

ЭВОЛЮЦИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ В ИЗОТРОПНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Н. И. Петров

*Всероссийский электротехнический институт
143500, Истра, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 5 марта 1997 г.

Исследованы эффекты деполаризации и вращения плоскости поляризации при распространении излучения в двумерной среде с градиентным профилем показателя преломления на основе квантовомеханического метода когерентных состояний. Показано, что степень поляризации как линейно, так и циркулярно поляризованного излучения уменьшается с расстоянием вследствие взаимодействия между поляризацией (спином) и траекторией пучка (орбитальным моментом). Подчеркивается волновая природа деполаризации. Деполаризация уменьшается с уменьшением длины волны излучения. Найдены осцилляции степени поляризации чисто дифракционного происхождения при распространении света в одномодовом оптическом волокне. Показано, что вращение плоскости поляризации имеет неравномерный характер и зависит от осевого смещения и угла наклона пучка к оси волновода. Найдены флуктуации фазы Берри, имеющие волновую природу, при распространении излучения в неоднородной среде. Показано, что дисперсия угла поворота плоскости поляризации растет с расстоянием и может быть определена из измерений степени поляризации излучения.

1. ВВЕДЕНИЕ

Поляризационные свойства полей необходимо учитывать во многих задачах распространения волн в неоднородных средах. Известно, что в однородной и изотропной среде без дисперсии поляризация излучения не изменяется в процессе распространения. При распространении же излучения в неоднородной среде происходят существенные изменения состояния и степени поляризации. Деполаризация излучения в случайно-неоднородных средах исследовалась в работах [1, 2]. Было показано, что имеют место два механизма деполаризации: геометрический и дифракционный, обусловленные рытовским поворотом [3] плоскости поляризации и дифракцией, соответственно. В [4] исследованы поляризационные эффекты при распространении электромагнитных волн в двумерных случайных средах на основе обобщенных матриц преобразования для описания многократного рассеяния на неоднородностях. В волоконных световодах изменение входной поляризации, как правило, обуславливается двулучепреломлением среды [5–8]. Однако деполаризация имеет место и в световодах без двулучепреломления. В частности, в [9] было показано, что степень линейной поляризации излучения в изотропном световоде с параболическим профилем показателя преломления уменьшается с расстоянием. В [10] было показано, что степень линейной поляризации в многомодовом световоде с параболическим профилем показателя преломления уменьшается с расстоянием по квадратичному закону вследствие рытовского вращения вектора поляризации, а степень циркулярной поляризации сохраняется. Однако в экспериментах [11] сохранение степени поляризации в изотропном оптическом волокне не наблюдалось.

Известно, что в неоднородной среде вектор поляризации поворачивается в процессе распространения луча света по траектории с кручением [3]. Такой поворот был обнаружен экспериментально в одномодовом волокне, скрученном на цилиндр [12], и интерпретирован в терминах геометрической фазы Берри [13]. В [14] поворот плоскости поляризации был обнаружен также в прямолинейном многомодовом волокне со ступенчатым профилем показателя преломления.

В настоящей работе исследуется эволюция поляризации в многомодовом изотропном градиентном волноводе. Показано, что деполяризация излучения в изотропной градиентной среде происходит вследствие дифракционных эффектов, причем этот механизм проявляется для излучений как с линейной, так и с циркулярной поляризацией. Рассмотрено вращение вектора поляризации при распространении в двумерной среде. Показано, что поворот плоскости поляризации зависит от осевого смещения и угла наклона падающего пучка к оси волновода.

Для исследования эволюции параметров пучка излучения будем использовать квантовомеханические методы когерентных состояний, позволяющие вычислять средние величины с помощью операторного подхода. Вся динамика системы переносится при этом на операторы. Это позволяет исследовать эволюцию параметров пучка с помощью чисто алгебраических процедур, т. е. без использования явных выражений для волновых функций и без вычисления соответствующих интегралов. Выбор квантовомеханического формализма в теории волноводов состоит в следующем. Как было показано в [15], уравнения Максвелла для скалярных волновых пучков в параксиальном приближении могут быть сведены с большой точностью к уравнению параболического типа. Это приближение позволяет применить хорошо развитые квантовомеханические методы для исследования распространения волн в неоднородных средах, поскольку параболическое уравнение формально совпадает с уравнением Шредингера в квантовой механике для частицы, движущейся в нестационарной потенциальной яме. Необходимо только переопределить параметры в уравнении Шредингера. Роль времени будет играть продольная координата, а постоянной Планка — длина волны излучения в вакууме. Потенциал определяется некоторой функцией показателя преломления среды. Близкая связь между волновой механикой частиц и оптикой световых пучков детально обсуждалась во многих работах (см., например, [16–18]). В [19, 20] методы, развитые недавно для решения нестационарных квантовомеханических задач [21], такие как метод когерентных состояний и формализм матрицы плотности, были использованы для рассмотрения распространения когерентного и частично когерентного света в слабонеоднородных средах без учета поляризационных эффектов. В [22] рассмотрены поляризационные эффекты при распространении света в многомодовом оптическом волокне с градиентным профилем показателя преломления с использованием метода когерентных состояний. Найден эффект деполяризации полностью поляризованного начального излучения в изотропной неоднородной среде дифракционного происхождения.

Отметим, что рассмотренные в работе эффекты могут быть в принципе получены в рамках классического подхода, поскольку рассматриваемые уравнения классические и не содержат постоянной Планка. Однако полученные результаты могут быть полезны также при рассмотрении квантовых систем, которые описываются похожими гамильтонианами.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Уравнение, описывающее распространение излучения в неоднородной среде, может быть получено из уравнения Максвелла для электрического поля $\mathbf{E} \exp(-i\mathbf{v}t)$:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{E}) = k^2 \varepsilon \mathbf{E} \quad (1)$$

или

$$\Delta \mathbf{E} + k^2 n^2 \mathbf{E} + \nabla(\mathbf{E} \nabla \ln n^2) = 0, \quad (2)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновой вектор, $\varepsilon = n^2$ — диэлектрическая проницаемость среды.

Ниже предполагается, что нелинейные эффекты и поглощение в среде отсутствуют.

Как видно из (2), член, отвечающий за поляризацию, мал. Однако на относительно больших расстояниях малые поправки могут дать заметные накапливающиеся эффекты.

Рассмотрим двумерный волновод с параболическим профилем показателя преломления

$$n^2(x, y) = n_0^2 - \omega^2(x^2 + y^2), \quad (3)$$

где ω — градиентный параметр, n_0 — показатель преломления на оси волновода, x и y — поперечные координаты волновода.

В качестве функций, задающих пространственное распределение поля в начальной плоскости, рассмотрим когерентные состояния — гауссовы волновые пакеты, являющиеся собственными функциями операторов уничтожения \hat{a}_1 и \hat{a}_2 [23]:

$$\hat{a}_{1,2} |\alpha_1 \alpha_2\rangle = \alpha_{1,2} |\alpha_1 \alpha_2\rangle, \quad (4)$$

$$\hat{a}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{k\omega} \hat{x} + i\sqrt{\frac{k}{\omega}} \hat{p}_x \right), \quad \hat{a}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{k\omega} \hat{y} + i\sqrt{\frac{k}{\omega}} \hat{p}_y \right),$$

$$\hat{p}_x = -\frac{i}{k} \frac{\partial}{\partial x}, \quad \hat{p}_y = -\frac{i}{k} \frac{\partial}{\partial y}.$$

Термин «когерентные состояния» был введен впервые Глаубером [24] в 1963 г. при исследовании состояний осцилляторов электромагнитного поля и его статистических свойств. Существенно, что эти состояния аналогичны гауссовым волновым пакетам в координатном представлении, которые были построены и изучены Шредингером [25] для установления связи между классическими и квантовыми подходами.

Когерентные состояния $|\alpha_1 \alpha_2\rangle$ определяют пространственное распределение электрического поля и имеют вид

$$|\alpha_1 \alpha_2\rangle = \sqrt{\frac{k\omega}{\pi}} \exp \left\{ -\frac{k\omega}{2}(x^2 + y^2) + \sqrt{2k\omega}(\alpha_1 x + \alpha_2 y) - \frac{1}{2}(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + |\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2) \right\}. \quad (5)$$

Собственные значения

$$\alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{k\omega} x_0 + i\sqrt{\frac{k}{\omega}} p_{x0} \right), \quad \alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{k\omega} y_0 + i\sqrt{\frac{k}{\omega}} p_{y0} \right)$$

определяют начальные координаты x_0 и y_0 (осевое смещение) и углы p_{x0} и p_{y0} между траекторией луча и осью волновода.

Выражение (5) для осевого пучка ($\alpha_{1,2} = 0$) имеет форму

$$|00\rangle = \sqrt{\frac{k\omega}{\pi}} \exp\left(-\frac{k\omega}{2}x^2 - \frac{k\omega}{2}y^2\right).$$

Обычно такую форму имеет основная мода лазерных источников излучения. Такой пучок соответствует также основной моде волновода или моде одномодового волновода. Выражения с $\alpha_{1,2} \neq 0$ описывают лучи с ненулевым осевым смещением или наклоном к оси волновода. Например, выражение для луча с осевым смещением x_0 имеет форму

$$|\alpha_1 0\rangle = \sqrt{\frac{k\omega}{\pi}} \exp\left(-\frac{k\omega}{2}(x-x_0)^2 - \frac{k\omega}{2}y^2\right).$$

Когерентные состояния (5) являются локализованными волновыми пакетами, которые имеют минимальную ширину и угловую дифракционную расходимость при распространении в среде с квадратичным профилем показателя преломления. Центр тяжести таких волновых пакетов движется вдоль траектории геометрического луча, т.е. в соответствии с лучевой оптикой. Кроме того, когерентные состояния (5) образуют полную систему функций и являются производящими функциями для мод волновода. Это свойство может быть использовано при разложении произвольного поля $|f\rangle$ по когерентным состояниям:

$$|f\rangle = \pi^{-1} \iint |\alpha\rangle \langle \alpha | f \rangle d^2\alpha. \quad (6)$$

В слабонеоднородной среде ($\delta n/n \ll 1$ на расстояниях порядка λ) уравнения Максвелла в парааксиальном приближении могут быть сведены к эквивалентному уравнению Шредингера. Подробный вывод этого уравнения в случае скалярного волнового поля представлен в [17]. Аналогичный подход может быть использован для получения параболического уравнения для двухкомпонентной векторной волновой функции [22]. В парааксиальном приближении излучение распространяется под малыми углами к оси z , и поэтому выполняются следующие условия:

$$\partial^2 E / \partial z^2 \ll k \partial E / \partial z \approx \partial^2 E / \partial x^2 \approx \partial^2 E / \partial y^2.$$

Пренебрегая членом $\partial^2 E / \partial z^2$ в уравнении (2), мы получаем следующее уравнение для двухкомпонентной волновой функции:

$$\frac{i}{k} \frac{\partial \psi}{\partial z} = \hat{H} \psi, \quad (7)$$

где

$$\psi = \sqrt{n_0} \exp(-ikn_0z) \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}, \quad \hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1,$$

$$\hat{H}_0 = \left[-\frac{1}{2k^2 n_0} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{2n_0} (n_0^2 - n^2) \right] \hat{I}$$

— гамильтониан, соответствующий первым двум членам в уравнении (2) и

$$\hat{H}_1 = -\frac{1}{2k^2n_0} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{n^2} \frac{\partial n^2}{\partial x} \right) & \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{n^2} \frac{\partial n^2}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{n^2} \frac{\partial n^2}{\partial x} \right) & \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{n^2} \frac{\partial n^2}{\partial y} \right) \end{pmatrix}$$

— гамильтониан, соответствующий третьему члену в уравнении (2).

Гамильтониан \hat{H} можно выразить через операторы уничтожения \hat{a} и рождения \hat{a}^+ , используя соотношения

$$\hat{x} = \frac{1}{\sqrt{2k\omega}} (\hat{a}_1 + \hat{a}_1^+), \quad \hat{y} = \frac{1}{\sqrt{2k\omega}} (\hat{a}_2 + \hat{a}_2^+),$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{k\omega}{2} \right)^{1/2} (\hat{a}_1 - \hat{a}_1^+), \quad \frac{\partial}{\partial y} = \left(\frac{k\omega}{2} \right)^{1/2} (\hat{a}_2 - \hat{a}_2^+).$$

Таким образом, мы имеем

$$\hat{H}_0 = \frac{\omega}{kn_0} (\hat{a}_1^+ \hat{a}_1 + \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 + 1) \hat{I},$$

$$\hat{H}_1 = \eta (\hat{A} \hat{\sigma}_z + \hat{B} \hat{\sigma}_x + k \hat{M}_z \hat{\sigma}_y + \hat{C} \hat{I} + \hat{I}).$$

Здесь

$$\eta = \frac{\omega^2}{2k^2n_0^3}, \quad \hat{A} = \frac{1}{2} (\hat{a}_1^2 - \hat{a}_1^{+2} - \hat{a}_2^2 + \hat{a}_2^{+2}), \quad \hat{B} = \hat{a}_1 \hat{a}_2 - \hat{a}_1^+ \hat{a}_2^+,$$

$$\hat{M}_z = -\frac{i}{k} (\hat{a}_1^+ \hat{a}_2 - \hat{a}_1 \hat{a}_2^+), \quad \hat{C} = \frac{1}{2} (\hat{a}_1^2 - \hat{a}_1^{+2} + \hat{a}_2^2 - \hat{a}_2^{+2}), \quad \hat{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

— единичная матрица,

$$\hat{\sigma}_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\sigma}_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\sigma}_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

— матрицы Паули.

В слабонеоднородных средах величина $\eta \ll 1$. Матрицы Паули удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y = i \hat{\sigma}_z, \quad \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_z = i \hat{\sigma}_x, \quad \hat{\sigma}_z \hat{\sigma}_x = i \hat{\sigma}_y,$$

$$\hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_x = -i \hat{\sigma}_z, \quad \hat{\sigma}_z \hat{\sigma}_y = -i \hat{\sigma}_x, \quad \hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_z = -i \hat{\sigma}_y. \quad (8)$$

Отметим, что гамильтониан \hat{H} является неэрмитовым, т.е. $\hat{H}^+ \neq \hat{H}$. Решение уравнения (7) может быть выражено через оператор эволюции $\hat{U} = \exp(-ik\hat{H}z)$:

$$\Psi(x, y, z) = \hat{U} \Psi(x, y, 0).$$

Волновая функция $\psi(x, y, 0)$ описывает как зависимость от пространственных координат, так и состояние поляризации, определяемое вектором Джонса в плоскости $z = 0$. Так, волновые функции, описывающие линейно поляризованное состояние, имеют вид

$$|e_x\rangle = |\alpha_1\alpha_2\rangle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |e_y\rangle = |\alpha_1\alpha_2\rangle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Волновые функции право- и лево-циркулярно поляризованных состояний имеют, соответственно, вид

$$|+1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\alpha_1\alpha_2\rangle \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad |-1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\alpha_1\alpha_2\rangle \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (10)$$

или

$$|+1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e_x\rangle + i|e_y\rangle), \quad |-1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e_x\rangle - i|e_y\rangle). \quad (11)$$

Поляризованное излучение описывается матрицей когерентности [26]

$$J = \begin{pmatrix} \langle E_x^* E_x \rangle & \langle E_x^* E_y \rangle \\ \langle E_y^* E_x \rangle & \langle E_y^* E_y \rangle \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Здесь угловые скобки означают усреднение по статистическому ансамблю. Степень поляризации определяется выражением [26]

$$P = \left(1 - \frac{4 \det J}{\text{Sp}^2 J} \right)^{1/2}. \quad (13)$$

3. ЭВОЛЮЦИЯ МАТРИЦЫ КОГЕРЕНТНОСТИ

Поляризационные характеристики излучения определяются элементами матрицы когерентности. Поэтому представляет интерес исследование эволюции матрицы когерентности, определяемой выражением

$$\hat{J}(z) = \hat{U}^+ \hat{J}(0) \hat{U}$$

или уравнением

$$-\frac{i}{k} \frac{d\hat{J}}{dz} = \hat{H}^+ \hat{J} - \hat{J} \hat{H}, \quad (14)$$

где $J(0)$ — оператор матрицы когерентности в начальной плоскости $z = 0$.

Уравнение (14) совпадает с уравнением для корреляционной функции, описывающей эволюцию пространственной когерентности излучения [20].

3.1. Линейная поляризация

Волновые функции линейно поляризованных пучков представлены в (9). Элементы матрицы когерентности определяются следующими выражениями:

$$J_{i,j} = \langle e_i | \hat{J}(z) | e_j \rangle, \quad i, j = x, y. \quad (15)$$

Оператор матрицы когерентности в плоскости $z = 0$ определяется источником излучения. Так, для излучения, линейно поляризованного вдоль оси x , имеем [26]

$$\hat{J}(0) = I_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{I_0}{2} (1 + \hat{\sigma}_z), \quad (16)$$

где I_0 — полная интенсивность падающего пучка.

В случае линейно поляризованного вдоль оси y излучения оператор матрицы когерентности имеет вид [26]

$$\hat{J}(0) = I_0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{I_0}{2} (1 - \hat{\sigma}_z). \quad (17)$$

Для решения уравнения (14) будем использовать соотношения $[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{i,j}$ ($i, j = 1, 2$) и выражения (8), а также следующие выражения

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_z |e_x\rangle &= |e_x\rangle, & \hat{\sigma}_x |e_x\rangle &= |e_y\rangle, & \hat{\sigma}_y |e_x\rangle &= i|e_y\rangle, \\ \hat{\sigma}_z |e_y\rangle &= -|e_y\rangle, & \hat{\sigma}_x |e_y\rangle &= |e_x\rangle, & \hat{\sigma}_y |e_y\rangle &= -i|e_x\rangle \end{aligned} \quad (18)$$

при вычислении матричных элементов (15).

Решая уравнение (14) с точностью до малых членов, пропорциональных η^2 , и подставляя решения в (13), получаем следующее выражение для величины, определяющей деполяризацию:

$$\frac{4 \det J}{\text{Sp}^2 J} = \frac{\omega^2}{2k^2 n_0^5} \left[\left(k\omega x_0^2 + \frac{k}{\omega} p_{y0}^2 \right) (\omega^2 z^2 + \sin^2(\omega z) - \omega z \sin(2\omega z)) + 2 \sin^2(\omega z) \right]. \quad (19)$$

Учет членов следующего порядка малости, пропорциональных η^3 и η^4 , приводит к появлению в (19) членов более высокой степени по z , дающих заметный вклад на расстояниях, превышающих некоторое расстояние z_0 . Поэтому выражение (19) справедливо лишь до расстояний $z \leq z_0$, где расстояние z_0 определяется точностью решения уравнения (14). В нашем случае это расстояние равно

$$z_0 \approx \frac{1}{2k\eta}.$$

Уравнение (19) учитывает как меридиональные, так и сагиттальные лучи с начальными координатами в плоскости $z = 0$: $x_0 \neq 0$, $y_0 = 0$, $p_{x0} = 0$, $p_{y0} \neq 0$. Как видно из (19), деполяризация зависит от волнового числа и исчезает при $\lambda \rightarrow 0$. В случае осевого луча ($x_0 = 0$, $p_{y0} = 0$) имеют место осцилляции степени поляризации чисто дифракционного происхождения. Поскольку осевой луч соответствует основной моде волновода, в одномодовом изотропном волноводе должен наблюдаться эффект периодического самовосстановления степени поляризации. На рис. 1 представлены зависимости степени поляризации линейно поляризованного излучения от расстояния z для различных значений осевого смещения луча x_0 с учетом меридиональных лучей и сагиттальных лучей с сохраняющимся радиусом кручения ($p_{y0} = x_0\omega$). Видно, что степень поляризации излучения уменьшается с расстоянием по квадратичному закону. С увеличением осевого смещения или угла наклона луча к оси волновода уменьшаются степени поляризации усиливается. Длина деполяризации меридиональных лучей

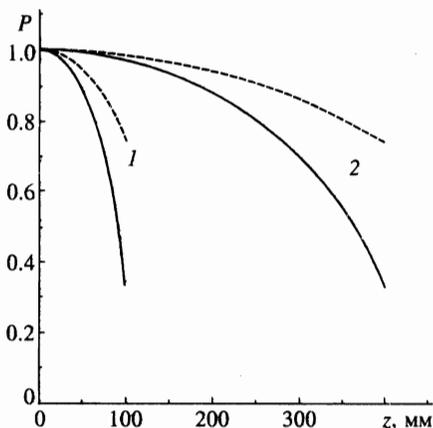


Рис. 1. Зависимости степени линейной поляризации от расстояния: кривые 1 — $x_0 = 20$ мкм; кривые 2 — $x_0 = 5$ мкм; сплошные кривые учитывают меридиональные и сагиттальные лучи, штриховые — только меридиональные лучи

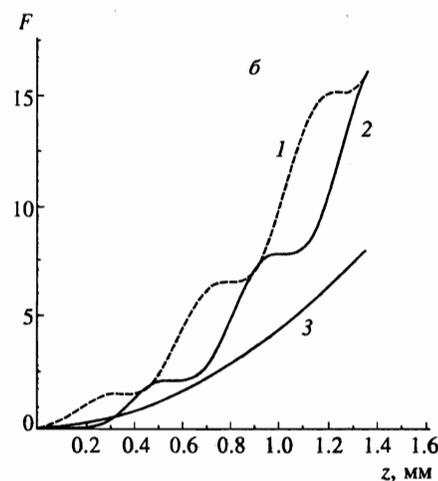
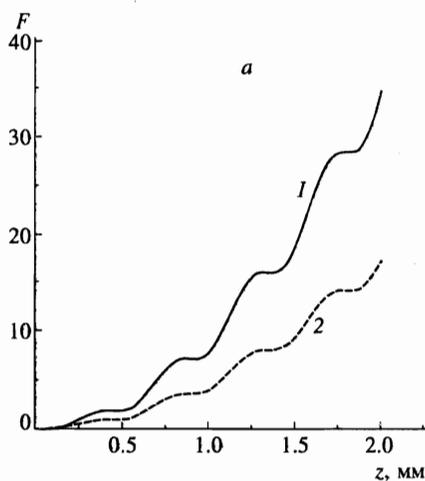


Рис. 2. *a* — Линейная поляризация. Зависимости функции $F = 10^5(4 \det J / Sp^2 J)$ от расстояния при $x_0 = 20$ мкм: сплошная кривая — меридиональные и сагиттальные лучи, штриховая — меридиональный луч. *б* — Циркулярная поляризация. Зависимости функции $F = 10^5(4 \det J / Sp^2 J)$ от расстояния при $x_0 = 20$ мкм: кривая 1 — сагиттальный луч с положительной спиральностью ($p_{y0} = x_0\omega$); кривая 2 — сагиттальный луч с отрицательной спиральностью ($p_{y0} = -x_0\omega$); кривая 3 — меридиональный луч

больше по сравнению с длиной деполяризации сагиттальных лучей в 1.4 раза. Уменьшение степени поляризации сопровождается небольшими осцилляциями. На рис. 2*a* представлены зависимости функции $F = 10^5(4 \det J / Sp^2 J)$ от расстояния z . Видно, что рост этой величины сопровождается небольшими осцилляциями.

Подставляя выражение (19) в (13), получаем

$$P_l \approx 1 - \frac{1}{4} \frac{\omega}{kn_0^5} (\omega^2 x_0^2 + p_{y0}^2) (\omega^2 z^2 + \sin^2(\omega z) - \omega z \sin(2\omega z)) - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{k^2 n_0^5} \sin^2(\omega z). \quad (20)$$

На расстояниях $z \gg \omega^{-1}$ выражение (20) принимает вид

$$P_l \approx 1 - \frac{1}{4} \frac{\omega^3}{kn_0^5} (\omega^2 x_0^2 + p_{y0}^2) z^2 - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{k^2 n_0^5} \sin^2(\omega z).$$

Таким образом, степень поляризации уменьшается с расстоянием по квадратичному закону и деполяризация исчезает при $\lambda \rightarrow 0$.

Для осевого пучка ($x_0 = 0, p_{y0} = 0$) имеют место осцилляции степени поляризации чисто дифракционного происхождения:

$$P_l \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{k^2 n_0^5} \sin^2(\omega z). \quad (21)$$

Видно, что при $\omega z = n\pi$ степень поляризации осевого пучка приобретает первоначальное значение.

3.2. Циркулярная поляризация

Волновые функции право- и лево-циркулярно поляризованного излучения имеют вид (10). Рассмотрим эволюцию право-циркулярно поляризованного излучения. Начальная матрица когерентности в этом случае имеет вид [26]

$$\hat{J}(0) = \frac{1}{2} I_0 \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix} = \frac{I_0}{2} (1 + \hat{\sigma}_y). \quad (22)$$

Вектор Джонса линейно поляризованного излучения может быть выражен через вектор Джонса циркулярно поляризованного излучения:

$$E = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \hat{F} \begin{bmatrix} E_+ \\ E_- \end{bmatrix}, \quad (23)$$

где

$$\hat{F} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -i & i \end{bmatrix}$$

— матрица преобразования.

Отсюда эволюция матрицы когерентности определяется уравнением

$$-\frac{i}{k} \frac{d\hat{J}}{dz} = \hat{H}^+ \hat{J} - \hat{J} \hat{H}, \quad (24)$$

где $\hat{H} = \hat{F}^{-1} \hat{H} \hat{F}$.

Решая это уравнение с точностью до малых членов η^2 , мы получаем следующее выражение для величины, определяющей степень поляризации:

$$\frac{4 \det J}{\text{Sp}^2 J} = \frac{\omega^2}{2k^2 n_0^5} \times \left[\left(k\omega x_0^2 + \frac{k}{\omega} p_{y0}^2 \right) (\omega^2 z^2 + \sin^2(\omega z)) \pm 4kx_0 p_{y0} \omega z \sin^2(\omega z) + 2 \sin^2(\omega z) \right]. \quad (25)$$

Здесь знаки (\pm) соответствуют право- и лево-циркулярно поляризованному излучению. Как видно, имеет место эффект асимметрии по отношению к знаку кручения траектории сагиттальных лучей (рис. 2б). Деполаризация сильнее, если знаки спиральности траектории луча и «фотонов» совпадают, и слабее, если эти знаки не совпадают. Деполаризация меридиональных лучей слабее по сравнению с деполаризацией сагиттальных лучей.

Выше мы использовали уравнения (10) и соотношения

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_y|+1\rangle &= |+1\rangle, & \hat{\sigma}_x|+1\rangle &= i|-1\rangle, & \hat{\sigma}_z|+1\rangle &= |-1\rangle, \\ \hat{\sigma}_y|-1\rangle &= -|-1\rangle, & \hat{\sigma}_x|-1\rangle &= -i|+1\rangle, & \hat{\sigma}_z|-1\rangle &= |+1\rangle. \end{aligned}$$

Подставляя (25) в (13), получаем выражение для степени поляризации

$$P_c \approx 1 - \frac{1}{4} \frac{\omega}{kn_0^5} \left[(\omega^2 x_0^2 + p_{y0}^2) (\omega^2 z^2 + \sin^2(\omega z)) \pm 4\omega x_0 p_{y0} \omega z \sin^2(\omega z) + 2 \frac{\omega}{k} \sin^2(\omega z) \right]. \quad (26)$$

На расстояниях $z \gg \omega^{-1}$ зависимость степени поляризации от расстояния имеет вид

$$P_c \approx 1 - \frac{1}{4} \frac{\omega^3}{kn_0^5} (\omega^2 x_0^2 + p_{y0}^2) z^2 - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{k^2 n_0^5} \sin^2(\omega z).$$

Здесь учтено, что для сагиттальных лучей с сохраняющимся радиусом кручения выполняется условие $p_{y0} = x_0 \omega$.

Таким образом, степень поляризации циркулярно поляризованного излучения убывает с расстоянием по квадратичному закону аналогично уменьшению степени поляризации линейно поляризованного излучения. Отметим, что аналогичный результат получается для излучения с левой циркулярной поляризацией.

Для осевого пучка ($x_0 = 0, p_{y0} = 0$) имеем

$$P_c \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{k^2 n_0^5} \sin^2(\omega z). \quad (27)$$

Видно, что степень поляризации осевого пучка (фундаментальной моды) периодически осциллирует при распространении, уменьшаясь до некоторой величины, определяемой градиентным параметром среды и длиной волны излучения, а затем возрастая до первоначального значения.

4. ЭВОЛЮЦИЯ ФАЗЫ БЕРРИ

Эволюция вектора поляризации описывается элементами матрицы когерентности. Так, поворот вектора поляризации линейно поляризованного вдоль оси x луча, распространяющегося по спиралевидной траектории, определяется выражением

$$\langle \beta \rangle = \frac{1}{2} \arctg \frac{J_{xy} + J_{yx}}{J_{xx} - J_{yy}} \approx \frac{1}{2} \arctg \left[\frac{\omega x_0 p_{y0}}{2n_0^3} (2\omega z - \sin(2\omega z)) \right]. \quad (28)$$

Выражение (28) получено с учетом членов второго порядка малости и справедливо для сагиттальных лучей с начальными координатами $x_0 \neq 0, y_0 = 0, p_{x0} = 0, p_{y0} \neq 0$.

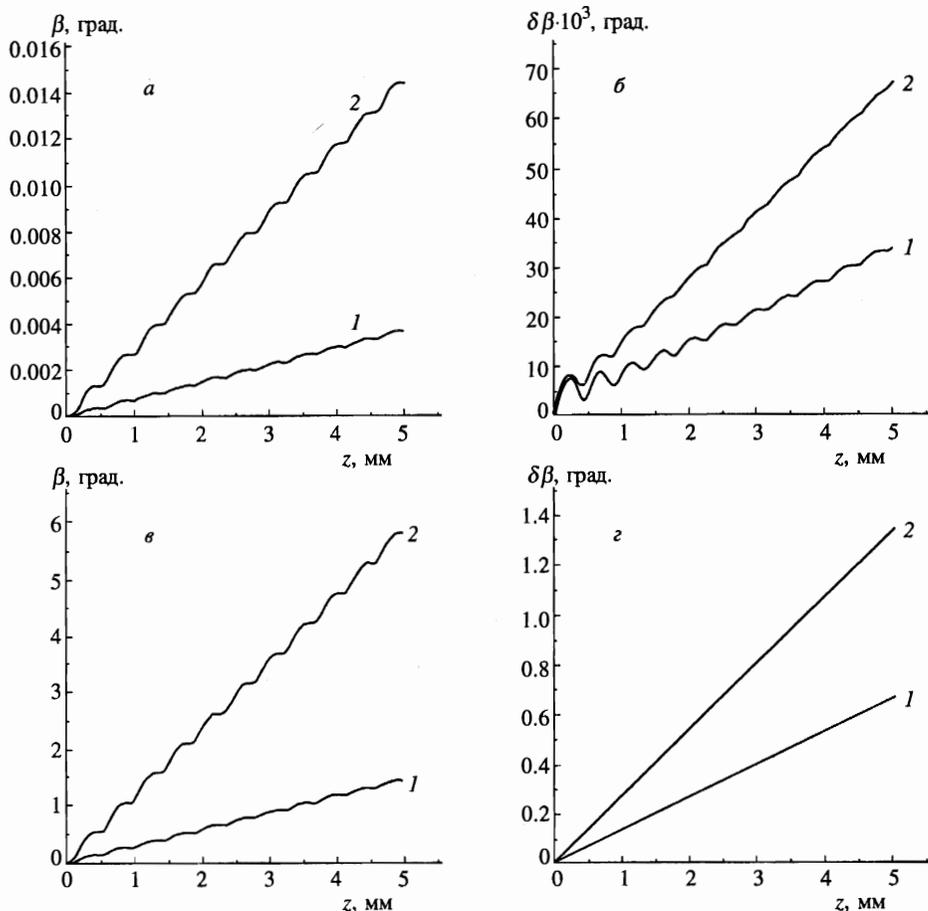


Рис. 3. Зависимости угла поворота β вектора поляризации (а, в) и дисперсии угла поворота $\delta\beta$ (б, г) от расстояния при различных значениях осевого смещения x_0 луча. а, б: 1 — $x_0 = 0.5$ мкм, 2 — $x_0 = 1.0$ мкм; в, г: 1 — $x_0 = 10$ мкм, 2 — $x_0 = 20$ мкм

На рис. 3а, в представлены зависимости угла поворота плоскости поляризации от расстояния в световоде с параметрами $\omega = 7 \cdot 10^{-3}$ мкм⁻¹ и $n_0 = 1.5$ для различных значений осевого смещения пучка. Видно, что угол поворота растет с расстоянием, причем на линейный рост накладываются синусоидальные осцилляции. Заметим, что угол поворота растет линейно с расстоянием лишь при небольших значениях осевого смещения луча. Тогда выражение (28) имеет вид

$$\langle \beta \rangle \approx \frac{\omega x_0 p_{y0}}{4n_0^3} (2\omega z - \sin(2\omega z)). \tag{29}$$

На расстояниях $z \gg \omega^{-1}$ выражение (29) принимает вид

$$\langle \beta \rangle \approx \frac{\omega x_0 p_{y0}}{2n_0^3} \omega z,$$

что совпадает с выражением, полученным в [27]. При $x_0 \geq \sqrt{2/k\omega}$ (величина $\sqrt{2/k\omega}$

задает ширину основной моды волновода) рост угла поворота с расстоянием замедляется. Однако при больших значениях осевого смещения необходимо учитывать также эффекты, обусловленные непараксиальностью распространения лучей.

Скорость вращения вектора поляризации определяется выражением

$$\nu = \frac{d\langle\beta\rangle}{dz} \approx \frac{\omega^2 x_0 p_{y0}}{2n_0^3} (1 - \cos(2\omega z)). \quad (30)$$

Таким образом, вращение вектора поляризации имеет неравномерный характер. В точках, где вектор поляризации параллелен главной нормали, скорость вращения равна нулю.

Отметим, что рытовское вращение (или фаза Берри) [13] имеет чисто геометрическое происхождение и не зависит от длины волны излучения. Однако дисперсия фазы Берри имеет волновую природу и исчезает при $\lambda \rightarrow 0$. Так, дисперсия фазы Берри определяется выражением

$$(\delta\beta)^2 = \langle\beta^2\rangle - \langle\beta\rangle^2 \approx \frac{1}{2}(1 - P) \approx \frac{\omega^3}{8kn_0^5} (\omega^2 x_0^2 + p_{y0}^2) z^2 + \frac{\omega^2}{4k^2 n_0^5} \sin^2(\omega z). \quad (31)$$

Отметим, что дисперсия фазы Берри определяется степенью поляризации излучения и может быть найдена из измерений степени поляризации P : $\langle\delta\beta\rangle \approx (1/2)\sqrt{1 - P^2}$. Как отмечалось в [14], деполяризация в волоконном световоде длиной $z \approx 7.5$ см составила 10–30%, что согласуется с полученными результатами. Видно, что существуют ненулевые осцилляции дисперсии фазы Берри для осевого пучка, хотя сама фаза при этом равна нулю.

Дисперсия фазы Берри имеет волновую природу и исчезает в геометрикооптическом приближении.

На рис. 3б, г представлены зависимости дисперсии фазы Берри от расстояния при различных значениях осевого смещения пучка. Видно, что при небольших значениях осевого смещения пучка дисперсия фазы Берри растет нелинейно. Заметные значения дисперсии фазы Берри при $x_0 = 20$ мкм порядка $\langle\delta\beta\rangle \approx 1^\circ$ имеют место на расстояниях $z \approx 3.7$ мм. Это соответствует повороту плоскости поляризации на угол $\langle\beta\rangle \approx 4.4^\circ$.

Для сагиттальных лучей с сохраняющимся радиусом кручения ($p_{y0} = x_0\omega$) из (29) следует, что угол поворота плоскости поляризации растет по квадратичному закону с увеличением угла наклона падающего пучка к оси световода θ_0 ($p_{y0} = n_0 \sin \theta_0$) или осевого смещения x_0 (рис. 4а, б). Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными. Эксперименты [14] показали, что угол поворота плоскости поляризации сагиттального луча с углом наклона в воздухе $\varphi_0 \approx n_0\theta_0 = 12.5^\circ$ к оси световода ($\Delta n = 0.016$, $n_0 = 1.53$) длиной $z = 7.5$ см составляет $\beta \approx 115^\circ$. Для сагиттального луча с сохраняющимся радиусом кручения $x_0 = p_{y0}/\omega$ и $\theta_0 \approx 8.19^\circ$ в волокне с $\Delta n = 0.016$ и длиной $z = 7.5$ см из выражения (29) следует, что угол поворота плоскости поляризации равен $\beta \approx 122^\circ$ (рис. 5). Из рис. 5 видно, что теоретическая кривая достаточно хорошо описывает экспериментальные данные, несмотря на различие профилей показателя преломления рассматриваемых световодов. Отметим, что в [28] была получена кубическая зависимость угла поворота плоскости поляризации от угла между направлением распространения и осью волокна со ступенчатым профилем показателя преломления.

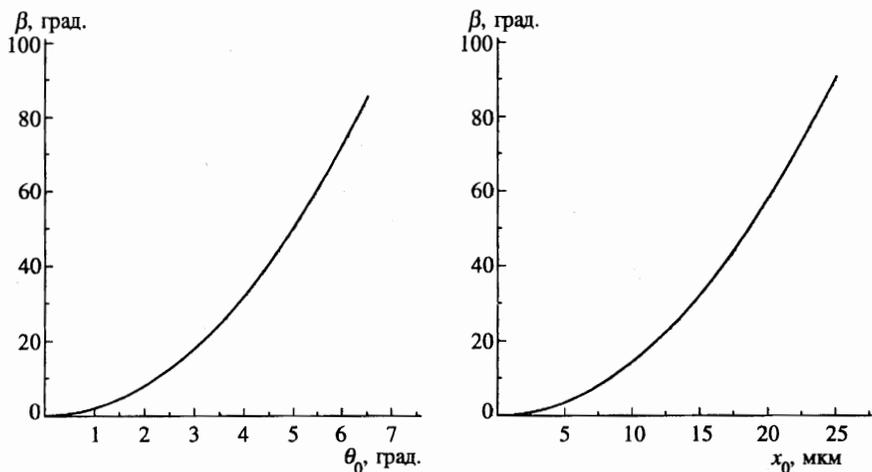


Рис. 4. Зависимости угла поворота плоскости поляризации от угла наклона θ_0 луча к оси волокна (а) и от осевого смещения x_0 (б) в градиентном оптическом волокне с параметрами $\omega = 7 \cdot 10^{-3} \text{ мкм}^{-1}$, $n_0 = 1.5$ и длиной $z = 5 \text{ см}$

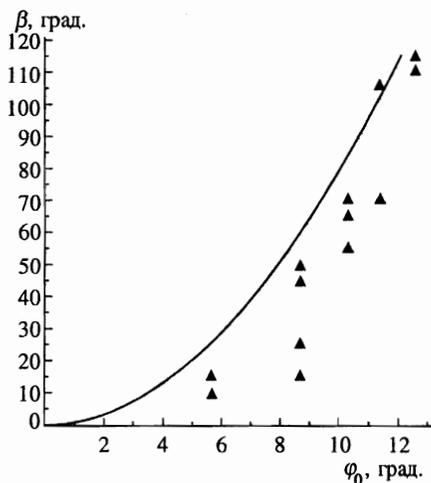


Рис. 5. Зависимость угла поворота плоскости поляризации от угла наклона падающего пучка к оси световода длиной 7.5 см в воздухе. Сплошная линия — теоретическая кривая, треугольные значки — экспериментальные значения [14]

5. ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представляет интерес определение длины деполаризации излучения в реальных волоконных световодах. Известно [6, 7, 11], что при распространении когерентного излучения в оптических волокнах происходят существенные изменения состояния и степени поляризации. Как видно из формул (20) и (26), степень поляризации зависит от градиентного параметра ω волновода, осевого смещения x_0 пучка и длины волны излучения λ . Из уравнений (20) и (26) можно определить длину деполаризации, соответствующую

50%-му уменьшению степени поляризации излучения:

$$l_d \approx \sqrt{\frac{kn_0}{\omega}} \frac{n_0^2}{\omega^2 x_0}.$$

Подставляя сюда значения для градиентного параметра $\omega = 7 \cdot 10^{-3} \text{ мкм}^{-1}$ (волоконно радиусом $r_0 = x_0 = 25 \text{ мкм}$ и относительной разностью показателя преломления $\Delta \approx 6.9 \cdot 10^{-3}$) и длины волны излучения $\lambda = 0.63 \text{ мкм}$, получаем $l_d \approx 8.3 \text{ см}$. Такая деполяризация наблюдалась экспериментально в изотропном многомодовом оптическом волокне в [11]. Деполяризация усиливается при увеличении осевого смещения падающего пучка или угла наклона его к оси волновода. Поскольку лучи с большими значениями осевого смещения x_0 соответствуют высшим модам волновода, деполяризация мод с высокими номерами будет сильнее по сравнению с модами низкого порядка. Поэтому в системах когерентной связи лучше использовать одномодовые волокна без двулучепреломления, где степень поляризации восстанавливается с периодом $z = \pi/\omega$ при распространении излучения. Эта длина в градиентных оптических волокнах равна $z \approx 0.5 \text{ мм}$.

Как было показано выше, учет «спин-орбитального» члена в уравнении (2) приводит к периодическому восстановлению степени поляризации осевого волнового пучка, соответствующего основной моде. Отметим, что аналогичные осцилляции имеют место и для ширины осевого пучка. В случае скалярной волновой задачи ширина осевого пучка, соответствующего основной моде, не изменяется при распространении, поскольку дифракционная расходимость пучка компенсируется фокусирующим эффектом волновода. Это показывает, что гауссов волновой пакет, являясь точным решением скалярной задачи, есть только приближенное решение векторного волнового уравнения. Физическим механизмом осцилляций как степени поляризации, так и ширины пучка является дифракция. В этом смысле осцилляции поляризации и ширины пучка взаимозависимы. По-видимому, существуют такие волновые пакеты, которые сохраняют свою ширину и поляризацию. Поэтому представляет интерес поиск таких волновых пакетов для заданного профиля показателя преломления волновода или профилей показателя преломления при заданных параметрах пучка, когда поляризация и ширина пучка не изменяются при распространении. Однако эта задача требует отдельного рассмотрения.

Отметим, что деполяризация излучения имеет дифракционное происхождение, и рассмотрение рытовского вращения в качестве «геометрического» механизма деполяризации является некорректным. Рытовское вращение приводит лишь к повороту плоскости поляризации, а не к изменению степени поляризации. Кроме того, угол поворота плоскости поляризации не уменьшается при уменьшении длины волны излучения, тогда как деполяризация исчезает при $\lambda \rightarrow 0$. Как было показано выше, деполяризация имеет место также для меридиональных лучей, для которых рытовское вращение отсутствует.

Физически деполяризация соответствует уменьшению степени корреляции между различными компонентами поля или появлению компоненты поля, не коррелированной с первоначальной компонентой. В реальных ситуациях деполяризация чаще вызывается рассеянием излучения на мелкомасштабных неоднородностях среды. Физическая причина деполяризации в рассматриваемом случае заключается в рассеянии излучения на крупномасштабных неоднородностях среды. Поскольку влияние крупномасштабных неоднородностей на поляризационные характеристики мало, им обычно

пренебрегают. Однако в волноводных задачах малые поправки накапливаются с расстоянием и могут привести к заметным эффектам.

В [29] деполяризация циркулярно поляризованного лазерного пучка при распространении в атмосфере наблюдалась экспериментально. Для объяснения эффекта была предложена гипотеза о влиянии турбулентности атмосферы. Однако в [1, 2] было теоретически показано, что турбулентность атмосферы не позволяет объяснить экспериментально наблюдаемый эффект деполяризации. По-видимому, деполяризация в этом случае обуславливается рассмотренными дифракционными эффектами. Обычно лазерный пучок имеет неоднородный гауссов профиль. Поэтому излучение распространяется в канале с неоднородным распределением показателя преломления. Градиентный параметр ω , определяющий эту неоднородность, задается шириной пучка $a = \sqrt{2/k\omega}$. Для заданных значений расстояния $z = 8.045$ км, длины волны излучения лазера $\lambda = 0.6328$ мкм и при измеренной величине степени поляризации $P \approx 0.9$, из уравнения (26) получаем, что градиентный параметр равен $\omega \approx 2.8 \cdot 10^{-5}$ мкм⁻¹. Эта величина соответствует диаметру основной моды лазерного пучка $a \approx 85$ мкм, что не противоречит реальным значениям диаметра лазерного пучка. Отметим, что при уменьшении диаметра пучка деполяризация возрастает.

Таким образом, уменьшение степени поляризации в многомодовых оптических волноводах имеет дифракционное происхождение и может быть объяснено лишь на волновом языке. Поскольку деполяризация исчезает как при $\lambda \rightarrow 0$, так и при $x_0 \rightarrow 0$, она может быть интерпретирована как результат взаимодействия между поляризацией (спином) и траекторией (орбитальным моментом). Степень поляризации как линейно, так и циркулярно поляризованных пучков уменьшается с расстоянием по квадратичному закону. Деполяризация меридиональных лучей меньше по сравнению с деполяризацией сагиттальных лучей. Для право- и лево-циркулярно поляризованного излучения имеет место эффект асимметрии по отношению к знаку кручения траектории сагиттальных лучей. Деполяризация усиливается при увеличении осевого смещения пучка, градиентного параметра волновода и длины волны излучения.

Вращение вектора поляризации в градиентном волноводе имеет неравномерный характер. Линейный рост угла поворота плоскости поляризации с расстоянием сопровождается синусоидальными осцилляциями. Дисперсия фазы Берри или угла поворота плоскости поляризации растет с расстоянием, причем существуют флуктуации дисперсии фазы Берри для осевого пучка (фундаментальной моды), имеющие волновую природу. Поворот вектора поляризации растет линейно с расстоянием и квадратично с увеличением осевого смещения и угла наклона сагиттального луча к оси волновода.

Предлагаемый подход может быть использован для исследования эволюции поляризации в волноводах с двулучепреломлением, поглощением или усилением, а также со случайными неоднородностями.

Литература

1. В. И. Татарский, Изв. Вузов — Радиофизика **10**, 1762 (1967).
2. Ю. А. Кравцов, Изв. Вузов — Радиофизика **13**, 281 (1970).
3. С. М. Рытов, ДАН СССР **18**, 2 (1938).
4. A. S. McLean and J. B. Pendry, J. Mod. Optics **42**, 339 (1995).
5. L. G. Cohen, Bell Syst. Tech. J. **50**, 23 (1971).

6. A. M. Smith, *Appl. Optics* **17**, 52 (1978).
7. P. Kaminov, *IEEE J. Quant. Electron.* **17**, 15 (1981).
8. С. R. Manuyuk and P. K. Wai, *J. Opt. Soc. Amer.* **11**, 1288 (1994).
9. А. Д. Шатров, *Радиотехника и электроника* **26**, 505 (1981).
10. А. А. Есаян, Б. Я. Зельдович, *Квант. электр.* **15**, 235 (1988).
11. О. И. Котов, О. Л. Марусов, О. Л. Николаев, В. Н. Филиппов, *Опт. и спектр.* **70**, 924 (1991).
12. A. Tomita and R. Y. Chiao, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 936 (1986).
13. M. V. Berry, *Proc. Roy. Soc. A* **392**, 45 (1984).
14. Б. Я. Зельдович, Н. Д. Кундинова, *Квант. электр.* **22**, 184 (1995).
15. М. А. Леонтович, В. А. Фок, *ЖЭТФ* **16**, 557 (1946).
16. Д. Маркузе, *Оптические волноводы*, Мир, Москва (1974).
17. J. A. Arnaud, *Beam and Fiber Optics*, Academic Press, N. Y. (1976).
18. G. Eichmann, *J. Opt. Soc. Amer.* **61**, 161 (1971).
19. S. G. Krivoshlykov and I. N. Sisakyan, *Opt. Quant. Electron.* **12**, 463 (1980).
20. S. G. Krivoshlykov, N. I. Petrov, and I. N. Sisakyan, *Opt. Quant. Electron.* **18**, 253 (1986).
21. И. А. Малкин, В. И. Манько, *Динамические симметрии и когерентные состояния квантовых систем*, Наука, Москва (1979).
22. N. I. Petrov, *J. Mod. Opt.* **43**, 2239 (1996).
23. Дж. Клаудер, Э. Сударшан, *Основы квантовой оптики*, Мир, Москва (1970).
24. R. J. Glauber, *Phys. Rev.* **131**, 2766 (1963).
25. E. Schrodinger, *Naturwissenschaften* **14**, 664 (1926).
26. Р. Аззам, Н. Башара, *Эллипсометрия и поляризованный свет*, Мир, Москва (1981).
27. V. S. Liberman and B. Ya. Zel'dovich, *Phys. Rev. A* **46**, 5199 (1992).
28. V. S. Liberman and B. Ya. Zel'dovich, *Pure Appl. Optics* **2**, 367 (1993).
29. D. L. Fried and G. E. Mevers, *J. Opt. Soc. Amer.* **55**, 740 (1965).