

О ВЛИЯНИИ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ НА ИЗЛУЧЕНИЕ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В ТОНКОМ СЛОЕ ВЕЩЕСТВА

Н. Ф. Шульга, С. П. Фомин

*Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»
310108, Харьков, Украина*

Поступила в редакцию 27 мая 1997 г.

Развита количественная теория эффекта влияния многократного рассеяния на тормозное излучение ультрарелятивистских электронов в тонком слое вещества. Этот эффект является аналогом эффекта Ландау–Померанчука–Мигдала (ЛПМ-эффект) подавления излучения высокоэнергетических частиц в безграничной аморфной среде, хотя и обладает рядом существенных отличий от последнего. На основе развитого подхода проведен анализ данных, полученных недавно в СЛАК (E-146) в ходе проведения экспериментальной проверки ЛПМ-эффекта. Показано, что наряду с ЛПМ-эффектом в этом эксперименте был обнаружен эффект подавления тормозного излучения в тонком слое вещества, теоретически описанный в наших предыдущих работах.

1. ВВЕДЕНИЕ

Процесс излучения электронов высокой энергии развивается в большой пространственной области вдоль импульса частицы. Если в пределах этой области (она носит название длины когерентности процесса излучения [1, 2]) электрон сталкивается с большим числом атомов, то взаимодействие с ними может происходить иначе, чем с отдельными атомами, разнесенными далеко друг от друга.

Ландау и Померанчук показали [3], что в аморфной среде при достаточно больших энергиях многократное рассеяние электронов приводит к уменьшению спектральной плотности излучения в области малых частот по сравнению с соответствующим результатом Бете и Гайтлера [4, 5]. В [3] были указаны условия возникновения эффекта и даны оценки спектральной плотности излучения в области частот, где эффект значителен. Существенным при этом оказалось то, что эффект развивается на длине значительно меньшей, чем радиационная длина.

Количественная теория эффекта влияния многократного рассеяния на тормозное излучение электронов в аморфной среде была развита Мигдалом [6] на основе метода кинетического уравнения. Работы [3, 6] стимулировали большое число других работ по исследованию влияния среды на тормозное излучение при высоких энергиях. При этом изучались такие проблемы как влияние поляризации среды на излучение [7], учет отдачи при излучении [8], влияние поглощения среды [9], спектрально-угловые распределения излучения [10, 11], излучение в мишенях конечной толщины [12] и др. (см. обзоры [1, 2, 13–16] и ссылки в них). В [17] был предложен и развит метод функционального интегрирования для описания влияния многократного рассеяния на излучение электронов высоких энергий в веществе. В настоящее время эффект влияния многократного рассеяния на тормозное излучение электронов в аморфной среде называют эффектом Ландау–Померанчука–Мигдала (ЛПМ-эффект) [18–21].

Детальное экспериментальное исследование ЛПМ-эффекта было выполнено только недавно на ускорителе СЛАК при энергиях электронов до 25 ГэВ [19]. В более ранних экспериментах точность измерений была невелика, что было обусловлено трудностями с набором необходимой статистики измерений (см. работы [22, 23] и ссылки в них). В эксперименте [19] исследовался спектр излучения электронов в области энергий фотонов от долей МэВ до нескольких сотен МэВ. Измерения проведены для мишеней ряда элементов от углерода до урана. Толщина мишеней варьировалась от долей процента до нескольких процентов радиационной длины. Сравнение полученных данных с результатами расчетов, проведенных с помощью метода Монте-Карло по формулам Мигдала, показало хорошее согласие теории и эксперимента для относительно толстых мишеней. Для тонких же мишеней в ряде случаев наблюдалось значительное расхождение с предсказаниями теории Мигдала. Особенно значительным это расхождение было для мишени золота толщиной 0.7% радиационной длины в области энергий гамма-квантов меньших 30 МэВ.

Эксперимент [19] вызвал значительный интерес и стимулировал развитие новых подходов к исследованию ЛПМ-эффекта, основанных на рассмотрении процесса излучения в эйкональном приближении [20, 24], использовании для данной задачи результатов теории Мольер [25] и Бете [26] многократного рассеяния частиц в веществе [27], дальнейшем развитии метода функционального интегрирования [28]. Интерес к данной проблеме связан также с поисками аналогов ЛПМ-эффекта в квантовой хромодинамике и в других областях физики (см., например, работы [29, 30]).

В настоящей работе проводится анализ отмеченных выше экспериментальных данных, которые не согласуются с предсказаниями теории Мигдала по ЛПМ-эффекту. Мы показываем, что наблюдавшиеся в [19] отклонения от предсказаний теории Мигдала имеют место в случае, когда длина когерентности процесса излучения велика по сравнению с толщиной мишени ($l_c \gg L$), т. е. когда не выполняются условия применимости основных результатов теории Мигдала. Случай $l_c \gg L$ был рассмотрен нами ранее в работах [31, 32], где показано, что спектр излучения электронов в тонкой мишени может существенно отличаться от спектра, определяемого как формулой Мигдала, так и формулой Бете и Гайтлера. В [31] были получены также асимптотические формулы для спектра излучения, относящиеся к электронам ультравысоких энергий, когда эффект значителен. (Аналогичные асимптотические формулы были получены также в работе [12] на основе метода кинетического уравнения.) Непосредственное применение этих асимптотических формул для анализа экспериментальных данных [19], однако, приводит к абсурдным результатам, поскольку при энергиях СЛАК еще не достигается выход на используемые в [12, 31] асимптоты. Поэтому для анализа экспериментальных данных [19] требуется развитие количественной теории процесса излучения релятивистских электронов в тонком слое аморфного вещества, позволяющей получать точные результаты. Этой проблеме и посвящена настоящая работа.

В разд. 2 работы представлены основные результаты теории Мигдала ЛПМ-эффекта.

В разд. 3 развивается общая теория процесса излучения электронов высокой энергии в тонком слое вещества. Здесь показывается, что если длина когерентности процесса излучения превосходит толщину мишени, то вся мишень выступает как единый объект, при взаимодействии с которым происходит излучение. При этом спектр излучения определяется только функцией распределения частиц по углам их рассеяния мишенью, которая, в свою очередь, зависит от конкретного вида мишени (аморфная

среда, кристалл). Получены простые асимптоты для среднего значения спектральной плотности излучения, позволяющие провести качественный анализ процесса излучения в тонком слое аморфного вещества.

В разд. 4 развивается количественная теория влияния многократного рассеяния на излучение ультрарелятивистских электронов в тонком слое аморфного вещества. Эта теория основывается на использовании точного выражения для функции распределения частиц по углам рассеяния в веществе, полученном в работах Мольер [25] и Бете [26]. Эта функция распределения учитывает как многократное, так и однократное рассеяние частиц в аморфной среде и в общем случае существенно отличается от гауссова распределения частиц по углам рассеяния, которое обычно используют в теории ЛПМ-эффекта. Здесь рассмотрены различные предельные случаи, когда для излучения существенны эффекты однократного или многократного рассеяния частиц на атомах среды. Получены несколько членов асимптотического разложения выражения для среднего значения спектра излучения по параметрам, определяющим влияние многократного рассеяния на излучение.

Наконец, в разд. 5 работы проводится количественное сравнение результатов развиваемой теории с экспериментом [19]. Показано достаточно хорошее согласие полученных в настоящей работе результатов с результатами эксперимента. При этом обращается внимание на то, что полученные ранее (см. работы [31, 32]) простые асимптотические выражения для спектра излучения недостаточны для количественного описания данного эксперимента.

Все результаты настоящей работы получены на основе описания процесса излучения в рамках классической электродинамики. Такое описание справедливо в области достаточно малых энергий гамма-квантов по сравнению с энергией излучающей частицы, когда можно пренебречь квантовым эффектом отдачи при излучении. В условиях эксперимента [19] это требование выполняется.

2. ЭФФЕКТ ЛАНДАУ–ПОМЕРАНЧУКА–МИГДАЛА

Спектральная плотность излучения электрона, движущегося во внешнем поле по траектории $\mathbf{r}(t)$, определяется в классической электродинамике формулой [1, 2]

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \int d\omega \left| [\mathbf{k}\mathbf{I}] \right|^2, \quad (2.1)$$

где \mathbf{k} и ω — волновой вектор и частота излученной волны, $|\mathbf{k}| = \omega$, $d\omega$ — элемент телесного угла в направлении излучения и

$$\mathbf{I} = \int_{-\infty}^{\infty} dt \mathbf{v}(t) \exp[i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}(t))]. \quad (2.2)$$

Мы используем здесь систему единиц, в которой скорость света принята равной единице.

В аморфной среде траектория частицы случайна, поэтому формула (2.1) должна быть усреднена по различным траекториям электрона:

$$\left\langle \frac{d\varepsilon}{d\omega} \right\rangle = \frac{e^2}{4\pi^2} \int d\omega \langle \left| [\mathbf{k}\mathbf{I}] \right|^2 \rangle. \quad (2.3)$$

Процесс излучения релятивистского электрона в веществе развивается в большой, быстро растущей с энергией пространственной области вдоль направления движения частицы [1, 2]. Эта длина носит название длины когерентности процесса излучения [1, 2, 32]. Она определяется в классической электродинамике соотношением

$$l_c = 2\gamma^2/\omega, \quad (2.4)$$

где γ — лоренц-фактор электрона. Ландау и Померанчук на основе качественных оценок показали [3], что если среднее значение квадрата угла многократного рассеяния электрона в пределах длины когерентности превысит квадрат характерного угла излучения релятивистского электрона $\vartheta_\gamma \sim \gamma^{-1}$, то имеет место эффект подавления торозного излучения электрона в веществе по сравнению с соответствующим результатом теории Бете и Гайтлера [4].

Первые количественные результаты, относящиеся к этому эффекту, были получены Мигдалом [6] на основе предложенной им процедуры усреднения формулы (2.1), использующей кинетическое уравнение для функции распределения частиц в среде по углам. Процедуру усреднения ему удалось провести применительно к безграничной аморфной среде в приближении малых углов рассеяния, когда процесс многократного рассеяния можно рассматривать как гауссов процесс. При этом было показано, что

$$\left\langle \frac{d\varepsilon}{d\omega} \right\rangle = \Phi_M(s) \left(\frac{d\varepsilon}{d\omega} \right)_0, \quad (2.5)$$

где $(d\varepsilon/d\omega)_0$ — спектр излучения без учета влияния многократного рассеяния на излучение:

$$\left(\frac{d\varepsilon}{d\omega} \right)_0 = \frac{2e^2}{3\pi} \gamma^2 q L, \quad (2.6)$$

$s = (1/4\gamma^2)\sqrt{\omega/q}$ (q — отнесенное к единице длины среднее значение квадрата угла многократного рассеяния), $\Phi_M(s)$ — функция Мигдала, учитывающая влияние многократного рассеяния на излучение:

$$\Phi_M(s) = 24s^2 \left\{ \int_0^\infty dx e^{-2sx} \operatorname{cth} x \sin(2sx) - \pi/4 \right\}. \quad (2.7)$$

Функция $\Phi_M(s)$ имеет простые асимптоты при малых и больших значениях аргумента:

$$\Phi_M(s) = \begin{cases} 1, & s > 1, \\ 6s, & s \ll 1. \end{cases}$$

Величина s^2 представляет собой отношение квадрата характерного угла излучения релятивистского электрона $\vartheta_\gamma^2 \sim \gamma^{-2}$ к среднему значению квадрата угла многократного рассеяния электрона на длине когерентности $\bar{\vartheta}^2 = ql_c$.

При $s > 1$ формула (2.5) совпадает с логарифмической точностью с соответствующим результатом Бете и Гайтлера:

$$\left\langle \frac{d\varepsilon}{d\omega} \right\rangle_{BH} = \frac{4}{3} \frac{L}{L_R} \left[1 + \frac{1}{12} (\ln 183Z^{-1/3})^{-1} \right], \quad (2.8)$$

где L_R — радиационная длина, определяемая соотношением

$$L_R^{-1} = \frac{4Z^2 e^6 n}{m^2} \ln(183Z^{-1/3}).$$

Здесь n — плотность атомов в среде, $Z|e|$ — заряд ядра атома и m — масса электрона.

Если же $s \ll 1$, то, согласно (2.5), мы имеем эффект уменьшения спектральной плотности излучения электрона в веществе по сравнению с соответствующим результатом Бете и Гайтлера:

$$\left\langle \frac{d\varepsilon}{d\omega} \right\rangle \ll \left\langle \frac{d\varepsilon}{d\omega} \right\rangle_{BH}. \quad (2.9)$$

Этот эффект сейчас носит название эффекта Ландау–Померанчука–Мигдала [18–21, 27].

Формула (2.5) справедлива, если среда, в которой происходит излучение, является безграничной. Более точно, требуется, чтобы толщина мишени L была велика по сравнению с длиной, на которой развивается процесс излучения:

$$L \gg l_c. \quad (2.10)$$

Формула (2.5) получена с логарифмической точностью. Такая точность обусловлена тем, что при ее выводе предполагалось, что q является константой и не зависит от длины пути L , на котором происходит рассеяние. На малых же участках пути величина q логарифмически зависит от t [34]:

$$\overline{q^2} = \frac{\varepsilon_s^2}{\varepsilon^2} \frac{t}{L_R} \left(1 + 0.038 \ln \frac{t}{L_R} \right). \quad (2.11)$$

(См. также работы [1, 2, 13], в которых обсуждались и другие аспекты данной проблемы, связанные с необходимостью уточнения значений углов многократного рассеяния, существенных для излучения.)

Заметим, что формула (2.5) может быть получена также на основе метода функционального интегрирования. Это было сделано в работах [17]. Процедуру усреднения при этом удастся провести аналитически с помощью интегрирования по случайным траекториям, так как процесс рассеяния предполагается гауссовым, а функционал, подлежащий усреднению, для релятивистских частиц имеет экспоненциальный вид.

3. ИЗЛУЧЕНИЕ В ТОНКОМ СЛОЕ ВЕЩЕСТВА

Изложенная выше теория ЛПМ-эффекта справедлива, если выполняется условие (2.10), т. е. если можно пренебречь влиянием на излучение границ мишени. Рассмотрим теперь противоположный случай, когда процесс излучения развивается на длине, значительно превосходящей толщину мишени ($l_c \gg L$). Эффектом влияния поляризации среды на излучение и переходным излучением мы будем пренебрегать, что справедливо, если $\omega \gg \gamma\omega_p$, где ω_p — плазменная частота.

В рассматриваемом нами случае $l_c \gg L$ входящую в (2.1) величину I удобно записать в виде

$$I = i \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp [i(\omega t - \mathbf{kr}(t))] \frac{d}{dt} \frac{\mathbf{v}(t)}{\omega - \mathbf{kv}(t)}. \quad (3.1)$$

Это выражение получено из (2.2) путем интегрирования по частям. Экспоненциальный фактор в (3.1) может быть положен равным единице, так как при $l_c \gg L$ разность $\omega \Delta t - \mathbf{kr}(\Delta t) \ll 1$ ($\Delta t = L/v$ — интервал времени, в течение которого электрон взаимодействует с пластинкой). При этом после интегрирования по t в (3.1) получим

$$I \approx i \left(\frac{\mathbf{v}'}{\omega - \mathbf{kv}'} - \frac{\mathbf{v}}{\omega - \mathbf{kv}} \right), \quad (3.2)$$

где \mathbf{v} и \mathbf{v}' — скорости электрона до и после рассеяния мишенью. Подставляя (3.2) в (3.1), получим интересующую нас спектральную плотность излучения электрона в тонкой мишени. Учитывая, что при высоких энергиях характерные значения углов рассеяния электрона в тонкой мишени малы, легко выполнить в (2.1) интегрирование по углам излучения. В результате находим, что

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi} \left[\frac{2\xi^2 + 1}{\xi\sqrt{\xi^2 + 1}} \ln \left(\xi + \sqrt{\xi^2 + 1} \right) - 1 \right], \quad (3.3)$$

где $\xi = \gamma\vartheta/2$ и $\vartheta = (\mathbf{v}' - \mathbf{v})/v$ — угол рассеяния электрона мишенью ($\vartheta \ll 1$).

Обратим внимание, что формула (3.3) получена без использования конкретного закона рассеяния частиц мишенью. Поэтому она справедлива при рассмотрении рассеяния частиц как в аморфной среде, так и в кристалле, а также при излучении частицы в заданном внешнем поле. Требуется только, чтобы процесс излучения развивался на длине, превосходящей размер области, в которой на частицу действует внешнее поле, и чтобы углы рассеяния частицы мишенью были малы по сравнению с единицей. При этом, однако, соотношение между характерным значением угла излучения электрона $\vartheta_\gamma \sim \gamma^{-1}$ и углом его рассеяния ϑ может быть произвольным.

Формула (3.3) имеет простые асимптоты при малых и больших значениях параметра ξ :

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = \frac{2e^2}{3\pi} \begin{cases} \gamma^2\vartheta^2, & \gamma\vartheta \ll 1, \\ 3 [\ln \gamma^2\vartheta^2 - 1], & \gamma\vartheta \gg 1. \end{cases} \quad (3.4)$$

Слагаемое с (-1) в асимптоте $\gamma\vartheta \gg 1$ представляет собой первую поправку к логарифмическому члену (отброшенные члены при этом имеют порядок малости $(\gamma\vartheta)^{-2}$).

Углы рассеяния различных частиц в веществе различны, поэтому формула (3.3) должна быть усреднена по распределению вышедших из мишени частиц по углам ϑ :

$$\left\langle \frac{d\varepsilon}{d\omega} \right\rangle = \int d^2\vartheta f(\vartheta) \frac{d\varepsilon\{\vartheta\}}{d\omega}, \quad (3.5)$$

где $\vartheta = (\vartheta_x, \vartheta_y)$ — двумерный угол рассеяния частицы мишенью в плоскости, ортогональной начальной скорости электрона \mathbf{v} . Функции распределения $f(\vartheta)$ для различных

мишеней (аморфная среда, кристалл, неоднородное внешнее поле) имеют различный вид. Это приводит к различным эффектам в излучении (тормозное излучение в аморфной среде, когерентное в кристалле и т. д.). Несмотря на это различие можно установить общие закономерности излучения частицы в тонких мишенях, обусловленные асимптотами (3.4). А именно, заменяя в этих формулах ϑ^2 на среднее значение квадрата угла рассеяния частицы мишенью $\overline{\vartheta^2}$, приходим к следующим оценкам для среднего значения спектральной плотности излучения:

$$\left\langle \frac{d\varepsilon}{d\omega} \right\rangle \approx \frac{2e^2}{3\pi} \begin{cases} \gamma^2 \overline{\vartheta^2}, & \gamma^2 \overline{\vartheta^2} \ll 1, \\ 3 \left[\ln \gamma^2 \overline{\vartheta^2} - 1 \right], & \gamma^2 \overline{\vartheta^2} \gg 1. \end{cases} \quad (3.6)$$

Соотношения (3.6) показывают, что если величина $\overline{\vartheta^2}$ растет с толщиной мишени (в аморфной среде, например, $\overline{\vartheta^2} \sim L$), то при $\gamma^2 \overline{\vartheta^2} \sim 1$ происходит изменение характера излучения частицы в веществе. При этом линейная зависимость спектра излучения от $\overline{\vartheta^2}$ (для аморфной среды от L) сменяется более слабой логарифмической зависимостью. Причем такая смена характера излучения имеет место и для аморфной среды, и для кристаллического вещества. (В кристалле зависимость $\overline{\vartheta^2}$ от L имеет, вообще говоря, более сложный вид, чем в аморфной среде [2]. При этом существуют условия, когда и в кристалле $\overline{\vartheta^2} \sim L$, причем $\overline{\vartheta_c^2} \gg \overline{\vartheta^2}$ [2].)

Условие $\gamma^2 \overline{\vartheta^2} \sim 1$, при котором происходит изменение характера излучения частицы в тонком слое вещества, имеет тот же вид, что и условие возникновения ЛПМ-эффекта подавления излучения в толстой мишени. Вместе с тем формулы, описывающие влияние многократного рассеяния в тонком и в толстом слоях вещества, существенно различаются. Так, в случае ЛПМ-эффекта спектр излучения зависит от частоты излученного фотона, тогда как формулы (3.6) от ω не зависят. От ω зависят только условия применимости последних формул.

4. ИЗЛУЧЕНИЕ В ТОНКОМ СЛОЕ АМОРФНОГО ВЕЩЕСТВА

Для нахождения среднего значения спектра излучения релятивистского электрона в тонком слое вещества (3.5) требуется знать функцию распределения частиц по углам их рассеяния мишенью. Функция распределения быстрых частиц по углам в аморфной среде определяется кинетическим уравнением [25, 26]

$$\frac{df(\vartheta)}{dt} = n \int d\sigma(\chi) [f(\vartheta - \chi, t) - f(\vartheta, t)], \quad (4.1)$$

где $d\sigma(\chi)$ — сечение рассеяния частицы отдельным атомом среды на угол χ . В случае экранированного потенциала Кулона

$$d\sigma(\chi) = (2\pi)^{-1} \chi d\chi d\varphi \sigma(\chi),$$

где χ и φ — полярный и азимутальный углы рассеяния и введено обозначение $\sigma(\chi)$, которое используется в работе [26]:

$$\sigma(\chi) = \frac{8\pi Z^2 e^4}{(pv)^2} \frac{1}{(\chi^2 + \chi_a^2)^2}.$$

Здесь p — импульс электрона и $\chi_a = \hbar/pR$, где R — радиус Томаса–Ферми экранировки потенциала атома.

Общее решение уравнения (4.1), удовлетворяющее условию $f(\vartheta, 0) = \delta(\vartheta)$, где $\delta(\vartheta)$ — двумерная дельта-функция, имеет вид

$$f(\vartheta, t) = (2\pi)^{-2} \int d^2\eta \exp \left\{ i\vartheta\eta - nt \int d\sigma(\chi)(1 - e^{i\chi\eta}) \right\}. \quad (4.2)$$

Эта формула для $f(\vartheta, t)$ описывает как однократное, так и многократное рассеяние частицы в среде. При $t \rightarrow 0$, т. е. когда мы имеем дело только с однократным рассеянием частицы в среде, в (4.2) можно выполнить разложение по t . В первом приближении такого разложения находим, что для $\vartheta \neq 0$

$$f(\vartheta) = nt d\sigma(\vartheta). \quad (4.3)$$

Подставляя эту функцию распределения в (3.5), получим после интегрирования по углам рассеяния спектр излучения, совпадающий в пренебрежении эффектом отдачи при излучении с соответствующим результатом Бете и Гайтлера (2.8). При этом радиус экранировки кулоновского потенциала R должен быть положен равным $R = 0.81 R_B Z^{-1/3}$ [1, 35], где $R_B = \hbar^2/m_e^2$ — боровский радиус.

Разложение по t в (4.2) справедливо, если толщина мишени мала по сравнению с длиной свободного пробега частицы в веществе $t_0 \sim 1/n\sigma_t$, где σ_t — полное сечение рассеяния электрона атомом (для экранированного кулоновского потенциала $\sigma_t = 4\pi R^2(Ze^2/\hbar v)^2$).

При выполнении условия $t \gg t_0$ существенным становится эффект многократного рассеяния частицы на различных атомах среды. Функция распределения частиц по углам в этом случае может быть преобразована к виду [26]

$$f(\vartheta) = \frac{1}{2\pi B \chi_c^2} \int_0^\infty \eta d\eta J_0 \left(\eta \frac{\vartheta}{\chi_c \sqrt{B}} \right) \exp \left(\frac{\eta^2}{4B} \ln \frac{\eta^2}{4} - \frac{\eta^2}{4} \right), \quad (4.4)$$

где $\chi_c^2 = 4\pi n t Z^2 e^4 / (p v)^2$, а B определяется из соотношения

$$B - \ln B = \ln(\chi_c^2/\chi_a^2) + 1 - 2C. \quad (4.5)$$

Здесь $C = 0.577$ — постоянная Эйлера. Так как при $t \gg t_0$ справедливо неравенство $\chi_c \gg \chi_a$, то величина B велика по сравнению с единицей. Сохранив первые два члена разложения экспоненты в (4.4) по B^{-1} , запишем функцию распределения в виде

$$f(\vartheta) = \frac{1}{2\pi \overline{\vartheta^2}} \left\{ 2e^{-\vartheta^2/\overline{\vartheta^2}} + \frac{1}{B} f^{(1)} \left(\vartheta/\sqrt{\overline{\vartheta^2}} \right) \right\}, \quad (4.6)$$

где $\overline{\vartheta^2} = \chi_c^2 B$ — среднее значение квадрата угла многократного рассеяния частицы в веществе и

$$f^{(1)} \left(\vartheta/\sqrt{\overline{\vartheta^2}} \right) = \int_0^\infty \eta d\eta J_0 \left(\eta \frac{\vartheta}{\sqrt{\overline{\vartheta^2}}} \right) \frac{\eta^2}{4} \ln \left(\frac{\eta^2}{4} \right) e^{-\eta^2/4}. \quad (4.7)$$

Первое слагаемое в (4.6) представляет собой гауссово распределение частиц по углам, связанное с эффектом многократного рассеяния. Второе слагаемое представляет собой первую поправку к гауссову распределению при $\vartheta^2 \leq \overline{\vartheta^2}$. В области же углов $\vartheta^2 \gg \overline{\vartheta^2}$ это слагаемое является основным и определяет вероятность однократного рассеяния. В этой области углов

$$f(\vartheta) \approx \frac{4ntZ^2e^4}{(pv)^2\vartheta^4}, \quad \vartheta^2 \gg \overline{\vartheta^2}. \quad (4.8)$$

Подставляя функцию распределения (4.6) в (3.5), получим спектр излучения с учетом влияния многократного рассеяния на излучение:

$$\left\langle \frac{d\varepsilon}{d\omega} \right\rangle = \frac{2e^2}{\pi} \left[F_0(a) + \frac{F_1(a)}{B} - 1 \right], \quad (4.9)$$

где

$$a^2 = \gamma^2 \overline{\vartheta^2}, \quad F_0(a) = \frac{8}{a^2} \int_0^\infty d\xi \frac{2\xi^2 + 1}{\sqrt{\xi^2 + 1}} \ln(\xi + \sqrt{\xi^2 + 1}) e^{-4\xi^2/a^2},$$

$$F_1(a) = \frac{4}{a^2} \int_0^\infty d\xi \frac{2\xi^2 + 1}{\sqrt{\xi^2 + 1}} \ln(\xi + \sqrt{\xi^2 + 1}) f^{(1)}(2\xi/a).$$

Рассмотрим вначале два предельных случая формулы (4.9), соответствующие условиям $a^2 \ll 1$ и $a^2 \gg 1$. При $a^2 \ll 1$ введем такое значение ξ_0 , что $a \ll \xi_0 \ll 1$. Тогда в области $\xi < \xi_0$ воспользуемся асимптотой (3.4) для спектра излучения, а в области $\xi > \xi_0$ асимптотой (4.8) для функции распределения. При этом

$$F_0(a) \approx 1 + \frac{a^2}{3} + O(\xi_0^4),$$

$$F_1(a) \approx \frac{1}{3} a^2 \left[2(C - 1) - \ln a^2 + \frac{13}{6} + O(\xi_0^2) \right]. \quad (4.10)$$

Подставляя (4.10) в (4.9) и используя соотношение (4.5), приходим к результату, совпадающему с формулой Бете и Гайтлера (2.8). Таким образом, как при $t \ll t_0$, когда многократным рассеянием можно пренебречь, так и при $t \gg t_0$, но при $\gamma^2 \overline{\vartheta^2} \ll 1$, спектр излучения электронов в тонком слое вещества определяется формулой Бете и Гайтлера.

Рассмотрим теперь случай $a^2 \gg 1$. Выполнив в выражении для $F_0(a)$ замену переменной $y = \xi + \sqrt{\xi^2 + 1}$, получим

$$F_0(a) = \frac{4}{a^2} \int_1^\infty \frac{dy}{y^3} (y^4 + 1) \ln y \exp \left[- \left(\frac{y^2 - 1}{ay} \right)^2 \right]. \quad (4.11)$$

При $a^2 \gg 1$ легко получить первые члены разложения этого интеграла по степеням a^{-2} :

$$F_0(a) \approx (\ln a^2 - C + a^{-2} + \dots) \left(1 + \frac{2}{a^2} \right) + \frac{1}{a^2} + O(a^{-4}). \quad (4.12)$$

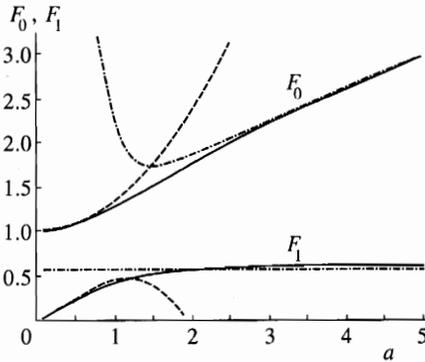


Рис. 1. Графики функций $F_0(a)$ и $F_1(a)$, полученные путем численного интегрирования выражений (4.9) (сплошные линии), рассчитанные по асимптотическим формулам (4.10) (штриховые линии) и по асимптотическим формулам (4.12) и (4.13) (штрих-пунктирные линии)

Аналогично можно получить и первый член разложения функции $F_1(a)$:

$$F_1(a) \approx C + O(a^{-2}). \quad (4.13)$$

Мы сохранили здесь только первый член разложения F_1 по a^{-2} , так как величина $F_1(a)$ входит в спектр излучения (4.9) с малым множителем B^{-1} . При выводе последней формулы мы воспользовались результатом интегрирования соотношения (4.7), который можно представить в виде [26]

$$f^{(1)}(\vartheta) = 2e^{-x}(x-1) \left[C + \int_0^x dt \frac{e^t - 1}{t} \right] - 2(1 - 2e^{-x}), \quad x = \gamma^2 \vartheta^2 / a^2.$$

В результате приходим к следующему выражению для спектра излучения при $a^2 \gg 1$:

$$\left\langle \frac{d\varepsilon}{d\omega} \right\rangle = \frac{2e^2}{\pi} \left\{ (\ln a^2 - C) \left(1 + \frac{2}{a^2} \right) + \frac{2}{a^2} + \frac{C}{B} - 1 \right\}. \quad (4.14)$$

Эта формула показывает, что при $a^2 \gg 1$, т. е. при $\gamma^2 \vartheta^2 \gg 1$, спектральная плотность излучения электронов в тонком слое вещества существенно отличается от соответствующего результата Бете и Гайтлера.

В общем случае при произвольных значениях a функции $F_0(a)$ и $F_1(a)$ могут быть найдены путем численного интегрирования определяющих их соотношений. Результаты таких вычислений и их взаимосвязь с асимптотическими формулами (4.10) и (4.12) представлены на рис. 1.

5. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА [19]

В эксперименте [19] наблюдалось уменьшение спектральной плотности излучения электронов с энергией $E = 25$ ГэВ в мишени из золота толщиной $L = 0.7\% L_R$ в области малых частот ($\omega \leq 20$ МэВ) по сравнению с соответствующим результатом Бете и Гайтлера. В этой области частот длина когерентности l_c велика по сравнению с L , т. е.

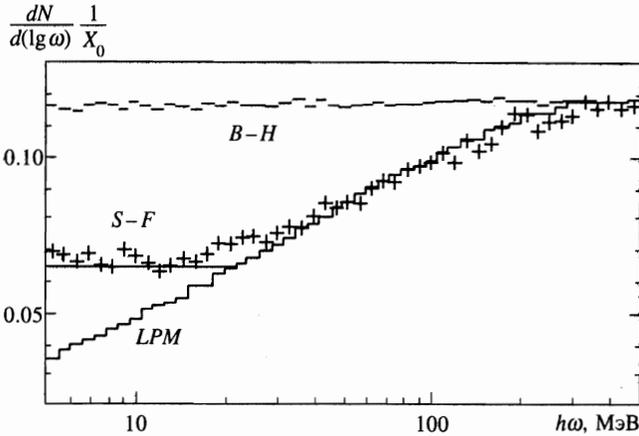


Рис. 2. Спектральная плотность излучения электронов с энергией 25 ГэВ в мишени из золота толщиной 0.7% радиационной длины. Крестики — данные эксперимента [19]; гистограммы *LPM* и *B-H* — результаты монте-карло-расчетов по теории Ландау-Померанчука-Мигдала и по теории Бете-Гайтлера, приведенные в работе [19]; сплошная линия *S-F* — результат наших расчетов по формуле (3.5) с функцией распределения (4.4)

выполняются условия изложенной выше теории. Применительно к данному эксперименту входящие в (4.9) величины a^2 и B составляют $a^2 \approx 7.61$, $B \approx 8.46$. При этом, согласно (4.14), с учетом членов порядка a^{-2} и B^{-1} имеем

$$\left\langle \frac{d\varepsilon}{d\omega} \right\rangle \approx 0.00538. \tag{5.1}$$

Это асимптотическое значение спектра излучения с точностью до нескольких процентов совпадает с результатом точного расчета по формулам (3.5) и (4.4). Обратим внимание на то, что хорошее совпадение асимптотической формулы (4.14) с точными вычислениями достигается, если в (4.14) учитываются несколько членов разложения, включая слагаемые порядка a^{-2} и B^{-1} . Если в (4.14) сохранить только логарифмический член, то мы придем к завышенному в 1.4 раза результату для спектра излучения. Если сохранить первую поправку (отбросить члены порядка a^{-2} и B^{-1}), то мы придем к заниженному (в 2 раза) результату для спектра излучения. Следовательно, условия эксперимента [19] соответствуют промежуточному случаю, когда формула Бете и Гайтлера (2.8) уже перестает быть справедливой, но асимптотическая формула (3.6), в которой учитывается только логарифмический член, еще недостаточна для описания процесса излучения.

Сравнивая найденное значение для спектральной плотности излучения (5.1) с соответствующим результатом Бете и Гайтлера $\langle d\varepsilon/d\omega \rangle_{BH} \approx 0.0093$, получаем

$$\left\langle \frac{d\varepsilon}{d\omega} \right\rangle \approx 0.578 \left(\frac{d\varepsilon}{d\omega} \right)_{BH}, \tag{5.2}$$

что находится в хорошем согласии с результатом эксперимента (см. рис. 2).

Таким образом, в эксперименте [19] наряду с подтверждением эффекта Ландау-Померанчука-Мигдала дано подтверждение эффекта подавления тормозного излучения электронов в тонком слое вещества, предсказанного в работе [31].

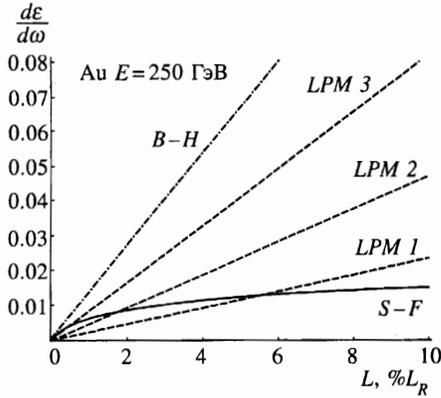


Рис. 3. Зависимость спектральной плотности излучения от толщины мишени. Штрих-пунктирная линия $B-H$ — результат расчетов по теории Бете-Гайтлера (формула (2.8)). Штриховые линии LPM — по теории Мигдала ЛПМ-эффекта (формула (2.5)) для различных значений энергии излучаемых гамма-квантов: $\omega = 0.2$ (1), 1 (2), 5 (3) ГэВ. Сплошная линия $S-F$ — результат наших расчетов по формуле (3.5) с функцией распределения (4.4), описывающий эффект подавления тормозного излучения в тонком слое вещества

С ростом энергии электронов быстро увеличивается область частот и толщин мишеней, в которых справедлива изложенная теория. На рис. 3 представлена зависимость среднего значения спектральной плотности излучения электронов с энергией $E = 250$ ГэВ от толщины мишени. На этом же рисунке представлены результаты вычисления спектра излучения для различных частот по формуле Мигдала (2.5).

Полученные результаты показывают, что с уменьшением толщины мишени все LPM -прямые, соответствующие различным частотам, должны переходить в результат вычисления спектра излучения по формуле (4.9), который от ω не зависит. От ω зависит только область применимости последнего результата, при этом в широкой области толщин

$$\left\langle \frac{d\varepsilon}{d\omega} \right\rangle < \left(\frac{d\varepsilon}{d\omega} \right)_{BH}$$

При дальнейшем уменьшении толщины L уменьшится и среднее значение квадрата угла многократного рассеяния ϑ^2 . Начиная с толщины $L \sim 10^{-3}L_R$ спектр излучения электронов в тонком слое вещества переходит в соответствующий результат Бете и Гайтлера.

Обратим внимание на то, что при $l_c \gg L$ вся мишень выступает как единый объект, при взаимодействии с которым происходит излучение. Это означает, что существенна интерференция электромагнитных волн, излучаемых электроном с различных участков его пути в мишени. При этом мишень нельзя разбить на несколько слоев, излучение на которых является независимым. Если бы мы разбили мишень толщиной L на слои $\Delta L \sim 10^{-3}L_R$ и разнесли эти слои вдоль направления движения электрона на расстояния, превышающие длину когерентности l_c , то излучения в каждом слое можно было бы рассматривать как независимые и их суммарная спектральная плотность на всех этих слоях была бы равной соответствующему результату Бете и Гайтлера (см. также [24]).

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований Украины (проект «ЛПМ-эффект»).

Литература

1. М. Л. Тер-Микаелян, *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях*, Изд. АН Армянской ССР, Ереван (1969) [M. L. Ter-Mikaelian, *High Energy Electromagnetic Processes in Condensed Matter*, John Wiley and Sons, NY (1972)].
2. А. И. Ахиезер, Н. Ф. Шульга, *Электродинамика высоких энергий в веществе*, Наука, Москва (1993) [A. I. Akhiezer, N. F. Shulga, *High Energy Electrodynamics in Matter*, Gordon & Breach Publ., London (1996)].
3. Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук, Доклады АН СССР **92**, 535, 735 (1953).
4. H. Bethe and W. Heitler, Proc. Roy. Soc. A **146**, 83 (1934).
5. W. Heitler, *The quantum theory of radiation*, Oxford University Press, Oxford (1944).
6. А. Б. Мигдал, Доклады АН СССР **96**, 49 (1954).
7. М. Л. Тер-Микаелян, Доклады АН СССР **94**, 1033 (1954).
8. А. В. Migdal, Phys. Rev. **103**, 1811 (1956).
9. В. М. Галицкий, В. В. Якимец, ЖЭТФ **46**, 1066 (1964).
10. V. M. Galitsky and I. I. Gurevich, Nuovo. Cim. **32**, 396 (1964).
11. В. Е. Пафомов, ЖЭТФ **49**, 1222 (1965).
12. Ф. Ф. Терновский, ЖЭТФ **39**, 171 (1960).
13. J. S. Bell, Nucl. Phys. **8**, 613 (1958).
14. Е. Л. Фейнберг, УФН **58**, 193 (1956).
15. М. И. Рязанов, УФН **114**, 393 (1974).
16. В. А. Базылев, Н. К. Жеваго, *Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях*, Наука, Москва (1987).
17. Н. В. Ласкин, А. С. Мазманишвили, Н. Ф. Шульга, ДАН СССР **277**, 850 (1984); ЖЭТФ **88**, 763 (1985); А. И. Ахиезер, Н. Ф. Шульга, УФН **151**, 385 (1987).
18. CERN Courier **34**, 12 (1994).
19. P. L. Antony, R. Becker-Szendy, P. E. Bosted et al., Phys. Rev. Lett. **75**, 1949 (1995).
20. R. Blankenbecler and S. D. Drell, Phys. Rev. D **53**, 6265 (1996).
21. R. Baier, Yu. L. Dokshitzer, A. H. Mueller, S. Peigne, and D. Schiff, Nucl. Phys. B **483**, 291 (1997).
22. А. Варфаломеев, В. И. Глебов, Е. И. Денисов, А. М. Фролов, А. С. Хлебников, ЖЭТФ **69**, 429 (1975).
23. T. Stanev, Ch. Vankov, R. E. Streitmatter, R. W. Ellsworth, and Th. Bowen, Phys. Rev. D **25**, 1291 (1982).
24. R. Blankenbecler, Phys. Rev. D **55**, 190 (1997).
25. G. Moliere, Z. Naturforsch. **3a**, 78 (1948).
26. H. Bethe, Phys. Rev. **89**, 1256 (1953).
27. Н. Ф. Шульга, С. П. Фомин, Письма в ЖЭТФ **63**, 873 (1996).
28. В. Г. Zakharov, Письма в ЖЭТФ **63**, 906 (1996); **64**, 737 (1996).
29. X.-N. Wang, M. Gyulassy, and M. Plumer, Phys. Rev. D **51**, 3436 (1995).
30. M. Gyulassy and X.-N. Wang, Nucl. Phys. B **420**, 583 (1994).
31. Н. Ф. Шульга, С. П. Фомин, Письма в ЖЭТФ **27**, 126 (1978).
32. S. P. Fomin and N. F. Shulga, Phys. Lett. A **114**, 148 (1986).
33. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1980).
34. Particle Data Group, R. M. Barnett et al., Phys. Rev. D **54**, 1 (1996).
35. L. Schiff, Phys. Rev. **83**, 252 (1951).