В. П. Коверда^{*}, В. Н. Скоков, В. П. Скрипов

Институт теплофизики Уральского отделения Российской академии наук 620219, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 23 сентября 1997 г.

Приведены результаты экспериментального исследования интенсивного источника широкополосного 1/f-шума, генерация которого возникает в системе двух взаимодействующих неравновесных фазовых переходов. Реализация такого процесса осуществлена в области наложения фазового перехода нормальный проводник-сверхпроводник на кризисный переход жидкость-пар в кипящем охладителе. Предложена математическая модель, описывающая неравновесный фазовый переход в сложной нелинейной системе с двумя взаимодействующими параметрами порядка путем преобразования белого шума в стохастические колебания параметров порядка со спектрами 1/f и $1/f^2$. Свойства модельных колебаний со спектром 1/f качественно адекватны экспериментально наблюдаемым. Отмечено также характерное отличие модельных колебаний со спектром $1/f^2$ от случайных блужданий.

1. ВВЕДЕНИЕ

Не ослабевающий на протяжении многих лет интерес к случайным процессам, спектральная плотность которых изменяется обратно пропорционально частоте, обусловлен распространенностью этого явления и отсутствием общепринятых универсальных математических моделей. Стохастические процессы со спектром обратно пропорциональным частоте (1/f-шум) наблюдаются в системах самой различной природы от флуктуаций тока в радиофизических устройствах до клеточных автоматов, моделирующих явление самоорганизованной критичности, и нелинейных динамических систем с перемежаемостью. К настоящему времени благодаря многочисленным исследованиям (см., например, [1-5]) установлены основные свойства 1/f-шума. Однако зачастую неясен сам механизм возникновения 1/f-спектра и локализация его источников. Термические механизмы возникновения $1/f^n$ -шума в металлах обсуждались в работах [6,7]. Было замечено, что величина показателя *n* зависит от теплоизоляции подложки. Теоретические соображения о возможности отключения теплопроводного механизма были высказаны в работе [8]. Там же утверждается, что $1/f^n$ -шум возникает из-за нелинейного взаимодействия диффузионных и теплопроводных мод. Идея о возможности изменения показателя n при переходе через точку фазового перехода второго рода была высказана в работе [9]. Общие соображения по поводу возникновения $1/f^n$ -шумов в распределенных системах приведены в [10]. Согласно [10] масштабно-инвариантный степенной вид спектра в фононных системах связан с флуктуациями скорости диффузии фазы и релаксации фононных мод. Большинство из опубликованных работ, посвя-

*E-mail: iva@itp.e-burg.su

щенных данному явлению, имеют дело с пространственно-распределенными системами. В работе [11] нами приведены результаты экспериментального обнаружения генерации сигналов с 1/f-спектром при джоулевом разогреве сверхпроводника в кипящем охладителе. Отличительным моментом этих экспериментов является то, что в системе присутствовал только один источник стохастических сигналов с 1/f-спектром. Подобное поведение связано с взаимодействием фазовых переходов, идущих в нелинейных подсистемах, содержащих сверхпроводник с током и кипящий охладитель.

В настоящей работе приведены подробные экспериментальные результаты по наблюдению стохастического процесса с 1/f-спектром с высокой интенсивностью при джоулевом саморазогреве тонких пленок высокотемпературных сверхпроводников в кипящем азоте и предложена математическая модель неравновесного фазового перехода в двумерной системе, преобразующая белый шум в шумы со спектрами 1/f и $1/f^2$.

2. ЭКСПЕРИМЕНТ

Эксперименты проводились на тонкопленочных мостиках $YBa_2Cu_3O_{7-x}$. Толщина мостиков составляла ≈ 0.3 мкм, ширина 0.5–1.0 мм, длина 2–8 мм. Температуры сверх-проводящего перехода $T_c = 86-88$ К, плотности критического тока $j_c = 10^5-10^6$ А/см² при 77 К. В процессе эксперимента образцы погружались непосредственно в жидкий азот. Вольт-амперные характеристики (ВАХ) измерялись в режиме фиксированного напряжения источника.

При пропускании транспортного тока выше критического в пленках развивалась тепловая неустойчивость с образованием температурно-электрического домена, что приводило к появлению «падающих» участков вольт-амперной характеристики с отрицательным дифференциальным сопротивлением. На рис. 1 приведена характерная ВАХ





образца. Участок AB соответствует сверхпроводящему или устойчивому слаборезистивному состоянию. Участок BC соответствует появлению теплового домена в сверхпроводящей пленке. Теплообмен с жидким азотом на этом участке осуществляется за счет однофазной конвекции. При свободно-конвективном теплообмене слой азота вблизи поверхности ВТСП-нагревателя перегревался. При достижении перегрева в несколько градусов происходило локальное вскипание азота на «слабом» месте образца. Вскипание наблюдалось визуально, при этом на ВАХ происходил скачок вдоль нагрузочной линии (CD на рис. 1). Участок DE на рис. 1 соответствует локальному («точечному») кипению.

В режиме пузырькового кипения на ВАХ наблюдались осцилляции, связанные с осцилляциями теплоотдачи. На рис. 1 они показаны короткими отрезками (вдоль нагрузочной линии электрической схемы). Колебания падения напряжения на потенциальных контактах и транспортного тока регистрировались осциллографами С9-8, соединенными с компьютером. При некоторых нагрузках (участок EF на рис. 1) наблюдалось существенное увеличение амплитуды осцилляций и происходили случайные скачки из точки Е в точку F (вдоль нагрузочной линии). Отрывной диаметр пузырей при этом увеличивался, и цепочка отдельных пузырей трансформировалась в паровую струю с образованием в месте кипения «сухого» пятна. Плотность теплового потока в данном случае соответствовала первой критической плотности потока при переходе азота от пузырькового к пленочному кипению (~ 10⁶ Вт/м²). Иными словами, участок *EF* на рис. 1 может быть связан с неравновесным фазовым переходом от пузырькового к пленочному кипению (кризис кипения). Однако при этом локальность кипения не нарушалась, и генерация пара по-прежнему происходила из сосредоточенного «слабого» места пленки. Локальность наблюдаемого кризиса кипения может быть связана с сильной неоднородностью тепловыделения вдоль образца из-за локализации теплового домена в режиме фиксированного напряжения источника.

При дальнейшем увеличении нагрузки граница пара резко перемещалась с образованием на поверхности образца сплошной паровой пленки (точка *G* на рис. 1). Обратный переход от сплошного пленочного кипения к пузырьковому происходил при других нагрузках (точка *K*), т. е. на ВАХ наблюдался гистерезис.

По измеренным осциллограммам падения напряжения на потенциальных контактах (или транспортного тока) были вычислены спектральные плотности колебаний. связанные с кипением азота. За исключением участка EF на рис. 1 полученные спектры имели характерный лоренцевский вид. На участке EF наряду с неравновесным фазовым переходом сверхпроводник-нормальный проводник в условиях джоулева саморазогрева (который происходит всегда, когда ВАХ имеет «падающие» участки) наблюдался фазовый переход, связанный с локальным кризисом кипения. На рис. 2 (кривая 1) приведена типичная реализация падения напряжения на потенциальных контактах, соответствующая участку EF на рис. 1 (критический режим). Там же для сравнения дана реализация падения напряжения (кривая 2), соответствующая участку DE на рис. 1. Длина каждой реализация определялась буферной памятью осциллографа и составляла 2048 точек. Временной интервал между точками варьировался от 500 мкс до 20 мс, что давало возможность изменять время наблюдения сигнала (определяющее нижнюю границу частоты в спектре) приблизительно от 1 до 40 с. Наблюдаемые колебательные процессы были стационарны. На рис. 3 приведены типичные функции распределения амплитуд колебаний падения напряжения в критическом режиме. Из рисунка видно, что наблюдаемый процесс можно в некотором приближении считать гауссовским. Од-



Рис. 2

Рис. 3

Рис. 2. Реализация падения напряжения на потенциальных контактах в критическом режиме (1) и в режиме «обычного» пузырькового кипения (2)

Рис. 3. Функции распределения амплитуд колебаний падения напряжения: 1 — нагрузочное сопротивление $R_0 = 1$ Ом, $2 - R_0 = 5$ Ом

нако видно, что экспериментальная функция распределения могла расслаиваться на два максимума. Такое расслоение тем больше, чем больше угол наклона нагрузочной линии электрической схемы к вольт-амперной характеристике (больше нагрузочное сопротивление электрической схемы). Полная симметрия функции распределения относительно ее среднего значения наблюдалась лишь в том случае, когда рабочая точка соответствовала середине интервала EF (см. рис. 1). В противном случае функция распределения была асимметрична, т. е. система большую часть времени находилась в точке E или точке F.

По измеренным реализациям методом быстрого фурье-преобразования были рассчитаны спектральные плотности. Для всех реализаций, снятых в критическом режиме при различных временных интервалах между точками, спектральная плотность изменялась обратно пропорциональна частоте в области частот $f \leq 100$ Гц. Подобное поведение сохранялось при изменении напряжения источника в пределах нескольких десятых долей вольта и при изменении в несколько раз нагрузочного сопротивления цепи, которому отвечало изменение угла наклона нагрузочной линии к вольт-амперной характеристике в пределах $\simeq 30^{\circ}$. Следует отметить, что наблюдаемые амплитуды падения напряжения на образце в критическом режиме составляли десятые доли вольта, что более чем на пять порядков превышает характерные амплитуды сигналов при наблюдении то́кового 1/f-шума в твердых телах.

На рис. 4 приведена спектральная плотность колебаний падения напряжения в критическом режиме. Спектр получен по реализациям, снятым с различной временной дискретизацией, и усреднен по набору реализаций (около 70 реализаций). Штриховая линия на рис. 4 получена в результате обработки низкочастотной части спектра $(f = 2 \cdot 10^{-2} - 10^2 \Gamma \mu)$ и соответствует зависимости $\propto 1/f^{1.02}$. В области частот $f > 10^2 \Gamma \mu$



наблюдалась зависимость близкая к $1/f^{1.5}$. Подчеркнем, что рис. 4 соответствует достаточно большому ансамблю реализаций, однако и спектры для отдельных реализаций (охватывающие три порядка частоты) также имели 1/f-вид.

Таким образом, взаимодействие двух неравновесных фазовых переходов, связанных с нелинейными процессами в сверхпроводнике с током и кипящем охладителе, приводит к генерации интенсивных стохастических колебаний со спектром 1/f.

3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Описанный эксперимент с определенностью показывает, что в данном случае мы имеем дело с единственным точечным источником 1/f-стохастических сигналов. Для объяснения этих результатов неприменима распространенная модель экспоненциально широкого распределения времен релаксаций [1–3], в которой 1/f-шум трактуется как суперпозиция релаксационных случайных процессов. Для того чтобы получить диапазон, перекрывающий четыре порядка по частоте, согласно этой модели требуется разброс постоянных времени отдельных источников в пределах шести порядков [3].

Альтернативный подход к объяснению описанных результатов эксперимента состоит в поиске такой динамической системы, которая преобразовывала бы белый шум в шум со спектром 1/f. Эксперимент также показал, что такая система работает в окрестности неравновесного фазового перехода.

В окрестности фазового перехода для параметра порядка T можно записать уравнение

$$\dot{T} = \alpha T - \beta T^3 + \Gamma(t), \tag{1}$$

где $\Gamma(t)$ — источник белого шума, который присутствует в любой физической системе. Известно, что флуктуации, описываемые уравнением типа $\dot{x} = F(x) + \Gamma(t)$, где F(x) — гладкая непрерывная функция, а $\Gamma(t)$ — гауссовский δ -коррелированный шум, не могут приводить к 1/f-спектру. Уравнения этого типа дают лоренцову или квазилоренцову форму спектра. В частности, и уравнение (1) дает лоренцевский спектр.

Как уже отмечалось выше, 1/f-поведение наблюдалось экспериментально в условиях, когда в сложной нелинейной системе идут два взаимодействующих неравновесных фазовых перехода. Поэтому для этого случая в [12] предложена двумерная система уравнений:

$$\dot{T} = -\beta T P^2 + \alpha P + \Gamma(t),$$

$$\dot{P} = -\beta P T^2 + \gamma T + \Gamma(t).$$
(2)

Система (2) описывает два фазовых перехода с взаимодействующими параметрами порядка T и P. Параметры T и P определяются конкретной природой неравновесных фазовых переходов и могут быть связаны с температурой, размерами диссипативных областей или с флуктуациями кинетических коэффициентов. Флуктуации последних вблизи точек фазовых переходов рассматривались теоретически в [9]. Не конкретизируя в данной работе физический смысл величин T и P, опишем свойства этой системы.

При равенстве коэффициентов $\alpha = \gamma$ система (2) потенциальна и эквивалентна уравнению (1). В этом случае она дает при любых коэффициентах совпадающие лоренцевские спектры для параметров T и P. Но если $\alpha < \gamma$, то для любых коэффициентов легко подобрать уровень интенсивности шума $\Gamma(t)$, когда флуктуации T имеют спектр $\propto 1/f$, а флуктуации P пропорциональны $1/f^2$. При численном интегрировании методом Эйлера и использовании в качестве $\Gamma(t)$ последовательности случайных чисел с гауссовским распределением такой характер зависимости прослеживался в [12] в пределах четырех-пяти порядков частоты.

Рассмотрим сначала поведение системы (2) в отсутствие шума ($\Gamma(t) = 0$). Асимптотические решения для $t \to \infty$ при $\beta > 0$, $0 < \alpha < \gamma$ и при ненулевых начальных условиях имеют вид

$$T = \sqrt{\frac{\alpha}{2\beta(\gamma - \alpha)t}}, \quad P = \sqrt{\frac{2\alpha(\gamma - \alpha)t}{\beta}}, \quad (3)$$

т.е. они описывают релаксационный процесс с $T \propto t^{-1/2}$ и $P \propto t^{1/2}$, так что их произведение есть величина постоянная: $TP = \alpha/\beta$.

Но при численном интегрировании системы методом Эйлера с шагом dt,

$$T_{i+1} = T_i + (-\beta T_i P_i^2 + \alpha P_i)dt,$$

$$P_{i+1} = P_i + (-\beta P_i T_i^2 + \gamma T_i)dt,$$
(4)

обнаруживается, что с течением времени T и P следуют асимптотике (3) только до определенного предела, который зависит только от шага dt. По достижении этого предела P резко уменьшается, а T возрастает, потом опять идет релаксация, и в дальнейшем процесс повторяется (рис. 5). Такое поведение связано с тем, что производная при численном интегрировании системы берется в начальной точке i-го интервала и численное



Рис. 5. Результаты численного интегрирования системы (4)

интегрирование неустойчиво. Чтобы сделать его более устойчивым, мы перешли к системе

$$T_{i+1} = T_i + \left\{ \left[-\beta((1-c)T_i + cT_{i+1}) \right] P_i^2 + \alpha P_i \right\} dt,$$

$$P_{i+1} = P_i + \left\{ \left[-\beta((1-c)P_i + cP_{i+1}) \right] T_i^2 + \gamma T_i \right\} dt,$$
(5)

в которой в зависимости от параметра c ($0 \le c \le 1$) значение T_i в первом уравнении и значение P_i во втором при вычислении производной может быть взято не только в начальной (c = 0) или в конечной (c = 1), но и в средней точке *i*-го интервала интегрирования. В частности, система (5) при c = 1 дает асимптотики (3) при любых шагах интегрирования dt и начальных условиях.

Но если значение интегрируемой величины берется не в начальной точке интервала разбиения, то возникает неоднозначность в способе введения в систему шума. Мы проверили несколько вариантов и в этой работе в дальнейшем представляем результаты численного интегрирования системы с шумом следующего вида:

$$T_{i+1} = \left\{ T_i + \left[-(1-c)\beta T_i P_i^2 + \alpha P_i \right] dt \right\} (1 + cP_i^2 dt)^{-1} + W_i dt,$$

$$P_{i+1} = \left\{ P_i + \left[-(1-c)\beta P_i T_i^2 + \gamma T_i \right] dt \right\} (1 + cT_i^2 dt)^{-1} + W_i dt,$$
(6)

в которой значение производной при численном интегрировании вычисляется так же, как и в системе без шума (5), а действие шума учитывается впоследствии. Шум $W_i dt$ представляет собой дифференциал случайных блужданий, где W_i — гауссово распределение случайных чисел со среднеквадратичным отклонением D.

На рисунках 6–8 для примера приведены результаты численного интегрирования системы (6) при следующих значениях параметров: $\beta = 1$; $\alpha = 0.5$; $\gamma = 1$; D = 2.14; c = 0.5. При шаге dt = 0.05 интервал интегрирования включает 130000 точек. Реализация процесса T(t) и ее спектр $S_T(f)$ приведены на рис. 6, а функция распределения F_T — на рис. 7. Видно, что она похожа на гауссовскую, но это имеет место при $\alpha < 0.5\gamma$. При $\alpha > 0.5\gamma$ вблизи нуля F_T имеет минимум, и это характерно для других значений параметров рассчитанных реализаций системы (6).



Рис. 6

Рис. 7

Рис. 6. Спектр $S_T(f)$ и реализация процесса T(t), полученные численным интегрированием системы (6). Штриховая линия — зависимость $S_T(f) \propto 1/f^{1.05}$

Рис. 7. Функции распределения амплитуд колебаний T(t), полученные численным интегрированием системы (6): 1 — параметр $\alpha = 0.5$, 2 — $\alpha = 0.75$

На врезке рис. 8 вместе с реализацией P(t) для сравнения приведена реализация процесса случайных блужданий

$$w(t) = \int_{0}^{t} W(t) dt,$$

которая имеет такой же спектр как и $S_P(t)$. Из этого сравнения видно, что расходимость спектра $1/f^2$ при $f \rightarrow 0$ для реализации P(t) обусловлена не возрастанием амплитуды как при случайных блужданиях, а увеличением производных. То же относится и к шуму T(t), имеющему расходимость 1/f. Обе компоненты шума — и 1/f, и $1/f^2$ — стационарны и не зависят от начальных условий. Отмечается хорошая воспроизводимость спектров и функций распределения для других последовательностей случайных чисел w_i . Уменьшение параметра c от единицы вплоть до нуля сильно не изменяет вида реализаций, но на их спектрах в высокочастотной области появляется пик, связанный с неустойчивостью численного интегрирования при малых c.

Интересно отметить, что размах амплитуд флуктуаций P и T при заданном шаге dt коррелирует с предельными величинами P и T, которые дает интегрирование системы (4) без шума. Самые большие выбросы по абсолютной величине лишь ненамного превышают эти пределы. Другим интересным свойством решений системы





оказывается то, что произведение P(t)T(t) имеет спектр белого шума, а среднее значение $\langle P(t)T(t)\rangle \simeq \alpha/\beta$ выполняется с хорошей точностью для любых параметров системы и длинах реализаций. Это означает автоподстройку уравнения для флуктуаций T к характерной собственной нулевой частоте, и мы имеем дело с самоорганизованной критичностью.

Интегрирование системы (6) при указанных параметрах с шагом dt = 0.05 и среднеквадратичным отклонением D = 1.8, представленное на рис. 6–8, показывает поведение шумов 1/f и $1/f^2$ в интервале пяти порядков частоты. При дальнейшем увеличении числа точек интегрирования ветви спектров флуктуаций T и P становятся горизонтальными, т. е. при заданных шаге и дисперсии спектры 1/f и $1/f^2$ наблюдаются только в ограниченном диапазоне частот. Но этот диапазон можно увеличить и проследить дальше низкочастотную асимптотику 1/f и $1/f^2$ при тех же параметрах α, β, γ системы, если с увеличением числа интервалов в n раз уменьшить шаг интегрирования dt с одновременным увеличением D в \sqrt{n} раз. Поэтому сохраняется надежда, что если бы мы имели источник «истинного» белого шума, представляющего собой последовательность δ -функций с бесконечно малым шагом следования, и умели бы интегрировать такие уравнения, то система (2) дала бы ветви спектров 1/f и $1/f^2$ с бесконечной низкочастотной асимптотикой вплоть до f = 0.

При значениях $0 < \alpha < \gamma$ предложенная модель дает 1/f-спектр для флуктуаций T, реализацию T(t) и функцию распределения, адекватные описанному выше эксперименту (рис. 2-4). Свойства 1/f-шума в этом случае похожи на наблюдаемые в радиотехнических устройствах, когда среднее значение $\langle T(t) \rangle = 0$. Но если параметры α и γ отрицательны ($0 > \alpha > \gamma$), или если они положительны, но шум воздействует на уравнения для P и T в противофазе, то средние значения $\langle T(t) \rangle \neq 0$ и $\langle P \rangle \neq 0$.

Поведение 1/f и $1/f^2$, а также стационарность сохраняются и в этом случае при тех же абсолютных величинах α , β и γ системы. Реализации флуктуаций T в этом случае содержат острые выбросы и внешне похожи на реализации, которые получаются в моделях клеточных автоматов «кучи песка» [13] или дорожного движения [14], интерес к которым в последнее время связан с изучением самоорганизованной критичности.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе приведены результаты экспериментального исследования источника 1/f-шума, нетрадиционного для радиофизики, где, по-видимому, всегда имеют дело с суперпозицией большого числа источников шума другой природы. В нашем случае источник интенсивного широкополосного 1/f-шума связан с взаимодействием двух неравновесных фазовых периодов. Математическая модель, предложенная для описания его свойств, качественно адекватна эксперименту, но помимо генерации 1/f-шума предсказывает генерацию его спутника с $1/f^2$ -спектром. Свойства $1/f^2$ -шума отличаются от случайных блужданий, поскольку не наблюдается роста амплитуды выбросов, и расходимость, как и 1/f-шума, связана с ростом производных. В эксперименте $1/f^2$ -шум не наблюдался. Возможно, что флуктуации, ответственные за этот шум, связаны с параметрами неравновесного фазового перехода в кипящем охладителе, требуют дополнительных способов диагностики и поэтому не были зафиксированы. Во всяком случае, это ставит новую задачу для эксперимента.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-02-16077а).

Литература

- 1. Ш. М. Коган, УФН 145, 285 (1985).
- 2. Г. П. Жигальский, УФН 167, 623 (1997).
- 3. М. Букингем, Шумы в электронных приборах и системах (пер. с англ. под ред. В. Н. Губанкова), Мир, Москва (1986).
- 4. Ю. Л. Климонтович, Статистическая теория открытых систем, ТОО «Янус», Москва (1995).
- 5. Ю. С. Левитан, Н. Н. Панченко, О. А. Синкевич, Доклады АН 302, 1359 (1988).
- 6. P. Dutta, P. Dimon, and P. M. Horn, Phys. Rev. Lett. 43, 646 (1979).
- 7. P. Dutta and P. M. Horn, Rev. Mod. Phys. 53, 497 (1981).
- 8. Р. О. Зайцев, Письма в ЖЭТФ 58, 978 (1993).
- 9. Р. О. Зайцев, ЖЭТФ 90, 1288 (1986).
- 10. Ю. Е. Кузовлев, ЖЭТФ 111, 2086 (1997).
- 11. В. П. Коверда, В. Н. Скоков, В. П. Скрипов, Письма в ЖЭТФ 63, 739 (1996).
- 12. В. П. Коверда, В. Н. Скоков, В. П. Скрипов, Доклады АН 356, 614 (1997).
- 13. P. Bak, C. Tang, and K. Wiesenfeld, Phys. Rev. A 38, 364 (1988).
- 14. X. Zhang and G. Hu, Phys. Rev. E 52, 4664 (1995).