

О ВЫНУЖДЕННОМ РАССЕЯНИИ И ОБРАЩЕНИИ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

Ю. В. Ростовцев, И. В. Хазанов

*Институт прикладной физики Российской академии наук
603600, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 31 июля 1996 г.

В контексте задачи о вынужденном рассеянии излучения обсуждается предложенный сравнительно недавно механизм обращения волнового фронта в неоднородной плазме, связанный с различием в подавлении рассеяния (из-за неоднородности) для обращенной и необращенной компонент. С помощью ЭВМ и аналитически проанализированы решения интегродифференциальных уравнений, описывающих этот процесс, при различных длинах затухания (ν^{-1}) звука. Показано, что для существования эффекта необходимо, чтобы величина ν была не слишком мала. Рассмотрена также экстинкция обращенной волны при этом механизме.

Наряду с процессами вынужденного рассеяния (ВР) в плоских волнах, сейчас уже в значительной степени изученными, большой интерес представляют аналогичные процессы в волнах сложной пространственной структуры, в которой, в частности, при этом возможно эффективное обращение их фронта [1, 2]. Различные методы решения этой проблемы обсуждались во многих работах, а метод обращения волнового фронта (ОВФ) при вынужденном рассеянии (ОВФ-ВР) является одним из основных и обладает тем важным преимуществом перед другими, что не требует для своей реализации мощных опорных волн высокого (дифракционного) качества. При ОВФ-ВР происходит фактически самообращение волнового фронта. Иногда этот механизм обращения волнового фронта называют также статистическим, поскольку излучение, которое требуется обратить, перед направлением в активную (нелинейную) среду, где собственно и происходит вынужденное рассеяние, предварительно пропускают через экран с мелкомасштабными случайными неоднородностями, из-за френелевской дифракции на которых структура поля накачки в активной среде образуется в виде множества сильных неоднородностей (так называемой спекл-структуры). В классической схеме обращения волнового фронта в таком поле необходима локальная связь между амплитудами возмущения плотности среды и электромагнитных волн, т. е. выполнение условия

$$\nu l \gg 1, \quad (1)$$

где l — характерный масштаб неоднородностей накачки (длина продольной корреляции поля). Возможности существенного расширения области действия данного механизма и выхода за рамки (1) посвящена работа [3], где, фактически, на основании сравнительно простых интересных, но неочевидных оценок был сделан вывод об этом для неоднородной плазмы. Целью настоящей работы является более корректное изучение этого вопроса.

Итак, пусть в продольно (в x -направлении) неоднородной плазме с характерным масштабом неоднородности L_N распространяется в этом направлении волна накачки, поле которой будем считать заданным, с амплитудой

$$a_1 = \Psi_1(x, \mathbf{r}) \exp[-i\varphi_1(x)], \quad (2)$$

частотой ω_1 и волновым числом k_1 . В (2) $\varphi_1(x)$ — набег фазы (фазовая расстройка) из-за неоднородности концентрации плазмы (определим $\varphi_1(x=0) = 0$; точка $x=0$ будет ниже названа точкой синхронизма). В отличие от плоских волн положим здесь функцию Ψ_1 имеющей сложную поперечную структуру (зависимость от \mathbf{r}) с характерным масштабом ρ , много меньшим ширины пучка, меняющуюся от сечения к сечению (зависимость от x), и постоянную по сечению среднюю интенсивность, т. е.

$$\frac{1}{S} \int |\Psi_1|^2 d^2r = \langle |\Psi_1|^2 \rangle = \text{const}_1, \quad (3)$$

где S — площадь поперечного сечения, а угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю реализаций спекл-неоднородностей. Рассмотрим процесс стационарного обратного вынужденного рассеяния Мандельштама–Бриллюэна (ВРМБ) такой волны, о чем пойдет речь ниже, развивающийся в окрестности точки синхронизма, в которой выполняются известные условия

$$\omega_1 = \omega_2 + \omega_3, \quad \mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3, \quad \omega_3 \ll \omega_{1,2}, \quad \mathbf{k}_1 \approx -\mathbf{k}_2, \quad k_3 \approx 2k_1$$

(индексы 2 и 3 относятся соответственно к стоксовой и ионно-звуковой волнам, обозначения соответствующих величин здесь и ниже по тексту аналогичны предыдущим). Уравнения, описывающие его, отличаются от подобных для обычного ВРМБ в неоднородной среде наличием дополнительных членов с поперечным лапласианом Δ_\perp от амплитуд волн, т. е. это, фактически, параболические уравнения для амплитуд с квадратичной нелинейностью и учетом неоднородности среды ($\varphi_i(x)$) [3]¹⁾. Выражая из одного из них с помощью функции Грина (или, тем самым, неявным образом записав его решение) амплитуду ионно-звуковой волны, нетрудно придти от системы уравнений к одному интегро-дифференциальному уравнению для амплитуды стоксовой волны, которое можно значительно упростить в рассматриваемой нами ситуации спекл-структуры накачки. Именно, представим его решение в виде суммы обращенной и необращенной волн:

$$a_2 = [A_2(x)\Psi_1^*(x, \mathbf{r}) + \tilde{A}_2(x)\text{const}_2] \exp[i\varphi_2(x)], \quad (4)$$

где для последней (некоррелированной компоненты) в качестве ее «типичного представителя» выбрана плоская волна, и применим известную процедуру [1, 2] статистического усреднения, считая $\Psi_1(x, \mathbf{r})$ гауссово статистически однородным случайным полем. Тогда получим уравнения для функций $A_2(x)$, $\tilde{A}_2(x)$, описывающие усиление обеих компонент [3]:

$$\frac{d(A_2, \tilde{A}_2)}{dy} = -\eta\beta \exp(-i\delta y^2) \int_{-\mathcal{L}}^y \frac{(A_2(\tilde{y}), \tilde{A}_2(\tilde{y}))}{1 - i(y - \tilde{y})\theta} \exp[-h(y - \tilde{y})] \exp(i\delta\tilde{y}^2) d\tilde{y}. \quad (5)$$

¹⁾ Простоты ради мы не учитывали в них вторичные нелинейности типа, например, генерации гармоник ионного звука [4–6], считая волну накачки не очень сильной, тем более что этот процесс в данном случае заметно ослаблен, так как идет некогерентным образом.

В (5) введены следующие обозначения: $\mathcal{A}_2(y) = A_2(x)$, $\tilde{\mathcal{A}}_2(y) = \tilde{A}_2(x)$, $y = \gamma x$,

$$\delta = \frac{1}{2\gamma^2} (\varphi''_{1xx} + \varphi''_{2xx}) \Big|_{x=0} \sim \frac{k_1}{\gamma^2 L_N}$$

(здесь используется обычное упрощение (замена) фазовых расстройк $\varphi_i(x)$ их первыми членами разложения в ряд Тейлора в окрестности точки синхронизма), $\beta = \Gamma_{NL}^2 / v_2 v_3 \gamma^2$ (Γ_{NL} — временной инкремент данной распадной неустойчивости в поле плоской волны с интенсивностью, равной средней интенсивности рассматриваемой спекл-структуры, в бесконечной однородной плазме, $v_{2,3}$ — групповые скорости стоковой и ионно-звуковой волн, $\gamma = l^{-1} \equiv (k_1 \rho^2)^{-1}$), $h = \nu / \gamma$, $\mathcal{L} = \gamma L$ ($-L; L$) — область нелинейного взаимодействия (рассеяния) с центром в точке синхронизма ($x = 0$)), $\eta = 1, 2$, $\theta = 0, 1, 2$. Значения $\eta = 2$, $\theta = 2$ в системе (5) описывают обращенную волну, $\eta = 1$, $\theta = 1$ — необращенную. При $\theta = 0$ (5) переходит в «классическое» уравнение для стационарного ВРМБ в поле плоской накачки [7].

Проанализируем решения этой системы уравнений в различных ситуациях. Сначала рассмотрим однородную среду. Тогда $\delta = 0$ и уравнения (5) значительно упрощаются

$$\frac{d(\mathcal{A}_2, \tilde{\mathcal{A}}_2)}{dy} = -\eta\beta \int_{-\mathcal{L}}^y \frac{\exp[-h(y - \tilde{y})] (\mathcal{A}_2(\tilde{y}), \tilde{\mathcal{A}}_2(\tilde{y}))}{1 - i(y - \tilde{y})\theta} d\tilde{y}. \quad (6)$$

Отсюда в известном пределе сильного затухания звука (1) ($h \gg 1$) интегралы от ядер уравнений (6) быстро сходятся и искомые функции \mathcal{A}_2 , $\tilde{\mathcal{A}}_2$ можно вынести из-под знаков интегралов в точке $\tilde{y} = y$, получив, тем самым, отвечающие им инкременты усиления соответственно $g = 2\beta/h$ ($\eta = 2$) и $\tilde{g} = \beta/h$ ($\eta = 1$) [1–3]. Эти выражения, как легко видеть из (6), справедливы при $g \ll h$. С другой стороны, это условие получается автоматически, так как сама процедура статистического усреднения, с помощью которой получены уравнения (5), требует малости усиления на размере одного спекл-пятна, что в данном случае означает $g \ll 1$. При выполнении этих условий в любой точке среды $g/\tilde{g} = 2$ и, таким образом, налицо эффект обращения волнового фронта.

В отличие от описанной простейшей ситуации противоположная ($h \ll 1$) заметно сложнее и требует более детального анализа. Начнем его со значения $h = 0$ и, для определенности, возьмем некоррелированную компоненту. Тогда из (6) имеем уравнение ($\eta = 1$, $\theta = 1$)

$$\frac{d\tilde{\mathcal{A}}_2}{dy} = -\beta \int_{-\mathcal{L}}^y \frac{\tilde{\mathcal{A}}_2(\tilde{y}) d\tilde{y}}{1 - i(y - \tilde{y})}. \quad (7)$$

Интересно отметить, что оно оказывается во многом сходным с уравнением для обычного стационарного ВРМБ в заданном поле накачки в однородной бездиссипативной (тоже) среде. Такое ВРМБ описывается, как известно, уравнением обычного гармонического осциллятора, которое прямо следует из (7) в отсутствие мнимого члена в знаменателе ядра ($\theta = 0$). Таким образом, решением (7) оказываются не экспоненциальная, а тригонометрические функции. В этом можно убедиться, представив решение (7) в виде

$$\tilde{\mathcal{A}}_2(y) \propto \cos(\tilde{b}y + \tilde{d}) + i \sin(\tilde{b}y + \tilde{d}), \quad (8)$$

где \bar{b} и \bar{d} — вещественные константы. Подставив (8) в правую часть (7), получим, согласно [8], ее выражение через функции интегральных синуса si и косинуса ci . В этом выражении членами с $si(u)$, $ci(u)$ ($u = \bar{b}(i + \mathcal{L} + y)$) при условиях

$$|\bar{b}| \lesssim 1, \quad |\bar{b}(\mathcal{L} + y)| \gg 1 \quad (9)$$

можно пренебречь в силу асимптотических разложений этих функций:

$$si(u), ci(u) \sim \frac{(\sin u, \cos u)}{u}$$

(см. [9]), а в оставшихся слагаемых с $si(i\bar{b})$ и $ci(i\bar{b})$ при первом из условий (9) достаточно ограничиться несколькими первыми членами разложения их в ряд [9]. В результате из сравнения с левой частью (7) получим следующее уравнение для определения периода осцилляций:

$$-|\bar{b}| = \beta \left(0.6 + \ln |\bar{b}| - |\bar{b}| + \frac{1}{4} |\bar{b}|^2 \right) e^{|\bar{b}|}, \quad \bar{b} < 0. \quad (10)$$

Отсюда, как нетрудно видеть, следует $|\bar{b}| \sim \beta$. Подобное уравнение для величины b коррелированной компоненты ($\eta = 2, \theta = 2$) получается аналогично и имеет такой же вид (10) с заменой в нем $\bar{b} \rightarrow b/2, \beta \rightarrow \beta/2$. Таким образом, пространственные частоты b и \bar{b} осцилляций относительных амплитуд \mathcal{A}_2 и $\tilde{\mathcal{A}}_2$ оказываются примерно одинаковыми, хотя первая и несколько побольше. Решения (8)–(10) хорошо согласуются с численным расчетом уравнения (7) на ЭВМ (рис. 1). Они нарушаются, как видно из второго условия (9), лишь вблизи левой границы области взаимодействия. Другое условие в (9) означает малость изменения $\mathcal{A}_2, \tilde{\mathcal{A}}_2$ на размере спекл-пятна, необходимость которого уже отмечалась ранее. Заметим, что, как ясно из интервала интегрирования в $\int_{-\mathcal{L}}^y$, численный расчет как этого уравнения (7), так и более сложных — (6) и (5) — существенно упрощается, если решать не прямую, как обычно, а обратную задачу, т. е. стоксову волну задавать не на входе в слой — $\mathcal{A}_2(\mathcal{L}), \tilde{\mathcal{A}}_2(\mathcal{L})$, а уже выходящей из области взаимодействия — $\mathcal{A}_2(-\mathcal{L}), \tilde{\mathcal{A}}_2(-\mathcal{L})$. Именно такая схема расчета применялась в данной работе. Итак, как следует из решений, при $h = 0$ интенсивности рассеянных волн в среде значительных изменений не претерпевают:

$$|\mathcal{A}_2(y)| \sim |\mathcal{A}_2(\mathcal{L})|, \quad |\tilde{\mathcal{A}}_2(y)| \sim |\tilde{\mathcal{A}}_2(\mathcal{L})|,$$

т. е. остаются на уровне тепловых флуктуаций. В связи с этим, заметим, что, продолжая отмеченную выше аналогию с задачей обратного ВРМБ плоской накачки, следует ожидать неустойчивость данных стационарных состояний, которая в поле спекл-накачки, вероятно, также является абсолютной [10, 11].

Влияние затухания продольной волны (звука) может существенно изменить описанные выше решения. Для учета его нужно обратиться к более общим уравнениям (6). Тогда, следуя, по-прежнему, аналогии рассматриваемых здесь процессов с обычным ВРМБ или обычным гармоническим осциллятором, можно ожидать, что осциллирующие решения (8) разрушаются, переходя в экспоненциальные, если масштаб затухания

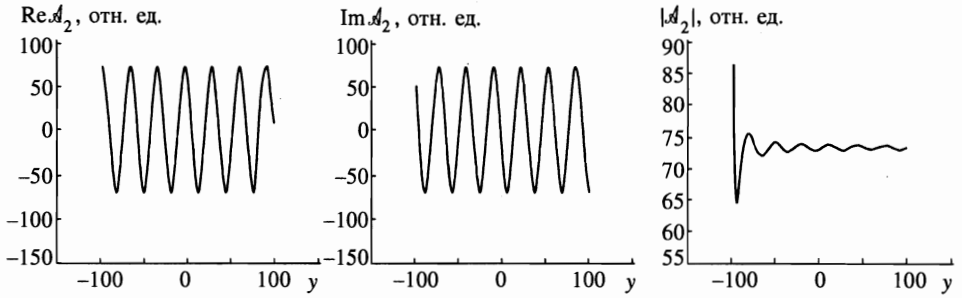


Рис. 1. Зависимости относительной амплитуды \mathcal{A}_2 коррелированной со спекл-накачкой стоксовой волны при обратном ВРМБ (стационарная задача) в однородном слое без диссипации от безразмерной координаты y (вдоль слоя): $\beta = 0.1, \eta = 2, \theta = 2, \delta = 0, h = 0, \mathcal{L} = 100, \mathcal{A}_2(-\mathcal{L}) = 72 + 72i$

становится меньше периода осцилляций (в отсутствие его), т. е. при $h > \bar{b}$ или $h > b$ (для коррелированной компоненты). При этих условиях, как показывают расчеты,

$$-\operatorname{Re} g \simeq -\operatorname{Re} \bar{g} \simeq \beta. \tag{11}$$

Заметим, что это значение соответствует величине инкремента для подобных процессов ($k_2 \sim k_3$), определенной в других моделях — одномерных флуктуаций накачки или широкополосных пакетов — в работах [12, 13]. Предложенный в работе [3] способ решения общих уравнений (5) путем простого выноса функций $\mathcal{A}_2(\bar{y}), \bar{\mathcal{A}}_2(\bar{y})$ из-под знака интеграла в их правых частях дает здесь неплохую точность. Действительно, действуя так, полагая

$$\mathcal{A}_2(y), \bar{\mathcal{A}}_2(y) \propto \exp \left\{ \int_{-\mathcal{L}}^y (g(\bar{y}), \bar{g}(\bar{y})) d\bar{y} \right\},$$

получим из (6) для реальных частей $\operatorname{Re}(g, \bar{g})$ приблизительно такое же значение, а для мнимых — $\operatorname{Im}(g, \bar{g}) \sim -\beta \ln(1/h)$, что согласуется с численными решениями (период осцилляций в $\mathcal{A}_2(y)$ немного меньше, чем в $\bar{\mathcal{A}}_2(y)$). При $h < b, \bar{b}$ инкременты усиления стоксовых волн значительно уменьшаются (рис. 2).

Перейдем теперь к анализу вынужденного рассеяния накачки со спекл-структурой в неоднородных средах, которое также оказывается во многом сходным с обычным вынужденным рассеянием плоской накачки. Для этой цели следует обратиться к исходным уравнениям (5). Как и ранее, рассмотрим сначала ситуацию в пренебрежении затуханием ($h = 0$). Тогда при $\theta = 0$ (плоская накачка) (5) легко сводятся к уравнению параболического цилиндра, через функции которого и выражаются его решения [7]. Перепад уровней амплитуды стоксовой волны отвечает известному критерию [7, 14]

$$\frac{|\mathcal{A}_2(-\mathcal{L})|}{|\mathcal{A}_2(\mathcal{L})|} = \exp(\pi p), \quad p = \frac{\eta\beta}{2\delta} \geq 1. \tag{12}$$

В то же время сам модуль амплитуды в стационарной задаче убывает достаточно медленно: $|\mathcal{A}_2(y)| \propto 1/y$ (здесь $y \gg \delta^{-1/2}$, в этой области происходит практически все

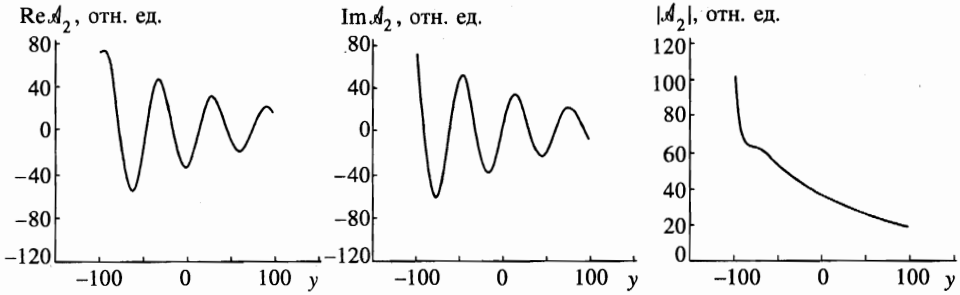


Рис. 2. То же, что на рис. 1, но для случая с диссипацией: $\beta = 0.04$, $\eta = 2$, $\theta = 2$, $\delta = 0$, $h = 0.03$, $\mathcal{L} = 100$, $\mathcal{A}_2(-\mathcal{L}) = 72 + 72i$

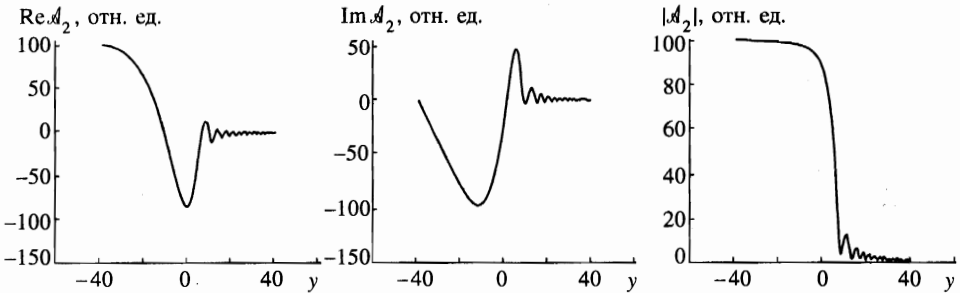


Рис. 3. То же, что на рис. 1, но для неоднородного слоя: $\beta = 0.1$, $\eta = 2$, $\theta = 2$, $\delta = 0.05$, $h = 0$, $\mathcal{L} = 40$, $\mathcal{A}_2(-\mathcal{L}) = 100$

изменение этой функции вплоть до ее граничного значения $|\mathcal{A}_2(\mathcal{L})|$). Следовательно, поскольку для наблюдения вынужденного рассеяния, как известно, амплитуда стокового поля должна возрасти с уровня тепловых шумов ориентировочно в $\text{exp}(15)$ раз, требуются очень большие размеры системы. Поэтому реально обратное вынужденное рассеяние (с уровня тепловых шумов) в средах без диссипации возможно лишь как нестационарный процесс. Именно в такой постановке оно рассматривалось во многих работах [7, 14, 15], где было показано, что процесс вынужденного рассеяния начинает развиваться вблизи точки синхронизма как абсолютная неустойчивость, достигая при этом в узкой области уровня (12), а затем сформировавшиеся импульсы стоковой и звуковой волн расширяются в обе стороны, захватывая все большие области плазмы. При этом, если длина неоднородного слоя конечна, амплитуды волн могут не выйти на описываемое стационарное состояние и при достижении фронтами импульсов границ слоя процесс может опять принять характер абсолютной неустойчивости, но с другим инкрементом.

В этом плане ситуация кардинально не меняется и для накачки со спекл-структурой ($\theta \neq 0$). Здесь не удастся найти точных решений уравнений (5), однако, как показывают численные расчеты, они имеют тот же вид (рис. 3). Полное усиление стоковых компонент описывается той же формулой (12), и, таким образом, итоговая дискриминация за весь слой некоррелированной волны по отношению к коррелированной оказывается такой же, как в классическом случае [1, 2], т. е. равной двум. Для приведенных

параметров рис. 3 функция $\mathcal{A}_2(y)$ сравнительно быстро выходит на свои предельные значения (12). В то же время необходимая для этого длина слоя резко возрастает с увеличением p . Величины $\mathcal{A}_2(y)$, $\mathcal{A}_2(y)$ в левой части слоя ($y < 0$) не близко к точке синхронизма ($|y| \gg \gg \delta^{-1/2}$) примерно соответствуют формуле в этой области для стоковой компоненты при плоской накачке [7]:

$$\left. \begin{matrix} \mathcal{A}_2(y) \\ \mathcal{A}_2(y) \end{matrix} \right\} \propto \left\{ \begin{matrix} \mathcal{A}_2(-\mathcal{L}) \\ \mathcal{A}_2(-\mathcal{L}) \end{matrix} \right\} \exp \left\{ ip \ln \left[(2\delta)^{1/2} |y| \right] \right\}, \quad (13)$$

хотя переменный период их осцилляций, идущих с такой же постоянной амплитудой, несколько больше, чем в (13)²⁾. В правой части слоя частота осцилляций быстро нарастает, как и в случае с плоской накачкой, а их амплитуда уменьшается. Закон убывания величин $|\mathcal{A}_2(y)|$, $|\mathcal{A}_2(y)|$ здесь можно определить следующим образом. Взяв для определенности коррелированную компоненту ($\eta = 2$, $\theta = 2$), запишем уравнение (5) для нее в виде (напомним, что $h = 0$)

$$-\frac{1}{2\beta} \exp(i\delta y^2) \frac{d\mathcal{A}_2}{dy} = \int_{-\mathcal{L}}^{y_0} \frac{\mathcal{A}_2(\tilde{y}) \exp(i\delta \tilde{y}^2)}{1 - 2i(y - \tilde{y})} d\tilde{y} + \int_{y_0}^y \frac{\mathcal{A}_2(\tilde{y}) \exp(i\delta \tilde{y}^2)}{1 - 2i(y - \tilde{y})} d\tilde{y}, \quad (14)$$

где $y_0 > 0$ такое, что $\delta y_0^2 \gg 1$. Вероятно, что основной вклад в первый из интегралов в (14) дает область вблизи точки синхронизма ($\delta \tilde{y}^2 \sim 1$), поскольку на фоне медленных изменений амплитуды (13) в левой части слоя идут быстрые осцилляции экспоненты в нем. Поэтому, полагая $y > y_0$, можно вынести знаменатель его подынтегрального выражения из-под знака интегрирования, обозначив оставшуюся часть через c_1 . С другой стороны, при указанных y , как видно из (14), в самом решении $\mathcal{A}_2(y)$ можно выделить медленную и быструю части, представив его как

$$\mathcal{A}_2(y) = J(y) \exp(-i\delta y^2), \quad y > y_0. \quad (15)$$

Подставляя (15) в (14) и пуская малые члены, приходим к интегральному уравнению Вольтерра второго рода для функции $J(y)$. Решения таких уравнений, как известно [16], можно найти методом последовательных приближений. Применяя его здесь, уже в нулевом приближении получим

$$J_0(y) \simeq \frac{pc_1}{2y^2}, \quad c_1 \equiv \int_{-\mathcal{L}}^{y_0} \mathcal{A}_2(\tilde{y}) \exp(i\delta \tilde{y}^2) d\tilde{y}. \quad (16)$$

Последующие шаги приближения на результат (16) влияют мало, в отличие от случая с плоской накачкой, где также можно построить решение подобным образом, ввиду

²⁾ Заметим, что расстояния между максимумами и минимумами в зависимости $\mathcal{A}_2(y)$ в численных решениях при плоской накачке хорошо описываются выражениями (13), однако сами их положения могут не совпадать с таковыми, определяемыми из [7], где решения записаны для бесконечного слоя ($\mathcal{L} \rightarrow \infty$) и граничного условия $\mathcal{A}_2(y \rightarrow \infty) = \exp\{ip \ln[(2\delta)^{1/2} y]\}$ (поскольку уравнения (5) являются линейными, любое их решение, умноженное на произвольный постоянный множитель, тоже будет являться решением, отвечающим граничному условию первого, умноженному на тот же коэффициент (в том числе и комплексный); это и учтено в форме записи (13)). Число цугов колебаний с увеличением длины слоя непрерывно возрастает.

более быстрого убывания здесь с ростом y функции $J_0(y)$ (16). (При плоской накачке на последующих шагах к решению, полученному в нулевом приближении, возникает дополнительный фазовый множитель, зависящий от y .) Величину c_1 в соответствии со сказанным выше и по аналогии со случаем плоской накачки, где известно точное решение, определяем как

$$|c_1| \sim \delta^{-1/2} |\mathcal{A}_2(-\mathcal{L})|.$$

В результате находим

$$\mathcal{A}_2(y) \propto |\mathcal{A}_2(y)| \exp(-i\delta y^2), \quad |\mathcal{A}_2(y)| \sim \frac{p}{\eta \delta^{1/2} y^2} |\mathcal{A}_2(-\mathcal{L})|. \quad (17)$$

Как нетрудно видеть, такие же зависимости получаются и для некоррелированной волны ($\eta = 1$, $\theta = 1$), однако интенсивность ее, в согласии со сказанным выше, уменьшаясь, выходит на предел гораздо раньше. Расчеты на ЭВМ согласуются по порядку величины со значениями $|\mathcal{A}_2(y)|$, $|\mathcal{A}_2(y)|$, определяемыми согласно (17), превышая их в несколько раз. Отметим также, что в численных решениях для конечного слоя $(-\mathcal{L}; \mathcal{L})$ на профилях изменений этих величин ясно видны колебания около средних значений, соответствующих значениям, полученным по формуле (17). Однако по мере увеличения длины слоя эти колебания медленно сглаживаются, становятся менее выраженными.

Несмотря на то, что убывание $\mathcal{A}_2(y)$ по закону (17) более быстрое, чем в случае с плоской накачкой (см. выше), если стоковая волна растет с уровня тепловых шумов, то длина слоя для возможности наблюдения такого вынужденного рассеяния (стационарного) все равно оказывается большой. Вероятно, что нестационарное вынужденное рассеяние в поле спекл-накачки развивается также по аналогии с описанной выше картиной плоской накачки. Тогда в малой окрестности точки синхронизма и в этом случае должна развиваться абсолютная неустойчивость. Однако при абсолютной неустойчивости обращенная волна не формируется³⁾, и поэтому ранее указанное возрастание уровней интенсивностей стоковых волн с дискриминацией 2 (по амплитуде) на этой стадии не реализуется и, по-видимому, может быть достигнуто лишь при выходе на стационарный режим, который требует опять же больших размеров системы.

Отметим здесь также то, что в случае плоской накачки, как и в (17), $\mathcal{A}_2(y) \propto \exp(-i\delta y^2)$. Поэтому достаточно интересным представляется факт, замеченный в [3] и заключающийся в том, что сам результат (12) можно получить достаточно просто. А именно, если чисто формально вынести функцию $\mathcal{A}_2(y)$ из-под знака интеграла в (5) ($\theta = 0$) (хотя она изменяется, как видно, вообще говоря, ничуть не слабее ядра этого уравнения) тем самым ввести для $\mathcal{A}_2(y)$ из (5) инкремент $g(y)$ и проинтегрировать его по y от $-\infty$ до $+\infty$ ($\pm \mathcal{L} \rightarrow \pm \infty$), определяя, таким образом, общее усиление для стоковой волны в слое. Образующийся при этом двойной интеграл сразу вычисляется при переходе в нем к другим переменным интегрирования: $y, \tilde{y} \rightarrow y, \xi$ ($\xi \equiv y - \tilde{y}$). Главные выводы в [3] были сделаны фактически на основании описанного соответствия с (12). Не менее интересным является и то, что все приводимые в данной работе численные решения для неоднородной среды подтверждают конечный результат для общего усиления стоковых волн в слое, получаемый этим способом [3].

³⁾ Мы признательны Г. А. Пасманику, обратившему на это наше внимание.

Далее мы опишем влияние затухания продольной волны ($h \neq 0$) на обсуждаемые процессы обратного вынужденного рассеяния в неоднородных средах. Для плоской накачки ($\theta = 0$) уравнения (5) так же, как и при $h = 0$, легко сводятся к уравнению параболического цилиндра, которое при переходе от y к другой независимой переменной (комплексной) $\zeta \equiv y - ih/2\delta$ принимает тот же вид, что и в случае $h = 0$. Таким образом, здесь для \mathcal{A}_2 справедливы те же решения [7], в которых надо просто сделать соответствующую замену.

Для накачки со спекл-структурой поля в этой ситуации, как и в рассмотренном выше случае ее обратного рассеяния в отсутствие диссипации ($h = 0$), есть решения, в достаточной степени подобные соответствующим для плоской накачки. Во-первых, следует сказать, что амплитуды $\mathcal{A}_2(y)$, $\tilde{\mathcal{A}}_2(y)$ в левой части слоя не близко к точке синхронизма тоже следуют примерно зависимости (13), в которой надо учесть указанную замену y , т. е. они принимают вид

$$\left. \begin{array}{l} \mathcal{A}_2(y) \\ \tilde{\mathcal{A}}_2(y) \end{array} \right\} \propto \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{A}_2(-\mathcal{L}) \\ \tilde{\mathcal{A}}_2(-\mathcal{L}) \end{array} \right\} \exp \left\{ p \left[i \ln \left[(2\delta)^{1/2} |y| \right] + \frac{h}{2\delta y} \right] \right\} \quad (18)$$

($h/2\delta|y| \ll 1$), но теперь уже не только периоды их нечастых осцилляций несколько больше, чем в (18), но и амплитуды последних убывают от левой границы слоя несколько медленнее. В правой части слоя поведение решений (5) более разнообразно и зависит от соотношения между параметрами β и h . До значений $h < (\pi/2)\beta$, как будет видно ниже, для нахождения решений в области $y > 0$ можно по-прежнему использовать их представление в виде, даваемом первой из формул (17) ($\delta y^2 \gg 1$). Тогда из уравнения, подобного (14), но с учетом экспоненциального множителя ядра (5), связанного с затуханием, аналогично получим

$$\mathcal{A}_2(y) \propto |\mathcal{A}_2(y)| \exp(-i\delta y^2), \quad |\mathcal{A}_2(y)| \sim \frac{p}{\eta\delta^{1/2}y^2} \exp(-hy) |\mathcal{A}_2(-\mathcal{L})|, \quad y \gg \frac{h}{2\delta}. \quad (19)$$

В отличие от бездиссипативного случая здесь интенсивность стоксовой волны уменьшается вдоль слоя гораздо быстрее. Такие же зависимости получаются и для амплитуды некоррелированной волны (аналогично тому, как это было для формул (17)). Результаты численных расчетов в данном случае примерно так же согласуются с (19), как соответствующие — с (17).

При большем затухании ионно-звуковой волны

$$h > \frac{\pi}{2} \beta \quad (20)$$

амплитуды стоксовых компонент осциллируют в правой части слоя гораздо медленнее, чем по закону (19). Как показывают численные расчеты, в данном случае модули амплитуд $|\mathcal{A}_2|$, $|\tilde{\mathcal{A}}_2|$ убывают в правой части слоя с инкрементами (декрементами), постепенно уменьшающимися по величине по мере удаления от точки синхронизма ($y = 0$) из-за влияния осциллирующих множителей $\exp(\pm i\delta y^2)$ в уравнениях (5). Для $|\mathcal{A}_2|$ это влияние до точки

$$y_* \approx \frac{1}{2\delta}, \quad (21)$$

а для $|\tilde{\mathcal{A}}_2|$ — до точки $2y_*$ оказывается несущественным, и соответствующие им инкременты на этих интервалах равны приблизительно той же величине, что и в однородной плазме:

$$\operatorname{Re} \bar{g} \approx -\frac{\pi}{2} \beta, \quad \operatorname{Re} g \approx -\frac{\pi}{2} \beta. \quad (22)$$

Значение (21) получается из условия, что масштаб осцилляций данных экспоненциальных множителей в (5) ($\theta = 1$) в данной точке, равный $\pi/2\delta y_*$, должен заметно превосходить длину продольной корреляции поля ($\Delta y = 1$), на которой, как нетрудно видеть, фактически формируется инкремент (11). В то же время, поскольку для коррелированной компоненты в (5) $\theta = 2$, легко получить, что значение y , до которого можно считать, что инкремент для $|\mathcal{A}_2|$ определяется (22), в два раза превышает величину (21). Подобные простые рассуждения, однако, не подходят для левой части слоя, где, как указывалось, усиление стоковых волн незначительно⁴⁾. Поведение самих функций \mathcal{A}_2 , $\tilde{\mathcal{A}}_2$ в правой части слоя является несколько более сложным. Перейдя к функциям $\exp(i\alpha_2(y)) \equiv \mathcal{A}_2/|\mathcal{A}_2|$, $\exp(i\tilde{\alpha}_2(y)) \equiv \tilde{\mathcal{A}}_2/|\tilde{\mathcal{A}}_2|$, укажем, что их осцилляции, как уже отмечалось, идут со сравнительно большими (переменными) периодами. Частоты осцилляций заключены между значением $(\text{Im}(g, \tilde{g}))_{hom} \sim \beta \ln(1/h)$ (см. выше, однородная среда) с одной стороны и значениями, следующими из (18), с другой. Начиная с длин y_0 , когда величины $|\mathcal{A}_2|$, $|\tilde{\mathcal{A}}_2|$ становятся сравнимыми с таковыми, удовлетворяющими критерию (12), и далее периоды осцилляций достаточно хорошо согласуются с (18). Это связано с тем, что на таких длинах, как и при плоской накачке, амплитуды стоковых волн описываются такой же зависимостью, как в левой части слоя, деленной на экспоненту из (12). На длинах, меньших y_0 , периоды изменяются несильно и при не очень малых β равны по величине нескольким периодам, соответствующим $(\text{Im}(g, \tilde{g}))_{hom}$. При этом в области y_* (21) в осцилляциях происходит сбой фазы (неоднородность среды «стремится» увеличить их период по сравнению с периодом в однородной среде, «приближая» его к «своему» (18)). Как нетрудно видеть из сравнения $\text{Re}(g, \tilde{g})$ (22) и $(\text{Im}(g, \tilde{g}))_{hom}$, при реальных значениях параметра $p \gg 1$ (12) до точки y_0 успевает произойти несколько колебаний в амплитудах волн.

Из сказанного видно, что эти решения, вообще говоря, существенно отличаются от предыдущих (19) и не могут быть получены той же методикой, что последние. Действительно, выделение в уравнении, подобном (14), двух интегралов с преимущественным вкладом первого при выполнении (20), (22) некорректно, так как в этом случае убывание экспоненты $\exp(-h(y - \tilde{y}))$ (5) опережает нарастание $|\mathcal{A}_2(y)|$ в $-y$ -направлении, подавляя тем самым основной вклад в интеграл области вблизи точки синхронизма. С другой стороны, масштабы осцилляций функций $\exp(i\alpha_2(y))$, $\exp(i\tilde{\alpha}_2(y))$ (см. выше) формируются в данном случае именно из-за влияния затухания (h). Поэтому его пространственный масштаб должен быть меньше масштабов этих осцилляций, что факти-

⁴⁾ С другой стороны, описанную картину можно здесь пояснить, пользуясь той же процедурой [3] выноса функций $\mathcal{A}_2(\tilde{y})$ или $\tilde{\mathcal{A}}_2(\tilde{y})$ из-под знака интеграла в (5) и введения инкремента, который вычислялся численно при $h = 0$, т. е. (например, для \mathcal{A}_2)

$$\tilde{g}(y) = -\beta \int_0^{y+\mathcal{L}} \frac{\exp(i\delta\xi^2 - i2\delta\xi y)}{1 - i\xi} d\xi, \quad \xi = y - \tilde{y}.$$

График функции $\text{Re } \tilde{g}(y)$ ($\mathcal{L} \rightarrow \infty$), приведенный в [3], показывает, что интервал, где эта величина не мала, сосредоточен, в основном, в области $y \gtrsim 0$. Это связано с тем, что данное подынтегральное выражение меньше осциллирует в области интегрирования при $y > 0$ (в ней есть при этом, в отличие от области значений $y < 0$, и точка ξ , где $d(\delta\xi^2 - 2\delta\xi y)/d\xi = 0$). Можно ожидать, что учет в $\tilde{g}(y)$ достаточного затухания (20) приведет к значительно лучшему количественному соответствию результатов, получаемых таким способом, с приведенными в настоящей работе.

чески и выражает собой условие (20). Полное же усиление за весь слой обеих стоковых компонент как при этом условии, так и при обратном неравенстве соответствует (12)⁵⁾.

Итак, выше было проанализировано обратное вынужденное рассеяние накачки со спекл-структурой поля при разных затуханиях звуковой (ионно-звуковой) волны, на которой развивается процесс. Как видно, существенным отличием замеченного в [3] и обсуждаемого здесь дискриминационного механизма, связанного с различием в усилении из-за неоднородности среды коррелированной и некоррелированных с накачкой стоковых волн, от классического [1, 2] является то, что последний дает непосредственную дискриминацию инкремента \tilde{g} ($g/\tilde{g} = 2$ во всех точках среды), в то время как в обсуждаемом нами ($h \ll 1$) она проявляется лишь на отдельных участках и набирается как итоговая интегрально за весь слой. Однако для обратного вынужденного рассеяния эти участки расположены наименее благоприятно, так что на заключительной стадии усиления коррелированной компоненты дискриминации некоррелированной практически нет. Это делает условия, необходимые для данного эффекта обращения волнового фронта, более жесткими, чем в случае $h \gg 1$.

Дело в том, что для обращения волнового фронта, вообще говоря, недостаточно просто дискриминации усиления некоррелированных волн, выявленной выше. Нужно еще, чтобы искажений спеклона (экстинкции коррелированной компоненты), неизбежно возникающих на размере каждого пятна спекл-структуры накачки вследствие различия усиления в центре пятна и на его краях (так называемых змеечных искажений, не учитываемых в первом приближении рассмотрения спеклона) и накапливающихся к моменту выхода обращенной волны из слоя, оставалось, тем не менее, существенно меньше ее уровня интенсивности. В известной ситуации [1, 2] это достигается при $g \ll 1$ (малости усиления спеклона на размере пятна) благодаря опережающему темпу усиления обращенной компоненты по сравнению с некоррелированными искажениями ($g/\tilde{g} = 2$). В данном случае, как было описано выше, на значительном расстоянии в обе стороны от точки синхронизма ($y = 0$) такой дискриминации нет. Даже при более благоприятных условиях большего затухания звуковой волны (20) величины $\text{Re } g$, $\text{Re } \tilde{g}$ до длин $y \sim y_*$ (21) различаются достаточно слабо (см. (22)), так что для них можно считать, что искажения спеклона от разных спекл-пятен (неоднородностей) просто складываются по интенсивностям (в силу случайности процесса). Тогда, используя известную оценку [1] для коэффициента экстинкции⁶⁾

$$\mathcal{R} \approx |\Delta \mathcal{A}_2(y) / \mathcal{A}_2(y)|^2,$$

где $\Delta \mathcal{A}_2(y)$ — изменение комплексной амплитуды \mathcal{A}_2 на длине корреляции (спекл-пятна), для относительного уровня искажений на интервале $(0, y_*)$ получим

$$Q = \mathcal{R} y_* = \left(\frac{\pi}{2} \beta\right)^2 y_* = \pi p \frac{\pi \beta}{8}, \quad \eta = 2. \quad (23)$$

⁵⁾ Заметим, что этот критерий выполняется также при попутном вынужденном рассеянии, в том числе, как нами проверено, и для накачки со спекл-структурой. Некоторые обобщения его для двумерных систем получены в [17].

⁶⁾ Отметим, что точный расчет этого коэффициента в данном случае вряд ли возможен: он здесь является функцией y и для его нахождения надо знать решение $\mathcal{A}_2(y)$ во всем слое. Даже в простейшей ситуации $h \gg 1$ его вычисление достаточно сложно [1], при этом результат оказывается в хорошем соответствии с приведенной оценкой.

Для простоты мы учли здесь в \mathcal{R} только изменения $|\mathcal{A}_2|$. Из численных расчетов можно получить более точное значение для общего уровня искажений Q_Σ с учетом вклада области слева от точки синхронизма $y = 0$, а также фазовых изменений в \mathcal{A}_2 (включая отмеченный выше сбой фазы в осцилляциях при $y \sim y_*$). А именно, непосредственно определяя из расчетов $\mathcal{R}(y)$ на каждой длине корреляции и суммируя эти значения до y_* , найдем, что величина Q_Σ превышает (23) не менее чем вдвое. Это означает, что поскольку множитель $\pi\rho$ в правой части (23) есть показатель экспоненты в (12), который для возможности наблюдения обращенной компоненты должен быть равен приблизительно 15, а сами искажения должны быть малы, $Q_\Sigma \ll 1$, то другим необходимым условием здесь можно считать

$$\beta \leq 0.02. \quad (24)$$

Тогда из (12) следует, что $\delta \leq 0.005$. Определим теперь длину слоя, которая требуется для усиления спеклона. Даже если считать, что инкремент (22) при всех $y > 0$ сохраняется, то удовлетворяя критерию (12) ($\eta = 2$), легко получить

$$y_{min} = 2/\delta.$$

Уменьшение $|\operatorname{Re} g|$ с ростом y приводит к возрастанию этой величины примерно в 2 раза, так что при $\delta \leq 0.005$ имеем

$$\mathcal{L}_{min} \geq 10^3. \quad (25)$$

Итак, при таких длинах величина $Q_\Sigma \leq 0.2$. В случае же сильного затухания звуковой волны такой относительный уровень искажений (по интенсивности) на выходе обращенной волны из слоя, который в этом случае прямо соответствует относительной величине зашумления (искажения) амплитуды волны на размере спекл-пятна [1, 2], достигается, как нетрудно видеть, уже на длине слоя $2\mathcal{L}_{min} \geq 70^7$). Отметим также, что если иметь в виду вынужденное рассеяние в спекл-пучках (например, сфокусированных в среду), когда интенсивность накачки имеет плавную неоднородность по поперечному сечению, то дискриминация инкремента некоррелированных компонент в этой ситуации уменьшается, поскольку спеклону надо поддерживать свою структуру и на периферии поперечного сечения пучка, где усиление является слабым, а некоррелированные волны захватываются в его центральную часть, где усиление максимально. В результате инкременты $\operatorname{Re} g$ и $\operatorname{Re} \tilde{g}$ будут близки друг другу на еще больших расстояниях, чем в рассмотренном случае накачки с постоянной по сечению средней интенсивностью (3), и поэтому длина \mathcal{L}_{min} тоже увеличится по сравнению с (25). Вероятно также, что в этом случае в критерии (12) показатели экспоненты для коррелированной и некоррелированной компонент будут отличаться не в 2 раза, как ранее, а лишь в 1.4 раза — аналогично подобному уменьшению степени дискриминации необращенной волны в сфокусированном пучке в однородных средах [1, 2].

Таким образом, как и следовало ожидать, ситуация с сильным затуханием звуковой волны $h \gg 1$ (1) более благоприятна для обращения волнового фронта, чем противоположная. Однако, поскольку в обычной газодинамике $\nu \propto k_3^2$, этому условию становится

⁷⁾ Заметим, что эта длина при частоте накачки, несильно превышающей электронную плазменную частоту ($\omega_1 \sim \omega_{pe}$), оказывается гораздо меньше масштаба неоднородности плазмы \mathcal{L}_N (на этом участке, по крайней мере), который необходим для требуемого уровня рассеяния [18]. Однако то же самое относится и к случаю (25).

все труднее удовлетворить при перемещении в более длинноволновый диапазон (например, уже для CO_2 -лазера). С этой точки зрения слабостолкновительная плазма более перспективна для использования, ибо в ней ионно-звуковая волна затухает в основном по Ландау (бесстолкновительно) и $\nu \propto k_3$, т. е. убывает с уменьшением k_3 более медленно. Бóльшее затухание звуковой волны в плазме важно для обращения волнового фронта и по той причине [18, 19], что оно дает мѣньшие времена установления стационарного режима, в котором вынужденное рассеяние является наиболее сильным. В то же время в слабостолкновительной плазме нет столкновительного нагрева, который может мешать ВРМБ и обращению волнового фронта [20, 21]. С другой стороны, в ней возможна также неравновесность с более слабым затуханием волн. Укажем, что для максвелловской функции распределения затухание Ландау на электронах ионного звука соответствует

$$h = \nu l = 2\sqrt{\frac{\pi}{8}} (2\pi)^2 \sqrt{\frac{m}{M}} \left(\frac{\rho}{\lambda_1}\right)^2 > 1$$

(m и M — соответственно массы электрона и иона, $\lambda_1 = 2\lambda_3$, а масштаб спекл-неоднородностей $\rho \gg \lambda_1$).

Литература

1. Б. Я. Зельдович, Н. Ф. Пилипецкий, В. В. Шкунов, *Обращение волнового фронта*, Наука, Москва (1985).
2. В. И. Беспалов, Г. А. Пасманик, *Нелинейная оптика и адаптивные лазерные системы*, Наука, Москва (1986).
3. В. В. Курин, ЖЭТФ **97**, 1467 (1990).
4. В. П. Силин, В. Т. Тихончук, ЖЭТФ **83**, 1332 (1982).
5. В. В. Курин, *Физика плазмы* **10**, 860 (1984).
6. J. A. Heikkinen, S. J. Karttunen, and R. R. E. Salomaa, *Phys. Fluids* **27**, 707 (1984).
7. А. Д. Пилия, ЖЭТФ **64**, 1237 (1973).
8. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Наука, Москва (1971).
9. М. Абрамовиц, И. Стиган, *Справочник по специальным функциям*, Наука, Москва (1979).
10. N. M. Kroll, *J. Appl. Phys.* **36**, 34 (1965).
11. Л. М. Горбунов, ЖЭТФ **67**, 1386 (1974).
12. E. J. Valeo and C. R. Oberman, *Phys. Rev. Lett.* **30**, 1035 (1973).
13. В. Н. Цытович, *Нелинейные эффекты в плазме*, Наука, Москва (1967).
14. M. N. Rosenbluth, *Phys. Rev. Lett.* **29**, 565 (1972).
15. А. Берс, в сб. *Основы физики плазмы*, под ред. А. А. Галеева и Р. Судана, Энергоатомиздат, Москва (1984), т. 2, с. 267.
16. М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко, *Интегральные уравнения*, Наука, Москва (1976).
17. I. V. Khazanov, A. G. Litvak, A. M. Sergeev et al., *Phys. Fluids B* **5**, 4347 (1993).
18. А. А. Андреев, А. Н. Шацев, *Письма в ЖТФ* **10**, 883 (1984).
19. И. М. Бельдюгин, М. Г. Галушкин, В. Н. Сошников, *Квант. электр.* **12**, 1387 (1985).
20. С. Ф. Григорьев, О. П. Заскалько, В. В. Кузьмин, ЖЭТФ **92**, 1246 (1987).
21. А. А. Андреев, А. А. Бетин, О. В. Митропольский, А. Н. Шацев, ЖЭТФ **92**, 1636 (1987).