^2/m_\perp}$$

— плазменная частота. При  $|\xi| \ll 1$ , основной вклад в поверхностный импеданс происходит от области больших значений u и имеет вид:

$$Z \approx \frac{4\pi}{ic} \frac{\sqrt{\omega\tilde{\omega}}}{\omega_p} \left( 1 + \frac{\xi^2}{2\pi} Q_2 \right).$$
(19)

В противоположном предельном случае  $|\xi| \gg 1$  главная часть импеданса определяется областью малых u и описывается выражением

$$Z \approx \frac{8\pi}{3\sqrt{3}c} \left(\frac{\omega^2}{\omega_p^2} \frac{\eta v_0}{\pi c}\right)^{1/3} \left\{ 1 - i\sqrt{3} - \frac{2\Lambda_1}{3\xi^{2/3}} \left(\frac{\omega}{\pi\tilde{\omega}}\right)^{1/3} (\sqrt{3} - i) \right\}.$$
 (20)

Основное приближение проводимости в области малых q (больших u) не зависит от q. Таким образом, при  $|\xi| \ll 1$  связь между электрическим полем и током является локальной, что характерно для нормального скин-эффекта. Глубина скин-слоя  $\delta$  определяется соотношением:

$$\frac{1}{\delta} = \frac{\omega}{\eta v_0} \, \xi',$$

где  $\xi = \xi' + i\xi''$ . При низких частотах ( $\omega \tau \ll 1$ )

$$\xi' = \xi'' = \eta \frac{\omega_p}{\omega} \frac{v_0}{c} \sqrt{\frac{\omega \tau}{2}},$$

т. е.  $|\xi| = \sqrt{2} l/\delta\omega\tau$ . Здесь  $l = \eta v_0 \tau$  — длина свободного пробега носителей заряда вдоль нормали к плоскости слоев. Неравенство  $|\xi| \ll 1$  выполняется в условиях нормального скин-эффекта ( $l \ll \delta$ ). В области высоких частот ( $\omega\tau \gg 1$ )  $|\xi| = \xi' = l/\delta\omega\tau$ . Благодаря наличию большого множителя  $\omega\tau$  в знаменателе выражения для  $|\xi|$ , неравенство  $|\xi| \ll 1$ выполняется при условии  $l < \delta$ , которому легко удовлетворить в слоистых проводниках.

Главный член асимптотики импеданса при  $|\xi| \gg 1$  соответствует аномальному скин-эффекту с глубиной скин-слоя

$$\delta = \frac{2\eta v_0}{\sqrt{3}\,\omega} \left(\frac{\omega}{\pi\tilde{\omega}\xi^2}\right)^{1/3} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{c^2\eta v_0}{\pi\omega\omega_p^2}\right)^{1/3}.$$

При  $\omega \tau \ll 1 |\xi|$  принимает значения порядка  $(l/\delta)^{3/2}/\omega \tau$ , а в противоположном пределе ( $\omega \tau \gg 1$ ) этот параметр имеет порядок  $(l/\delta\omega \tau)^{3/2}$ . Из-за малости длин свободного пробега в направлении, перпендикулярном проводящим плоскостям, в слоистых органических металлах практически невозможно обеспечить выполнение неравенства  $l \gg \delta$ . Это означает, что в отличие от обычных металлов в этих веществах не может наблюдаться аномальный скин-эффект в высокочастотной области ( $\omega \tau \gg 1$ ).

При  $\omega \tau \ll 1$  скин-эффект будет аномальным ( $|\xi| \gg 1$ ), если  $l > \delta$ . Это условие легче выполняется при не слишком низких частотах, так как глубина скин-слоя растет с понижением частоты. Оптимальной для реализации аномального скин-эффекта в слоистых проводниках является промежуточная область частот ( $\omega \tau \sim 1$ ). Максимальное значение  $|\xi|$  достигается при  $\omega \tau = 1/\sqrt{2}$  и имеет порядок  $\eta \omega_p \tau v_0/c$ . Отношение  $\omega_p \tau v_0/c$  в чистом ( $\tau \sim 10^{-8}$  с) слоистом проводнике имеет порядок  $10^3$ - $10^4$ . Таким образом, при не слишком малых  $\eta$  ( $\eta \sim 10^{-2}$ ) максимум  $|\xi|$  может достигать значений порядка  $10^2$ . Это означает, что в слоистых проводниках может реализоваться как нормальный ( $|\xi| \ll 1$ ), так и аномальный ( $|\xi| \gg 1$ ) скин-эффект, хотя последний может наблюдаться в более узкой, чем в обычных металлах, области частот. С другой стороны, при очень малых значениях  $\eta$ , когда поверхность Ферми практически не отличается от цилиндра, неравенство  $|\xi| \ll 1$  будет выполняться во всей области частот. Соответственно, всюду будет применима одна и та же асимптотика поверхностного импеданса (19), соответствующая нормальному скин-эффекту.

Главные члены асимптотик поверхностного импеданса в обоих предельных случаях — нормального ( $|\xi| \ll 1$ ) и аномального ( $|\xi| \gg 1$ ) скин-эффекта — не зависят от конкретных характеристик поверхности Ферми и совпадают с соответствующими результатами, полученными в работе В. М. Гохфельда и В. Г. Песчанского [16], где использовалась модель поверхности Ферми, основанная на приближении сильносвязанных электронов.

Рассмотрим теперь проводник, поверхность Ферми которого имеет аномалии гауссовой кривизны на эффективных сечениях. Предположим для определенности, что в модели (3), (4) l = 2, а  $r \neq 2$ . Это соответствует аномалиям кривизны при  $p_z = \pm p_0$ . Асимптотическое разложение проводимости в области малых значений параметра u в этом случае будет содержать дополнительное слагаемое  $\sigma_a$ :

$$\sigma_a = \frac{\pi}{2i} \sigma_0 \mu_\beta \left( u \frac{\tilde{\omega}}{\omega} \right)^{\beta+1}.$$
 (21)

Здесь

$$\mu_{\beta} = (\beta + 1) (1 - i \operatorname{tg}(\pi \beta/2)), \quad -\beta = (r - 2)/(r - 1).$$

Если сечения поверхности Ферми при  $p_z = \pm p_0$  являются линиями параболических точек (r > 2), то параметр  $\beta$  принимает отрицательные значения  $(-1 < \beta < 0)$ . Форма поверхности Ферми в окрестностях этих сечений близка к цилиндрической, причем степень близости возрастает при  $\beta \rightarrow -1$ . При  $1 < r < 2\beta$  принимает положительные значения. В данном случае кривизна поверхности Ферми в окрестностях сечений, соответствующих  $p_z = \pm p_0$  становится аномально большой. В низкочастотном пределе выражение (21) может быть переписано в виде: const/ $(ql)^{\gamma}$ , где  $\gamma = 1/(r-1)$ . Такая же асимптотика для вклада в проводимость от квазицилиндрического участка поверхности Ферми 3*D*-металла была получена в работе Каганова и Контрераса [10] (см. также [20]).

Сопоставление (21) и (14) позволяет сделать вывод, что если форма поверхности Ферми слоистого проводника в окрестностях сечений с экстремальным (в данном случае минимальным) диаметром близка к цилиндрической, слагаемое  $\sigma_a$  превышает все остальные члены разложения проводимости по степеням параметра u. В соответствии с этим основное приближение импеданса при аномальном скин-эффекте будет определяться вкладом от квазицилиндрического участка поверхности Ферми:

$$Z = \frac{8\pi}{c} W(\beta) \frac{\sqrt{\omega\tilde{\omega}}}{i\omega_p} \left(\xi \frac{\omega}{\tilde{\omega}}\right)^{(\beta+1)/(\beta+3)},\tag{22}$$

где

$$W(\beta) = \left[\frac{2\cos(\pi\beta/2)}{\pi(\beta+1)}\right]^{1/(\beta+3)} \left(1 + i\operatorname{ctg}\frac{\pi}{\beta+3}\right) \frac{1}{\beta+3} \equiv w(\beta) \left(1 + i\operatorname{ctg}\frac{\pi}{\beta+3}\right).$$
(23)

В пределе  $\beta \to -1$  комплексная величина  $W(\beta) \to 1/2$  и выражение (21) переходит в главную часть выражения (18). При этом исчезает зависимость от параметра  $\eta$ , характеризующего степень гофрировки поверхности Ферми. Таким образом, наличие на поверхности Ферми с хорошо выраженной гофрировкой достаточно широких цилиндрических поясков приводит к тому же самому результату для поверхностного импеданса, который получается для поверхности Ферми с пренебрежимо малой гофрировкой.

Из (23) следует, что с точностью до комплексной константы  $\zeta$  ( $|\zeta| \sim 1$ )

$$Z = \zeta |Z_0| (1 - i\omega\tau)^{-\beta/(\beta+3)} (\delta/l)^{-\beta/(\beta+3)}.$$
(24)

Здесь  $Z_0$  — основное приближение импеданса при аномальном скин-эффекте в случае, когда поверхность Ферми проводника не имеет аномалий кривизны на эффективных сечениях (первое слагаемое (20));  $\delta$  — глубина скин-слоя при аномальном скин-эффекте. Видно, что импеданс зависит от длины свободного пробега носителей заряда. Как показано в работе [10], такая зависимость возникает только при наличии на поверхности Ферми квазицилиндрических участков. Если подобные участки отсутствуют, то основное приближение импеданса при аномальном скин-эффекте ( $Z_0$ ) не зависит от l.

При  $\beta \to -1$  показатель степени, в которой отношение  $\delta/l$  входит в (24), принимает значения, близкие к 1/2. Таким образом, если форма поверхности Ферми в окрестностях эффективных сечений при  $p_z = \pm p_0$  очень близка к цилиндрической, то импеданс при аномальном скин-эффекте пропорционален  $1/\sqrt{l}$  так же, как и в условиях нормального скин-эффекта. При  $\omega \tau \ll 1$ ,  $\beta = -2/3$  (r = 4) формула (25) переходит в соответствующий результат работы [10].

Реальная часть поверхностного импеданса (24) при достаточно высоких частотах ( $\omega \tau > 1$ ) имеет вид

$$R = \frac{8\pi}{c} w(\beta) \left( \eta \frac{\omega_p}{\omega} \frac{v_0}{c} \right)^{(\beta+1)/(\beta+3)} \frac{\omega}{\omega_p} \left[ \operatorname{ctg} \frac{\pi}{\beta+3} - \frac{\beta}{\beta+3} \frac{1}{\omega\tau} \right].$$
(25)

При отрицательных, но не слишком близких к -1, значениях параметра  $\beta R \sim \omega^{2/(\beta+3)}$ . Реальная часть импеданса увеличивается с ростом частоты быстрее, чем в случае проводника, кривизна поверхности Ферми которого на эффективных участках конечна и отлична от нуля. В пределе  $\beta \rightarrow -1$ , как и для чисто цилиндрической поверхности Ферми, зависимость R от частоты исчезает. Предположим, что параметр  $\beta$ , характеризующий форму поверхности Ферми, принимает положительное значение. Это соответствует обращению кривизны поверхности Ферми при  $p_z = \pm p_0$  в бесконечность. Тогда слагаемое  $\sigma_a$  не будет главным членом в асимптотическом выражении для проводимости  $\sigma$  при малых u. Однако, при  $0 < \beta < 1$ , когда особенность кривизны выражена не слишком сильно,  $\sigma_a$  представляет собой первую поправку к основному приближению. Асимптотика импеданса при аномальном скин-эффекте при этом будет:

$$Z = \frac{8\pi}{3\sqrt{3}} \left(\frac{\omega^2}{\omega_p^2} \frac{\eta v_0}{\pi c}\right)^{1/3} \left\{ 1 - i\sqrt{3} - \frac{U(\beta)}{2\sqrt{3}} \frac{1}{(\pi\xi^2)^{\beta/3}} \left(\frac{\tilde{\omega}}{\omega}\right)^{2\beta/3} \right\},$$
 (26)

где

$$U(\beta) = \frac{(1+\beta)^2}{\cos(\pi\beta/2)} \left[ \operatorname{ctg} \frac{\pi(1+\beta)}{3} - i \right].$$
 (27)

Первая поправка к основному приближению импеданса теперь оказывается больше, чем в отсутствие аномалий кривизны на эффективных поясках поверхности Ферми. Иной оказывается и ее зависимость от частоты. Добавка пропорциональна  $\omega^{2(1+\beta)/3}$ , а не  $\omega^{4/3}$ , как для поверхности Ферми, не имеющей особенностей кривизны.

Следует отметить, что поверхностный импеданс при аномальном скин-эффекте описывается выражением вида (26) и в том случае, когда узкие окрестности некоторых (но не всех) экстремальных сечений поверхности Ферми представляют собой почти цилиндрические пояски. Аномальная добавка к проводимости при этом равняется

$$\sigma_{a} = \frac{\pi}{2i} \rho \mu_{\beta} \sigma_{0} \left( u \frac{\tilde{\omega}}{\omega} \right)^{\beta+1}$$
(28)

и содержит малый положительный множитель  $\rho$ , описывающий относительное число эффективных носителей заряда, связанных с цилиндрическим участком поверхности Ферми. Параметр  $\beta$  принимает отрицательное значение из промежутка  $-1 < \beta < 0$ . При достаточно малых значениях  $\rho$  и не слишком близких к -1 значениях  $\beta$  величина  $\sigma_a$  будет уступать главному члену в разложении (14) для  $\sigma$  и должна учитываться как первая поправка к нему. Для компоненты тензора поверхностного импеданса при этом получается результат, который отличается от (26) наличием дополнительного множителя  $\rho$  в слагаемом, описывающем первую поправку, и тем, что в выражении для нее  $\beta < 0$ .

Проведенный анализ можно повторить для поверхности Ферми, которая имеет аномалии гауссовой кривизны при  $p_z = 0$ . Такая поверхность описывается формулами (3), (4), где r = 2,  $l \neq 2$ . В результате получаются выражения, полностью совпадающие с (20)–(26), в которых параметр  $\beta$ , характеризующий форму поверхности Ферми в окрестности эффективного сечения  $p_z = 0$ , теперь должен выражаться через  $l (-\beta = (l-2)/(l-1)).$ 

Рассмотрим, наконец, случай, когда все эффективные участки поверхности Ферми характеризуются аномалиями кривизны. Если r > 2 и l > 2, то окрестность каждого сечения поверхности Ферми с экстремальным диаметром по форме близка к цилиндрической. Асимптотика поверхностного импеданса при аномальном скин-эффекте при этом сохраняет вид (22). Асимптотика (22) описывает поверхностный импеданс слоистого проводника при аномальном скин-эффекте и в случае, когда кривизна его поверхности Ферми становится аномально большой на всех поперечных сечения с минимальными и максимальными диаметрами (1 < r < 2; 1 < l < 2). Значение  $\beta$  и в том, и

в другом случаях выражается через тот из параметров r, l, который принимает большее значение.

Если один из параметров r, l или они оба значительно превышают единицу, то асимптотическое выражение для поверхностного импеданса перестает зависеть от параметра гофрировки  $\eta$  и принимает вид (19). Таким образом, характерные особенности скинэффекта в слоистых проводниках определяются не малостью второго слагаемого в уравнении поверхности Ферми (3) самой по себе, а видом функции  $E(p_z/p_0)$ , определяющим профиль этой поверхности. Характерная для слоистых проводников малость проекции скорости носителей заряда на нормаль к плоскости слоев по сравнению с компонентами скорости, описывающими движение в плоскости слоев, может быть получена и при  $\eta \sim 1$ . В частности, при  $r \gg 1$  и  $l \gg 1$  поверхность (3), (4) представляет собой ступенчатый цилиндр. Продольная скорость  $v_z$  электронов, находящихся на такой поверхности Ферми, равна нулю при произвольном значении параметра гофрировки  $\eta$ . Локальные особенности геометрии поверхности Ферми слоистых проводников приводят к специфическим особенностям их наблюдаемых свойств во внешнем магнитном поле. В частности, это относится к циклотронному резонансу, который за последние годы неоднократно наблюдался в органических металлах [21–26].

Предположим, что внешнее магнитное поле направлено вдоль нормали к поверхности полубесконечного проводника, которая параллельна плоскостям проводящих слоев. При зеркальном отражении носителей заряда от границы тензор поверхностного импеданса диагонализуется в циркулярных компонентах:

$$Z_{\pm} = 8i\omega \int_{0}^{\infty} \frac{dq}{4\pi i\omega \sigma_{\pm}(\omega, q) - c^2 q^2} \,. \tag{29}$$

Здесь  $\sigma_{\pm} = \sigma_{xx} \pm i\sigma_{yx}$  — циркулярные компоненты поперечной проводимости.

Асимптотические выражения для  $\sigma_{\pm}$  в областях малых и больших u совпадают с разложениями (12), (14), в которых  $\tilde{\omega}$  заменена на величину  $\tilde{\omega}_{\pm}$  ( $\tilde{\omega}_{\pm} = \omega \mp \Omega + i/\tau$ , где  $\Omega$  — циклотронная частота носителей заряда). Это же относится и к выражению для  $\sigma_a^{\pm}$ . Дальнейшее рассмотрение проводится для поляризации, соответствующей циклотронному резонансу.

При условии, что на поверхности Ферми слоистого проводника имеются достаточно широкие участки, по форме близкие к цилиндрическим, импеданс при аномальном скин-эффекте будет описываться выражением, которое получается из формулы (22) после замены  $\tilde{\omega}$  на  $\tilde{\omega}_+$ . Замену следует производить всюду, не исключая и выражения для параметра  $\xi$ , характеризующего степень аномальности скин-эффекта. Реальная часть импеданса при этих условиях имеет вид

$$\frac{R(H)}{R(0)} = \left(\sqrt{\left(1 - \frac{\Omega}{\omega}\right)^2 + \frac{1}{(\omega\tau)^2}}\right)^{-\beta/(\beta+3)} \frac{\cos\left(Y_\beta(\Omega, \omega, \tau)\right)}{\cos\left(\pi/(\beta+3)\right)},$$
(30)

где функция  $Y_{\beta}(\Omega, \omega, \tau)$  описывается выражением

$$Y_{\beta}(\Omega,\omega,\tau) = \frac{1}{\beta+3} \left\{ \pi + \pi\beta\theta(\Omega-\omega) + \beta \operatorname{arcctg}\left[\omega\tau\left(1-\frac{\Omega}{\omega}\right)\right] \right\},\,$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & x \ge 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}, \quad -1 < \beta < 0.$$
(31)

При фиксированной частоте  $\omega$  величина R(H) быстро возрастает с увеличением магнитного поля в полях, соответствующих окрестности циклотронного резонанса. Скачок R(H) при  $H = H_r$  по порядку величины может не уступать значению R(0) при той же частоте. В сильных магнитных полях  $(H \gg H_r)$ , когда  $\omega \ll \Omega$ , R(H) возрастает пропорционально  $(\Omega/\omega)^{-\beta/(\beta+3)}$ . При небольших по абсолютной величине значениях  $\beta$  рост R(H) в сильном магнитном поле будет медленным, при  $\beta \to -1$ , когда форма эффективных поясков на поверхности Ферми практически не отличается от цилиндрической, а при  $H \gg H_r$  имеем  $R(H) \sim \sqrt{\Omega/\omega}$ . Полевые зависимости отношения R(H)/R(0) в окрестности циклотронного резонанса представлены на рис. 2. Кривые описываются формулой (30).

Если цилиндрические пояски в окрестностях экстремальных сечений поверхности Ферми являются узкими, связанная с ними добавка к проводимости определяет первую поправку к основному приближению импеданса при аномальном скин-эффекте. Главный член импеданса в этом случае не зависит от магнитного поля. После замены в выражении (26)  $\tilde{\omega}$  на  $\tilde{\omega}_+$  и учета малого множителя  $\rho$ , описывающего ширину цилиндрических поясков поверхности Ферми, получим

$$\frac{R(H)}{R(0)} = 1 + \tilde{\rho}\tilde{\xi}^{-2\beta/3} \left( \sqrt{\left(1 - \frac{\Omega}{\omega}\right)^2 + \frac{1}{(\omega\tau)^2}} \right)^\beta \frac{\cos(Y'_\beta(\Omega, \omega, \tau))}{\sin(\pi(1 + \beta)/3)},$$
(32)

где

$$Y'_{\beta}(\Omega,\omega,\tau) = \frac{\pi}{3}(2-\beta) + \pi\beta\theta(\Omega-\omega) + \beta \operatorname{arcctg}\left[\omega\tau\left(1-\frac{\Omega}{\omega}\right)\right],$$
$$\tilde{\rho} = \frac{(1+\beta)^2}{2\sqrt{3}\cos(\pi\beta/2)}\rho, \quad \tilde{\xi} = \sqrt{\pi}\frac{\omega_p}{\omega}\frac{\eta v_0}{c}.$$
(33)

Этот результат может применяться при условии  $\tilde{\rho}\tilde{\xi}^{-2\beta/3} \ll 1$ . При высоких частотах параметр  $\tilde{\xi}$  принимает значения, близкие к значениям параметра аномальности  $\xi$  в отсутствие внешнего магнитного поля. Принимая для  $\tilde{\xi}$  значения порядка максимума  $\xi$  ( $\tilde{\xi} \sim 10^{-2}$ ), можно видеть, что при умеренной аномалии кривизны ( $-0.5 < \beta < 0$ ) это неравенство будет выполняться при  $\rho < 0.1$ .

Второе слагаемое (32) при  $\beta < 0$  описывает пик в полевой зависимости R(H), связанный с циклотронным резонансом (рис. 3). Высота пика зависит от значений параметра  $\rho$ . При не очень малых  $\rho$  ( $\rho < 0.1$ ) она может составлять до 10% от основного приближения реальной части импеданса. При не слишком больших значениях  $\omega \tau$  вершина пика (она соответствует минимуму резонансного слагаемого (32)) заметно смещена относительно  $H_r$ :

$$\frac{H_r - H}{H_r} \equiv \frac{\Delta H}{H_r} = \frac{\operatorname{ctg} \Phi}{\omega \tau}.$$
(34)

Значение Ф здесь определяется формой эффективного участка поверхности Ферми:

$$\Phi = \frac{\pi}{6} \left( 1 - \frac{\beta}{1 - \beta} \right). \tag{35}$$



Рис. 3. Зависимость активной части поверхностного импеданса слоистого органического металла от магнитного поля в окрестности циклотронного резонанса в случае, когда одно из экстремальных поперечных сечений поверхности Ферми совпадает с линией параболических точек. Кривые описываются уравнением (32) и построены при  $\omega \tau = 10$ ,  $\rho = 0.05$ ,  $\beta = -0.2$  (1), -0.3 (2), -0.4 (3), -0.5 (4)

Подобные полевые зависимости в окрестности циклотронного резонанса наблюдались в некоторых слоистых органических металлах из группы  $\alpha$ -(BEDT-TTF)<sub>2</sub>MHg(SCN)<sub>4</sub> [25], и в органическом проводнике (BEDO-TTF)<sub>2</sub>ReO<sub>4</sub>(H<sub>2</sub>O) [26]. Эксперименты [25, 26] проводились в диапазоне частот 30–100 ГГц в магнитных полях ~ 50 кЭ при  $\omega \tau$  ~ 10. Величина особенностей, связанных с циклотронным резонансом, составляла несколько процентов от основного значения импеданса [25], что согласуется с оценкой, следующей из (32). Представляется, что результаты [25, 26] можно рассматривать как свидетельство наличия цилиндрических участков на поверхности Ферми слоистых проводников, исследовавшихся в этих работах.

Данные [26] позволяют оценить величину  $\beta$ , характеризующую форму квазицилиндрического участка поверхности Ферми (BEDT-TTF)<sub>2</sub>ReO<sub>4</sub>(H<sub>2</sub>O) с помощью (34), (35). Эксперимент проводился при частотах, соответствующих изменению  $\omega \tau$  в промежутке от 10 до 20, а  $\Delta H/H_r$  — от 0.11 до 0.06. Отсюда можно получить, что  $\beta \approx -(0.25-0.35)$ .

Резонансный пик в полевой зависимости активной части импеданса должен сопровождаться более сильной особенностью в полевой зависимости dR/dH. Если кривизна поверхности Ферми достаточно быстро возрастает при удалении от линии параболических точек, то высота пика в полевой зависимости R(H), соответствующего циклотронному резонансу, может оказаться слишком малой, для того чтобы он мог быть наблюдаемым. Однако резонансная особенность в производной импеданса при этих условиях может быть выражена достаточно хорошо. Резонансные особенности в полевой и частотной зависимостях dR/dH могут наблюдаться и в случае, когда  $\beta > 0$ . Это соответствует аномально большой кривизне поверхности Ферми в окрестностях сечений с минимальным или максимальным диаметром. Циклотронный резонанс может наблюдаться при не слишком больших значениях параметра  $\beta$  (0 <  $\beta$  < 1). В отличие от



Рис. 4. Обусловленные циклотронным резонансом особенности в полевой зависимости dR/dH слоистого проводника в случае, когда одно из экстремальных сечений поверхности Ферми совпадает с линией параболических точек. Кривые построены при  $\omega \tau = 20$ ,  $\rho = 0.05$ ,  $\beta = -0.25$ (1),  $\beta = -0.75$  (2)

**Рис. 5.** Обусловленные циклотронным резонансом особенности в полевой зависимости dR/dH слоистого проводника, кривизна поверхности Ферми которого имеет особенность на одном из экстремальных поперечных сечений. Кривые построены при  $\omega \tau = 20$ ,  $\beta = 0.25$  (1),  $\beta = 0.5$  (2)

рассмотренного выше случая при положительных  $\beta$  в полевой зависимости реальной части импеданса циклотронный резонанс не проявляется. Зависящий от магнитного поля член в выражении (32) для R(H) монотонно убывает с увеличением магнитного поля. Вид резонансных зависимостей dR/dH в окрестности циклотронного резонанса при нескольких значениях параметра  $\beta$  представлен на рис. 4, 5.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Электронные энергетические спектры слоистых органических металлов изучены недостаточно, для того чтобы делать выводы о локальных особенностях геометрии поверхности Ферми большинства конкретных веществ. Однако можно предположить, что здесь, как и в обычных металлах, на поверхности Ферми могут существовать квазицилиндрические пояски или участки с аномально большой кривизной. Эти особенности локальной геометрии поверхности Ферми можно сформировать (если они отсутствуют) или усилить с помощью внешнего воздействия, изменяющего форму изоэнергетических поверхностей, например, прилагая внешнее давление вдоль нормали к проводящим плоскостям.

Как показывает проведенный анализ, особенности профиля гофрированного цилиндра, который представляет собой основную часть поверхности Ферми слоистых органических металлов, могут существенно изменять высокочастотные свойства этих веществ. Предложенная в настоящей работе модель позволяет детально изучать наблюдаемые проявления локальной геометрии поверхности Ферми слоистых проводников. Ее применение дает возможность устранить некоторые трудности, которые возникают при использовании модели сильносвязанных электронов. Оказывается, в частности, что характерные особенности наблюдаемых свойств слоистых проводников, обусловленные резкой анизотропией их электропроводности, можно описывать и анализировать не переходя к пределу  $\eta \rightarrow 0$ , что соответствует проводнику с двумерным энергетическим спектром носителей заряда.

Модель (3), (4) позволяет более подробно рассмотреть особенности частотных зависимостей поверхностного импеданса слоистых проводников с различными профилями поверхности Ферми; в единой схеме проанализировать все возможные типы проявления циклотронного резонанса в магнитном поле, направленном по нормали к поверхности проводника. Представляется, что применение этой модели для изучения особенностей квантовых осцилляций термодинамических характеристик слоистых проводников также может дать ряд интересных результатов.

# Литература

- 1. V. Z. Kresin, Phys. Rev. B 35, 8716 (1987).
- 2. W. Kang, G. Montambaux, J. R. Cooper et al., Phys. Rev. Lett. 62, 2559 (1989).
- М. В. Карцовник, П. А. Кононович, В. Н. Лаухин, С. И. Песоцкий, И. Ф. Щеголев, ЖЭТФ 97, 1305 (1990).
- 4. F. L. Pratt, J. Singleton, M. Doporto et al., Phys. Rev. B 45, 13904 (1992).
- 5. N. Harrison, A. House, I. Deckers et al., Phys. Rev. B 52, 5584 (1995).
- 6. J. Wosnitsa, Fermi surface of low-dimensional organic metals and superconductors, Springer tracts in modern physics, Vol. 134 (1996).
- 7. В. М. Конторович, Н. А. Сапогова, Письма в ЖЭТФ 18, 281 (1973).
- 8. Г. Т. Аванесян, М. И. Каганов, Т. Ю. Лисовская, Письма в ЖЭТФ 25, 381 (1977).
- 9. М. И. Каганов, Ю. В. Грибкова, ФНТ 17, 907 (1991).
- 10. М. И. Каганов, П. Контрерас, ЖЭТФ 106, 1814 (1994).
- 11. Ya. M. Blanter, M. I. Kaganov, A. V. Pantsulava, and A. A. Varlamov, Phys. Rep. 245, 159 (1994).
- 12. Н. А. Зимбовская, ФНТ 20, 441 (1994).

- 13. Н. А. Зимбовская, ЖЭТФ 107, 1672 (1995).
- 14. Н. А. Зимбовская, ФНТ 22, 1137 (1996).
- 15. В. М. Гохфельд, М. И. Каганов, В. Г. Песчанский, ФНТ 12, 1173 (1986).
- 16. В. М. Гохфельд, В. Г. Песчанский, Укр. физ. журн. 37, 1594 (1992).
- 17. В. М. Гохфельд, О. В. Кириченко, В. Г. Песчанский, ЖЭТФ 108, 2147 (1995).
- 18. О. В. Кириченко, В. Г. Песчанский, ФНТ 20, 574 (1994).
- 19. N. A. Zimbovskaya, Phys. Low-Dimen. Struct. 11/12, 29 (1996).
- 20. Н. А. Зимбовская, В. И. Окулов, А. Ю. Романов, В. П. Силин, ФММ 62, 1095 (1986).
- 21. J. Singleton, F. L. Pratt, M. Doporto et al., Phys. Rev. Lett. 68, 2500 (1992).
- 22. J. Singleton, F. L. Pratt, M. Doporto et al., Physica B 184, 470 (1993).
- 23. A. S. Perel, J. S. Brooks, C. J. G. M. Langerak et al., Phys. Rev. Lett. 67, 2072 (1991).
- 24. С. В. Демишев, Н. Е. Случанко, А. В. Семено, Н. А. Самарин, Письма в ЖЭТФ 61, 299 (1995).
- 25. S. V. Demishev, A. V. Semeno, N. E. Sluchanko et al., Phys. Rev. B 53, 12794 (1996).
- 26. С. В. Демишев, А. В. Семено, Н. Е. Случанко и др., ЖЭТФ 111, 979 (1997).