

КВАНТОВОЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В СИЛЬНОМ НЕКЛАССИЧЕСКОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

О. Б. Препелица

*Институт прикладной физики Академии наук Молдовы
277028, Кишинев, Молдова*

Поступила в редакцию 9 января 1997 г.

Рассмотрены квантовоэлектродинамические процессы в присутствии сжатого электромагнитного поля. Получены интегральные выражения, позволяющие выразить вероятность любого процесса в сжатом электромагнитном поле через вероятность того же процесса в классическом электромагнитном поле. Исследованы общие закономерности процессов первого порядка по постоянной тонкой структуры в зависимости от фотонности процесса и квантовых флуктуаций. Получены туннельные формулы для вероятности рождения фотоном электрон-позитронной пары в интенсивном сжатом поле. Рассмотрено резонансное электрон-электронное рассеяние, исследована зависимость сечения от статистических свойств (способа сжатия) поля. Показано, что квантовые флуктуации сжатого электромагнитного поля способствуют увеличению сечения рассеяния, при этом вероятность процесса в фазово-сжатом электромагнитном поле всегда больше вероятности процесса в амплитудно-сжатом.

1. ВВЕДЕНИЕ

В течение длительного времени квантовая электродинамика явлений в присутствии сильного электромагнитного поля является объектом интенсивного теоретического исследования [1–18]. В этом направлении получен ряд интересных результатов, в частности показано, что электронные и фотонные состояния в поле волны перестают быть стационарными (с учетом вакуума электромагнитного поля). В результате становятся возможными процессы первого порядка по постоянной тонкой структуры (α_0) [1–4], такие как излучение фотона электроном, рождение фотоном и аннигиляция с излучением фотона электрон-позитронной пары. Другим важным теоретическим результатом является возможность резонансного протекания процессов высших порядков по α_0 , например рассеяние фотона электроном [5], электрон-электронное рассеяние [6], генерация гармоник при торможении электрона на кулоновском центре [8]. Резонансное поведение сечения обусловливается выходом промежуточной частицы на массовую оболочку. В этом случае рассматриваемый процесс представляет собой последовательность связанных друг с другом процессов первого порядка по α_0 .

Заметим, что во всех перечисленных работах внешнее электромагнитное поле считалось классическим или когерентным (которое в пренебрежении радиационными поправками, по существу, сводится к классическому). Представляет интерес рассмотрение квантовоэлектродинамических явлений в присутствии неклассического электромагнитного поля, являющегося сугубо квантовым объектом, обладающим нетривиальными статистическими свойствами.

Настоящая работа посвящена вопросу о влиянии квантовых флуктуаций приложенного электромагнитного поля на квантовоэлектродинамические процессы. В каче-

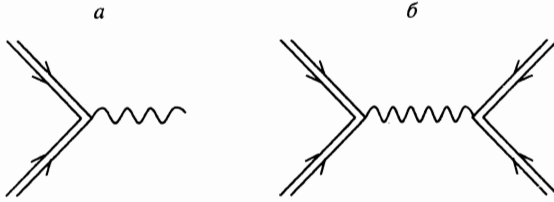


Рис. 1

стве внешнего квантованного электромагнитного поля рассматривается сжатое электромагнитное поле. Такой выбор обусловлен его неординарными статистическими свойствами [19], которые, как известно, варьируются в широких пределах: от группировки до антигруппировки фотонов. Это позволяет исследовать влияние, которое оказывают парные корреляции фотонов внешнего электромагнитного поля на сечения квантово-механических реакций. Примечательно, что сжатое электромагнитное поле при взаимодействиях с веществом проявляет свои неклассические свойства, в том числе при больших интенсивностях [20], обычно необходимых в квантовоэлектродинамических процессах. Если есть также возможность создания мощных источников сжатого света (с плотностью фотонов 10^{20} см^{-3} [21]), кажется интересным исследовать воздействие фотонов этого излучения на процессы, рассматриваемые в рамках квантовой электродинамики.

Одно из возможных определений сжатого состояния электромагнитного поля следующе [19]:

$$|s\rangle_{\mathbf{k}} = T_{\mathbf{k}}(\alpha)D_{\mathbf{k}}(\eta)|0\rangle_{\mathbf{k}}, \tag{1}$$

где $|0\rangle_{\mathbf{k}}$ — вакуумное состояние моды \mathbf{k} ,

$$T_{\mathbf{k}}(\alpha) = \exp(\alpha a_{\mathbf{k}}^+ - \alpha^* a_{\mathbf{k}}),$$

$$D_{\mathbf{k}}(\eta) = \exp\left[\frac{1}{2}\eta^*(a_{\mathbf{k}})^2 - \frac{1}{2}\eta(a_{\mathbf{k}}^+)^2\right]$$

— операторы сдвига и сжатия,

$$\alpha = |\alpha| \exp(i\varphi_{\alpha}), \quad \eta = r \exp(i\varphi_r)$$

— комплексные параметры, $0 \leq |\alpha|, r < \infty, 0 \leq \varphi_{\alpha}, \varphi_r < 2\pi; a_{\mathbf{k}}^+(a_{\mathbf{k}})$ — операторы рождения (уничтожения) электромагнитного поля, удовлетворяющие обычным коммутационным соотношениям для бозе-операторов.

Под действием операторов сдвига и сжатия операторы электромагнитного поля преобразуются следующим образом [19]:

$$T_{\mathbf{k}'}^+(\alpha)a_{\mathbf{k}}^+T_{\mathbf{k}'}(\alpha) = a_{\mathbf{k}}^+ + \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}\alpha^*, \tag{2}$$

$$D_{\mathbf{k}'}^+(\eta)a_{\mathbf{k}}^+D_{\mathbf{k}'}(\eta) = a_{\mathbf{k}}^+[1 + \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}(\text{ch } r - 1)] - \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}a_{\mathbf{k}} \text{sh } r \exp(-i\varphi_r). \tag{3}$$

В настоящей работе получены общие формулы, позволяющие выразить вероятность любого квантовоэлектродинамического процесса в присутствии сжатого электромагнитного поля через вероятность того же процесса в классическом электромагнитном поле.

С их помощью рассмотрены процессы первого порядка по α_0 в сжатом электромагнитном поле (рис. 1а). Исследованы общие свойства указанных процессов в области применимости теории возмущений по внешнему полю. Показано, что зависимость вероятности процесса от статистических свойств приложенного поля начинает проявляться при фотонностях процесса больше единицы. При этом вероятность процессов в фазово-сжатом электромагнитном поле больше вероятности процессов в амплитудно-сжатом электромагнитном поле, которая, в свою очередь, всегда больше вероятности процесса в классическом поле. Подробно исследовано рождение электрон-позитронной пары в присутствии сжатого электромагнитного поля большой интенсивности, когда основным механизмом является туннельный. Показано, что в этом случае функциональная зависимость вероятности процесса от средней интенсивности поля в сжатом электромагнитном поле имеет качественно другую зависимость, чем в классическом. Рассмотрено рассеяние электрона на электроне в присутствии сжатого электромагнитного поля (рис. 1б). В нерезонансной области сечение рассеяния электронов в поле меньше сечения рассеяния свободных электронов. В области резонанса вероятность рассеяния во внешнем поле может на много порядков превышать вероятность рассеяния при отсутствии поля. Численно исследована зависимость сечения реакции от статистических свойств (способа сжатия) сжатого электромагнитного поля. Общей закономерностью является то, что с ростом флуктуаций напряженности и интенсивности сжатого электромагнитного поля возрастает вероятность квантовоэлектродинамических процессов.

2. ВЕРОЯТНОСТЬ КВАНТОВОЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПРИСУТСТВИИ СЖАТОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Рассмотрим релятивистский электрон, взаимодействующий с одномодовым сжатым электромагнитным полем. Поле считается заданным, т. е. пренебрегается влиянием фотонов, переизлученных электроном в возбужденную моду.

Внешнее электромагнитное поле описывается потенциалом вида

$$A_{ext} = \sqrt{\frac{1}{2\omega_k}} [e_\lambda a_k^+ \exp(ikx) + e_\lambda^* a_k \exp(-ikx)], \quad (4)$$

где ω_k и e_λ — соответственно частота и поляризация фотона с волновым вектором \mathbf{k} . Здесь и ниже используется система единиц, в которой $c = \hbar = 1$, а также следующие обозначения: $x = (t, \mathbf{r})$, $k = (\omega_k, \mathbf{k})$, $ab = a_0 b_0 - \mathbf{a} \mathbf{b}$ — скалярное произведение 4-векторов $a = (a_0, \mathbf{a})$ и $b = (b_0, \mathbf{b})$.

Сразу же заметим, что с помощью формулы (4) мы пока выделили моду \mathbf{k} , а то, что она в момент включения взаимодействия с электроном находилась именно в сжатом состоянии (1), учтем позже, при вычислении матричных элементов оператора эволюции. Существенно, что мода \mathbf{k} является сильно возбужденной, поэтому дальнейшее рассмотрение удобно вести в картине Фарри. Это позволит учесть взаимодействие электрона с внешним полем точно, а с остальными модами $\mathbf{k}' (\mathbf{k}' \neq \mathbf{k})$ — по теории возмущений.

Матрица рассеяния в представлении Фарри записывается в следующем виде:

$$S = T \exp \left[-i \int d^4x j(x, a_k^+, a_k) A(x) \right], \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 j(x, a_{\mathbf{k}}^+, a_{\mathbf{k}}) &= eN (\bar{\psi}(x, a_{\mathbf{k}}^+, a_{\mathbf{k}})\gamma\psi(x, a_{\mathbf{k}}^+, a_{\mathbf{k}})), \\
 \psi(x, a_{\mathbf{k}}^+, a_{\mathbf{k}}) &= \sum_{\mathbf{p}} [b_{\mathbf{p}}\theta(\varepsilon_{\mathbf{p}}) + d_{\mathbf{p}}^+\theta(-\varepsilon_{\mathbf{p}})] \varphi_{\mathbf{p}}(x, a_{\mathbf{k}}^+, a_{\mathbf{k}}), \\
 A(x) &= \sum_{\mathbf{k}' \neq \mathbf{k}} \sqrt{\frac{1}{2\omega_{\mathbf{k}'}}} [e_{\lambda'} a_{\mathbf{k}'}^+ \exp(ik'x) + e_{\lambda'}^* a_{\mathbf{k}'} \exp(-ik'x)],
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

где e — заряд электрона, γ — матрицы Дирака, $b_{\mathbf{p}}$ и $d_{\mathbf{p}}$ — операторы электрон-позитронного поля, удовлетворяющие антикоммутиационным соотношениям для ферми-операторов,

$$\theta(\varepsilon_{\mathbf{p}}) = \begin{cases} 1, & \varepsilon_{\mathbf{p}} \geq 0, \\ 0, & \varepsilon_{\mathbf{p}} < 0 \end{cases}$$

— ступенчатая функция Хевисайда; $\varepsilon_{\mathbf{p}} = |\mathbf{p}_0|$ — абсолютное значение энергии частицы.

Функция $\varphi_{\mathbf{p}}(x, a_{\mathbf{k}}^+, a_{\mathbf{k}})$ является решением уравнения Дирака с потенциалом (4):

$$\left(i\gamma \frac{\partial}{\partial x} - eA_{ext} - m \right) \varphi_{\mathbf{p}}(x, a_{\mathbf{k}}^+, a_{\mathbf{k}}) = 0
 \tag{7}$$

(явный вид функции $\varphi_{\mathbf{p}}(x, a_{\mathbf{k}}^+, a_{\mathbf{k}})$ известен [7], но мы его не приводим ввиду громоздкости выражения).

Следует помнить, что знак нормального упорядочения в (6) относится только к операторам электрон-позитронной системы и не затрагивает операторы электромагнитного поля, содержащиеся в функции $\varphi_{\mathbf{p}}(x, a_{\mathbf{k}}^+, a_{\mathbf{k}})$.

Рассмотрим амплитуду перехода из начального состояния $|i\rangle$ фотонной (под фотонной подсистемой понимается совокупность мод $\mathbf{k}' \neq \mathbf{k}$) и электрон-позитронной системы в конечное состояние $|f\rangle$:

$$A_{fi} = {}_{\mathbf{k}}\langle l | \langle f | S | i \rangle | s \rangle_{\mathbf{k}}.$$

В этом выражении учтено, что первоначально мода \mathbf{k} находилась в сжатом состоянии $|s\rangle_{\mathbf{k}}$ (формула (1)), а в результате эволюции перешла в некоторое состояние $|l\rangle_{\mathbf{k}}$. Здесь уместно подчеркнуть различия между понятиями «заданное поле» для классического и квантованного электромагнитного поля. Функция $\varphi_{\mathbf{p}}(x, a_{\mathbf{k}}^+, a_{\mathbf{k}})$ является решением уравнения (7) [7], при этом совместно с (7) не рассматривалось соответствующее уравнение Максвелла для поля, т. е. не учитывалось взаимодействие с фотонами, переизлученными заряженными частицами в моду \mathbf{k} . В этом смысле поле моды \mathbf{k} является заданным, однако квантостатистическое состояние моды \mathbf{k} заданным не является. Действительно, в процессе квантовых переходов электрон черпает энергию (фотоны) из возбужденной моды, в результате чего меняется ее квантовое состояние. Поэтому в формуле для амплитуды перехода A_{fi} состояние $|l\rangle_{\mathbf{k}}$, вообще говоря, не тождественно состоянию $|s\rangle_{\mathbf{k}}$.

Возведем модуль амплитуды A_{fi} в квадрат и просуммируем по всем возможным состояниям $|l\rangle_{\mathbf{k}}$. Воспользовавшись разложением единицы

$$\sum_l |l\rangle_{\mathbf{k}\mathbf{k}} \langle l| = 1,$$

а также соотношениями (5), (6), запишем вероятность перехода в виде

$$W_{sq} = {}_k \langle s | \hat{W}(a_k^+, a_k) | s \rangle_k, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \hat{W}(a_k^+, a_k) = & \langle i | T \exp \left[i \int d^4x j(x, a_k^+, a_k) A(x) \right] | f \rangle \times \\ & \times \langle f | T \exp \left[-i \int d^4x j(x, a_k^+, a_k) A(x) \right] | i \rangle. \end{aligned} \quad (9)$$

Поскольку $\hat{W}(a_k^+, a_k)$, как и всякая функция операторов, является символической записью некоторого степенного ряда, то с помощью производящей функции

$$G(z, z^*) = \exp(z a_k^+) \exp(z^* a_k) \quad (10)$$

выражение (9) может быть записано в виде

$$\hat{W}(a_k^+, a_k) = \hat{W}_N \left(\frac{\partial}{\partial z}, \frac{\partial}{\partial z^*} \right) G(z, z^*) \Big|_{z=z^*=0}.$$

Через $\hat{W}_N(\partial/\partial z, \partial/\partial z^*)$ обозначен нормальный образ функции $\hat{W}(a_k^+, a_k)$, в котором проведена замена $a_k^+ \rightarrow \partial/\partial z$, $a_k \rightarrow \partial/\partial z^*$. (Здесь мы не касаемся вопроса о сходимости рядов, в частности ряда теории возмущений по α_0 , а рассматриваем ряды как формальные величины.)

Учитывая последнее выражение, представим вероятность процесса (8) следующим образом:

$$\hat{W}_{sq} = \hat{W}_N \left(\frac{\partial}{\partial z}, \frac{\partial}{\partial z^*} \right) G_{sq}(z, z^*) \Big|_{z=z^*=0}, \quad (11)$$

где

$$G_{sq}(z, z^*) = {}_k \langle s | G(z, z^*) | s \rangle_k.$$

Таким образом, вся информация о зависимости вероятности процесса от квантово-статистических свойств внешнего электромагнитного поля содержится в среднем значении $G_{sq}(z, z^*)$.

Используя формулы (1)–(3), после несложных преобразований, найдем среднее значение производящей функции:

$$G_{sq}(z, z^*) = \exp(z\alpha^* + z^*\alpha) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{sh}^2 r \left[z \exp \left(-\frac{i\varphi_r}{2} \right) - z^* \exp \left(\frac{i\varphi_r}{2} \right) \right]^2 \right\}. \quad (12)$$

Выражение (12) получено в приближении $\bar{n} \gg 1$, где \bar{n} — среднее число фотонов в моде k , а также считаем $\text{sh} r \text{ch} r \approx \text{sh}^2 r$, что выполняется в двух случаях: когда внешнее электромагнитное поле находится в когерентном состоянии ($r = 0$) и когда оно является сильно сжатым ($r \gg 1$).

Преобразуем полученное выражение к более удобному виду. Для этого воспользуемся интегралом Пуассона:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\xi \exp(-a\xi^2 + ib\xi) = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(-\frac{b^2}{4a}\right), \quad \text{Re } a > 0.$$

После очевидных преобразований получим окончательное выражение для производящей функции, усредненной по состоянию сжатого электромагнитного поля:

$$G_{sq}(z, z^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \operatorname{sh}^2 r}} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \exp\left(-\frac{\xi^2}{2 \operatorname{sh}^2 r}\right) \exp\left\{z \exp(-i\varphi_\alpha) \times \right. \\ \left. \times \left[|\alpha| + i\xi \exp\left[i\left(\varphi_\alpha - \frac{\varphi_r}{2}\right)\right]\right] + z^* \exp(i\varphi_\alpha) \left[|\alpha| - i\xi \exp\left[-i\left(\varphi_\alpha - \frac{\varphi_r}{2}\right)\right]\right]\right\}. \quad (13)$$

Заметим, что формула (13) содержит фазовые параметры φ_α , φ_r , которые определяют зависимость функции $G_{sq}(z, z^*)$ от способа сжатия приложенного электромагнитного поля, а следовательно, и от его квантостатистических свойств [19]. Ниже мы рассмотрим два наиболее интересных случая: амплитудное сжатие ($2\varphi_\alpha - \varphi_r = 0$) и фазовое сжатие ($2\varphi_\alpha - \varphi_r = \pi$).

Возвращаясь к формуле (11) и учитывая соотношение (13), представим вероятность процесса в следующем виде:

$$W_{sq} = \frac{2}{\sqrt{2\pi \operatorname{sh}^2 r}} \int_{|\alpha|}^{\infty} \frac{d\xi \xi}{\sqrt{\xi^2 - |\alpha|^2}} \exp\left(-\frac{\xi^2 - |\alpha|^2}{2 \operatorname{sh}^2 r}\right) W_{cl}(\xi), \quad 2\varphi_\alpha - \varphi_r = 0, \\ W_{sq} = \frac{2}{\sqrt{2\pi \operatorname{sh}^2 r}} \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \exp\left(-\frac{(\xi - |\alpha|)^2}{2 \operatorname{sh}^2 r}\right) W_{cl}(|\xi|), \quad 2\varphi_\alpha - \varphi_r = \pi, \quad (14)$$

где

$$G_{cl}(z, z^*) = \exp(z\xi e^{-i\varphi} + z^* \xi e^{i\varphi}),$$

$$W_{cl}(\xi) = \hat{W}_N \left(\frac{\partial}{\partial z}, \frac{\partial}{\partial z^*} \right) G_{cl}(z, z^*) \Big|_{z=z^*=0}.$$

Обратим внимание на то, что выражение $G_{cl}(z, z^*)$ отличается от общей формулы (10) заменой операторов a_k^+ , a_k на c -числа ξ , откуда следует, что $G_{cl}(z, z^*)$ является производящей функцией для случая классического электромагнитного поля с амплитудой ξ (здесь φ имеет смысл начальной фазы классической электромагнитной волны). Следовательно, $W_{cl}(\xi)$ есть соответствующая вероятность перехода в присутствии классического электромагнитного поля.

Таким образом, найден общий метод вычисления вероятности любого квантово-электродинамического процесса в присутствии сжатого электромагнитного поля исходя из выражения того же процесса в присутствии классического поля. Это позволяет разделить первоначальную задачу о расчете сечения реакции в сжатом электромагнитном поле на два этапа: расчет сечения в классическом электромагнитном поле, а затем усреднение полученного результата согласно (14).

Вид выражений (14), а также условие их применимости $\bar{n} \gg 1$, точнее $\bar{n} + 1 \approx \bar{n}$, указывают на то, что полученные выражения для вероятности в определенном смысле носят квазиклассический характер. Подчеркнем, что квазиклассичность выражений (14) ни в коей мере не означает полного пренебрежения квантовыми флуктуациями

сжатого электромагнитного поля, при котором дальнейшее рассмотрение потеряло бы смысл. Действительно, рассматривая соотношения

$$\Lambda_n = {}_k \langle s | (a_k^+)^{2n} (a_k)^{2n} | s \rangle_k - {}_k \langle s | (a_k^+)^n (a_k)^n | s \rangle_k^2,$$

описывающие n -фотонные корреляции в электромагнитном поле, можно показать, что приближение $\bar{n} + 1 \approx \bar{n}$ учитывает квантовые флуктуации, обусловленные корреляциями между фотонами сжатого электромагнитного поля, но при этом теряется вклад корреляций между фотонами приложенного поля и нулевыми колебаниями вакуума в Λ_n . Таким образом, используемое приближение справедливо по крайней мере в двух случаях: когда фотоны сжатого электромагнитного поля сильно скоррелированы между собой ($r \gg 1$) и когда состояние (1) вырождается в когерентное состояние, квазиклассичность которого хорошо известна.

Заметим, что подобные (14) выражения получены в работах [20, 22], где исследовалось взаимодействие водородоподобной системы с интенсивным сжатым электромагнитным полем, а также в [23]. Теперь ясно, что соотношения (14) носят общий характер и отражают объективные квантостатистические свойства сжатого электромагнитного поля. Отметим, что они применимы для гораздо более широкого круга задач, чем рассматриваемый в данной работе. Нетрудно показать, что вероятность переходов под действием сжатого электромагнитного поля связанного электрона, электрона во внешнем магнитном поле и т. д. выражаются через вероятности переходов в классическом электромагнитном поле в соответствии с формулами (14). Для доказательства этого утверждения необходимо включить слагаемые, описывающие соответствующие взаимодействия, в гамильтониан нулевого приближения и вновь повторить рассуждения, приведшие к (14).

Из формул (14) легко получить предельный переход $r = 0$, когда внешнее поле считается классическим, а также переход $\alpha = 0$, когда электромагнитное поле находится в состоянии сжатого вакуума:

$$W_{sq,v} = \frac{1}{\sqrt{2\pi \operatorname{sh}^2 r}} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \exp\left(-\frac{\xi^2}{2 \operatorname{sh}^2 r}\right) W_{cl}(|\xi|). \quad (15)$$

Результаты этого раздела носят общий характер, в дальнейшем мы воспользуемся ими для исследования конкретных квантовоэлектродинамических процессов в сжатом электромагнитном поле, которое для простоты будем считать циркулярно поляризованным.

3. КВАНТОВЫЕ ВАКУУМНЫЕ ЭФФЕКТЫ ВО ВНЕШНЕМ СЖАТОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ниже рассмотрим процессы первого порядка по постоянной тонкой структуры, определяемые диаграммой на рис. 1а. Подобные процессы, как известно, являются энергетически запрещенными (для свободных частиц) и могут иметь место только в присутствии внешнего поля.

Согласно работе [4], вероятности квантовоэлектродинамических процессов в поле классической электромагнитной волны с напряженностью $\mathbf{E}_{cl} = \mathbf{E}_0 \sin(\omega_k t)$ зависят от инвариантного параметра

$$\chi_{cl}^2 = \frac{2e^2 \overline{\mathbf{E}_{cl}^2}}{m^2 \omega_k^2}, \quad (16)$$

где m — масса покоя электрона, черта означает усреднение по периоду волны.

Область $\chi_{cl} \ll 1$ соответствует слабому электромагнитному полю, для которого справедлива теория возмущений. В этом случае вероятность процесса, рассчитанная на единицу объема и единицу времени, может быть представлена в виде [4]

$$w_{cl}(n) = P(n)\chi_{cl}^{2n}. \tag{17}$$

Здесь n — фотонность процесса, $P(n)$ — некоторая функция импульсов начальных и конечных частиц.

Исходя из принципа соответствия нетрудно показать, что в случае приложенного сжатого электромагнитного поля аналогом параметра (16) является величина

$$\chi_{sq}^2 = \frac{2e^2 \langle s | \mathbf{E}^2 | s \rangle_{\mathbf{k}}}{m^2 \omega_{\mathbf{k}}^2}, \tag{18}$$

где

$$\mathbf{E} = i \sqrt{\frac{\omega_{\mathbf{k}}}{2}} [\mathbf{e}_{\lambda} a_{\mathbf{k}}^+ \exp(ikx) - \mathbf{e}_{\lambda}^* a_{\mathbf{k}} \exp(-ikx)]$$

— оператор напряженности электромагнитного поля.

Рассмотрим случай слабого сжатого электромагнитного поля, такого, что $\chi_{sq} \ll 1$. Тогда после подстановки выражения (17) в формулы (14), (15) и элементарного интегрирования получим

$$w_{sq}(n) = \frac{w_{cl}(n)}{(1 + \mu)^n} \begin{cases} \sum_{m=0}^n \frac{n!(2m-1)!!}{m!(n-m)!} \mu^m, & 2\varphi_{\alpha} - \varphi_r = 0, \\ \sum_{m=0}^n \frac{(2n)!(2m-1)!!}{(2m)!(2n-2m)!} \mu^m, & 2\varphi_{\alpha} - \varphi_r = \pi, \end{cases} \tag{19}$$

$$w_{sq,v}(n) = (2n-1)!! w_{cl}(n).$$

Параметр

$$\mu = \frac{\overline{\mathbf{k} \langle s | \mathbf{E}^2 | s \rangle_{\mathbf{k}}} - \overline{\mathbf{k} \langle s | \mathbf{E} | s \rangle_{\mathbf{k}}^2}}{\overline{\mathbf{k} \langle s | \mathbf{E} | s \rangle_{\mathbf{k}}^2}} = \frac{\text{sh}^2 r}{|\alpha|^2} \tag{20}$$

описывает квантовые флуктуации напряженности сжатого электромагнитного поля и может рассматриваться как мера его неклассичности.

Формулы (19) представляют собой общие выражения для вероятности всевозможных процессов, заданных диаграммой на рис. 1а, в слабом сжатом электромагнитном поле ($\chi_{sq} \ll 1$), когда наиболее вероятны процессы с участием минимально возможного числа квантов внешнего электромагнитного поля. Отметим, что условие $\chi_{sq} \ll 1$ соответствует реальной экспериментальной ситуации, так как охватывает интенсивности всех полученных оптических частот.

Из формул (19) следует, что вероятности процессов с участием одного кванта внешнего электромагнитного поля равны для случая классического и сжатого электромагнитного поля: $w_{sq}(1) = w_{sq,v}(1) = w_{cl}(1)$. Различия появляются при фотонностях процесса

$n > 1$, когда вероятности являются нелинейными функциями интенсивности приложенного поля. Так, вероятность перехода при $n > 1$ принимает наибольшее значение, когда поле находится в состоянии сжатого вакуума. Из формул (19) также следует, что зависимость от способа сжатия (амплитудного или фазового) наиболее ярко выражена в случае, когда флуктуации напряженности приложенного электромагнитного поля одного порядка со средним значением напряженности, $\mu \approx 1/2$. При этом вероятность процесса в фазово-сжатом электромагнитном поле ($2\varphi_\alpha - \varphi_r = \pi$) всегда больше, чем в амплитудно-сжатом ($2\varphi_\alpha - \varphi_r = 0$). Это является отражением известного факта, что вероятности многофотонных процессов существенно зависят от статистических свойств приложенного электромагнитного поля. В частности, более группированный свет (фазово-сжатый) поглощается интенсивнее, чем менее группированный (амплитудно-сжатый), что и приводит к увеличению вероятности процесса в присутствии соответствующего типа электромагнитного поля.

Мы рассмотрели общие закономерности процессов первого порядка по α_0 . Остановимся подробнее на процессе рождения электрон-позитронной пары гамма-квантом в присутствии сжатого электромагнитного поля. Для рождения пары необходимо затратить энергию порядка $2m$. Поэтому существует пороговое значение для числа фотонов, поглощенных из приложенного электромагнитного поля

$$n_{min} = \frac{m^2(1 + \chi^2)}{kk'},$$

где χ определяется формулой (16) или (18) в зависимости от типа внешнего поля, k и k' — соответственно волновой 4-вектор фотона внешнего поля и падающего гамма-кванта. Образование пары возможно только при условии $n \geq n_{min}$. Для оптических частот внешнего электромагнитного поля параметр n_{min} оказывается очень большим в широком диапазоне энергий падающего кванта, поэтому рождение пары сопровождается поглощением из волны очень большого числа фотонов. Предположим, что сжатое электромагнитное поле является достаточно интенсивным, таким, что $\chi_{sq}\kappa_{sq} \gtrsim 1$, $\kappa_{sq} \ll 1$, где $\kappa_{sq} = (kk'/m^2)\chi_{sq}$. Для дальнейшего расчета воспользуемся формулой для дифференциальной вероятности рождения пары в классическом электромагнитном поле [4]:

$$w_{cl}^{\gamma \rightarrow e^- e^+} = Z(k'_0)\kappa_{cl} \exp\left(-\frac{8}{3\kappa_{cl}}\right), \quad (21)$$

$$\kappa_{cl} \ll 1, \quad \chi_{cl}^2 \kappa_{cl} \gtrsim 1, \quad \kappa_{cl} = \frac{kk'}{m^2}\chi_{cl}.$$

Подставим выражение (21) в формулы (14). Приняв во внимание (20), получим

$$w_{sq}^{\gamma \rightarrow e^- e^+} = Z(k'_0) \sqrt{\frac{1 + \mu}{2\pi\mu\kappa_{sq}^2}} \int_{-\infty}^{\infty} dz \sqrt{z^2 + \frac{\kappa_{sq}^2}{1 + \mu}} \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{(1 + \mu)z^2}{2\mu\kappa_{sq}^2} - \frac{8}{3\sqrt{z^2 + \kappa_{sq}^2/(1 + \mu)}}\right], \quad 2\varphi_\alpha - \varphi_r = 0,$$

$$w_{sq}^{\gamma \rightarrow e^- e^+} = Z(k'_0) \sqrt{\frac{1 + \mu}{2\pi\mu\kappa_{sq}^2}} \int_{-\infty}^{\infty} dz |z| \times$$

$$\times \exp \left[-\frac{1+\mu}{2\mu\kappa_{sq}^2} \left(z - \frac{\kappa_{sq}}{\sqrt{1+\mu}} \right)^2 - \frac{8}{3|z|} \right], \quad 2\varphi_\alpha - \varphi_\tau = \pi.$$

Учитывая малость параметра $\kappa_{sq} \ll 1$, при вычислении интегралов воспользуемся методом Лапласа [24]. После нахождения точек максимума показателей экспонент и элементарных преобразований найдем асимптотические выражения для вероятности рождения пары фотоном в присутствии сжатого электромагнитного поля:

$$w_{sq}^{\gamma \rightarrow e^- e^+} = Z(k'_0) \frac{\kappa_{sq}}{\sqrt{1+\mu}} \left(1 + \frac{4}{3} \frac{\mu\sqrt{1+\mu}}{\kappa_{sq}} \right) \exp \left(-\frac{8}{3} \frac{1+\mu}{\kappa_{sq}} \right), \quad 2\varphi_\alpha - \varphi_\tau = 0, \tag{22}$$

$$w_{sq}^{\gamma \rightarrow e^- e^+} = Z(k'_0) \kappa_{sq} \left(1 + \frac{16\mu}{\kappa_{sq}} \right) \exp \left[-\frac{8}{3\kappa_{sq}} \left(1 + \frac{4\mu}{\kappa_{sq}} \right) \right], \quad 2\varphi_\alpha - \varphi_\tau = \pi$$

при условии $\kappa_{sq} \gg (8/3)\mu\sqrt{1+\mu}$,

$$w_{sq}^{\gamma \rightarrow e^- e^+} = \frac{4}{3} Z(k'_0) \left[\frac{\mu\kappa_{sq}^2}{3(1+\mu)} \right]^{1/3} \left\{ 1 + \frac{1}{8} \left[\frac{9\kappa_{sq}^2}{\mu^2(1+\mu)} \right]^{1/3} \right\} \times$$

$$\times \exp \left[-\frac{1}{2\mu} - 6 \left(\frac{1+\mu}{9\mu\kappa_{sq}^2} \right)^{1/3} \right], \quad 2\varphi_\alpha - \varphi_\tau = 0, \tag{23}$$

$$w_{sq}^{\gamma \rightarrow e^- e^+} = \frac{4}{3} Z(k'_0) \left[\frac{\mu\kappa_{sq}^2}{3(1+\mu)} \right]^{1/3} \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left[\frac{\kappa_{sq}^2}{81\mu^2(1+\mu)} \right]^{1/3} \right\} \times$$

$$\times \exp \left\{ -6 \left(\frac{1+\mu}{9\mu\kappa_{sq}^2} \right)^{1/3} \left[1 - \left(\frac{\kappa_{sq}}{9\mu\sqrt{1+\mu}} \right)^{1/3} \right] \right\}, \quad 2\varphi_\alpha - \varphi_\tau = \pi$$

при условии $\kappa_{sq} \ll (8/3)\mu\sqrt{1+\mu}$.

Полученные выражения, как и (21), описывают рождение электрон-позитронной пары благодаря туннельному эффекту. Формулы (22) справедливы для слабо сжатого поля, когда оно мало отличается от когерентного (классического) электромагнитного поля. В соответствии с этим выражения (22) носят характер поправки к (21). Выражения (23) применимы для сильно сжатого поля, при этом, очевидно, вероятности процесса имеют качественно иную зависимость от средней интенсивности приложенного поля по сравнению со случаем классического поля (21), что является следствием неклассичности сжатого электромагнитного поля.

Из формул (23) следует предельный переход $\alpha \rightarrow 0$ ($\mu \rightarrow \infty$), т. е. к случаю, когда электромагнитное поле находится в состоянии сжатого вакуума:

$$w_{sq,v}^{\gamma \rightarrow e^- e^+} = \frac{4}{3} Z(k'_0) \left(\frac{\kappa_{sq}^2}{3} \right)^{1/3} \exp \left[-6 \left(\frac{1}{9\kappa_{sq}^2} \right)^{1/3} \right].$$

Анализ выражений (22), (23) показывает, что с увеличением интенсивности сжатого электромагнитного поля возрастает зависимость вероятности процесса от способа сжатия (рис. 2), а следовательно, и от квантовых флуктуаций приложенного поля.

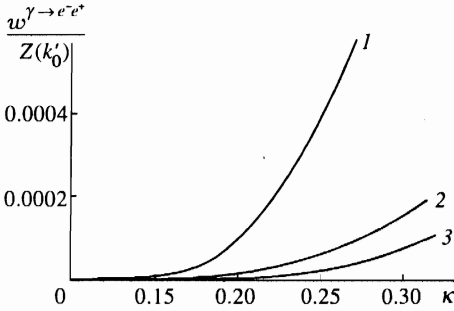


Рис. 2. Дифференциальная вероятность рождения фотоном электрон-позитронной пары в присутствии фазово-сжатого (кривая 1), амплитудно-сжатого (кривая 2) и классического (кривая 3) электромагнитного поля; $\kappa = \kappa_{sq}, \kappa_{cl}$ в зависимости от типа поля, $\mu = 3/2$

Причем, как следует из сравнения (21), (22) и (23), увеличение флуктуаций внешнего электромагнитного поля сопровождается ростом вероятности процесса. Другими словами, парные корреляции между фотонами, ответственные за флуктуации интенсивности сжатого электромагнитного поля, способствуют рождению электрон-позитронных пар.

4. РАССЕЙЯНИЕ ЭЛЕКТРОНА НА ЭЛЕКТРОНЕ В ПРИСУТСТВИИ СЖАТОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Для наблюдения процессов первого порядка по постоянной тонкой структуры необходимы электромагнитные поля очень большой интенсивности. Поэтому с точки зрения возможности экспериментальной проверки наибольший интерес представляют процессы следующих порядков по α_0 , которые при определенных условиях носят резонансный характер [5, 6, 8-13].

Дифференциальное сечение электрон-электронного рассеяния в сжатом электромагнитном поле может быть, согласно (14), записано в виде

$$\frac{d\sigma_{sq}(n)}{d\Omega} = \sqrt{\frac{2(1+\mu)}{\pi\mu\chi_{sq}^2}} \int_{\frac{\chi_{sq}}{\sqrt{1+\mu}}}^{\infty} \frac{dz z}{\sqrt{z^2 - \chi_{sq}^2/(1+\mu)}} \exp\left[-\frac{1+\mu}{2\mu\chi_{sq}^2} \left(z^2 - \frac{\chi_{sq}^2}{1+\mu}\right)\right] \times \frac{d\sigma_{cl}(n)}{d\Omega}, \quad 2\varphi_\alpha - \varphi_r = 0, \quad (24)$$

$$\frac{d\sigma_{sq}(n)}{d\Omega} = \sqrt{\frac{1+\mu}{2\pi\mu\chi_{sq}^2}} \int_{-\infty}^{\infty} dz \exp\left[-\frac{1+\mu}{2\mu\chi_{sq}^2} \left(z - \frac{\chi_{sq}}{\sqrt{1+\mu}}\right)^2\right] \times \frac{d\sigma_{cl}(n)}{d\Omega}, \quad 2\varphi_\alpha - \varphi_r = \pi. \quad (25)$$

Ограничимся нерелятивистским приближением $|\mathbf{p}|/m \ll 1, \chi_{sq} \ll 1$. Тогда, используя результаты работ [6, 11, 13], представим $d\sigma_{cl}(n)/d\Omega$ следующим образом:

$$\frac{d\sigma_{cl}(n)}{d\Omega} = \left(\frac{4e^2}{m|\mathbf{n}_{fi}|v^2}\right)^2 [|M_\theta(n)|^2 + |M_{\theta-\pi}(n)|^2 - \text{Re}(M_\theta(n)M_{\theta-\pi}(n))], \quad (26)$$

$$M_{\theta}(n) = \frac{\mathbf{p}^2}{\omega_{\mathbf{k}}^2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{J_s(A_1 z) J_{n-s}(A_2 z)}{(2s - n - b)^2 + a^2}, \tag{27}$$

$$A_1 = A + B, \quad A_2 = A - B,$$

$$A = -\frac{|\mathbf{p}|}{\omega_{\mathbf{k}}} |\mathbf{n}_{fi}| \sin \vartheta, \quad B = \frac{|\mathbf{p}|v}{\omega_{\mathbf{k}}} (\mathbf{n}_i(\mathbf{n}_i \mathbf{n}_{ext}) - \mathbf{n}_f(\mathbf{n}_f \mathbf{n}_{ext}))_{\perp},$$

$$b = \frac{|\mathbf{p}|}{\omega_{\mathbf{k}}} |\mathbf{n}_{fi}| \cos \vartheta, \quad a^2 = \frac{\mathbf{p}^2}{\omega_{\mathbf{k}}^2} |\mathbf{n}_{fi}|^2 \sin^2 \vartheta + 4i \frac{|\mathbf{p}| \Gamma}{\omega_{\mathbf{k}}^2} |\mathbf{n}_{fi}| \cos \vartheta,$$

где \mathbf{p} — импульс частиц в системе центра инерции до рассеяния, $v = |\mathbf{p}|/m$, $\mathbf{n}_{fi} = \mathbf{n}_f - \mathbf{n}_i$, \mathbf{n}_i и \mathbf{n}_f — единичные векторы вдоль направления движения частиц в системе центра инерции соответственно до и после рассеяния, $\mathbf{n}_{ext} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$, ϑ — угол между \mathbf{n}_f и \mathbf{n}_i , $\Gamma = (e^2 \omega^2 / 6) \chi_{sq}^2$ — ширина электронных состояний в поле (вероятность излучения фотона электроном в единицу времени), индекс \perp означает проекцию вектора на плоскость поляризации приложенного электромагнитного поля. Используя интегральное представление функции Бесселя [25], преобразуем $M_{\theta}(n)$ к виду

$$M_{\theta}(n) = \frac{\mathbf{p}^2}{4\pi^2 a \omega_{\mathbf{k}}^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \int_0^{\infty} dt \exp [iA_1 z \sin(\varphi + 2t) + iA_2 z \sin \varphi + in(\varphi + t) - ibt - at] + c.c. \tag{28}$$

Учитывая выражения (24), (25), (28), легко получить, что в слабых полях, для которых $A_{1,2} \chi_{sq} \ll 1$, сечения рассеяния в сжатом и классическом электромагнитных полях связаны соотношениями аналогичными (19). В общем случае выражения (24), (25), (28) можно исследовать только численными методами (см. ниже).

Рассмотрим нерезонансный случай $\text{Re } a \gg 1$ ($A_{1,2} \approx A$, $\vartheta \neq 0, \pi$). В результате приближенного интегрирования (28) получим

$$M_{\theta}^{nonres}(n) \approx \frac{J_n(2Az)}{|\mathbf{n}_{fi}|^2}.$$

Поскольку $|J_n(x)| \leq 1$, можно показать, что в нерезонансной области рассеяния при заданном n сечение как в классическом, так и в квантованном электромагнитном полях всегда меньше сечения рассеяния свободных электронов. Учитывая определенную аналогию между многоуровневыми оптическими системами и энергетическим спектром электрона в поле [4], можно предположить, что указанный эффект имеет ту же природу, что и в атомных системах, в которых сильное электромагнитное поле способно подавить процессы, идущие в его присутствии (поглощение пробного излучения [26], спонтанный распад возбужденного уровня [27] и т. д.).

Рассмотрим случай резонансного рассеяния. Как видно из формулы (27) резонанс наступает тогда, когда $\vartheta = 0, \pi$ и разность $n - b$ является четным числом. При этом $|A_{1,2}| \approx B$ и выражение $M_{\theta}(n)$ принимает вид

$$M_{\theta}^{res}(n) = \frac{|\mathbf{p}|}{2i\Gamma |\mathbf{n}_{fi}|} J_{(n+b)/2}(Bz) J_{(n-b)/2}(-Bz).$$

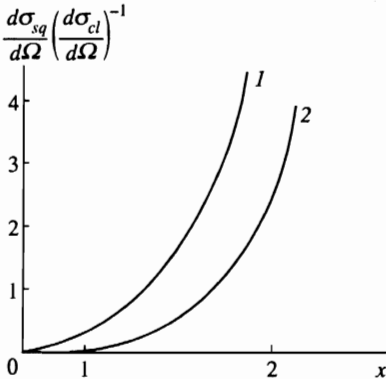


Рис. 3. Отношение дифференциальных сечений рассеяния электрона на электроне в сжатом и классическом электромагнитных полях. Кривая 1 относится к нерезонансной области рассеяния и случаю, когда сжатое поле находится в состоянии сжатого вакуума, $n = 0$, $\vartheta = 45^\circ$, $\theta = 30^\circ$, $x = 2A\chi$. Кривая 2 относится к резонансной области рассеяния и случаю амплитудно-сжатого электромагнитного поля, $n = 1$, $b = 1$, $\mu = 1$, $x = B\chi$

Заметим, что условия резонанса, выполняемые для заданного угла рассеяния θ , не выполняются для угла $\theta = \pi$ (за исключением специальных случаев пространственного расположения \mathbf{n}_i , \mathbf{n}_{ext} , \mathbf{n}_f). Поэтому $|M_{\theta}^{res}(n)| \gg |M_{\theta-\pi}(n)|$ и вкладом обменного взаимодействия в (26) можно пренебречь. Таким образом, нерелятивистские электроны в резонансной области рассеиваются как бесспиновые частицы. Численный анализ выражений (24), (25) показывает, что дифференциальное сечение рассеяния в окрестности резонанса на много порядков превосходит дифференциальное сечение рассеяния свободных электронов (здесь не рассматривается рассеяние на нулевой угол $\theta = 0$, где имеется расходимость, обусловленная свойствами кулоновского потенциала). В нерезонансной и резонансной областях рассеяния имеется общая закономерность (рис. 3): вероятность процесса в сильно флуктуирующем электромагнитном поле всегда больше вероятности в когерентном поле.

В завершение сделаем некоторые замечания. Используемое в этом разделе приближение квазистационарных состояний (с шириной Γ) эквивалентно представлению об адиабатичности включения взаимодействия электрона с внешним электромагнитным полем. Это приводит к требованию $\tau \gg 1/\Gamma$, где τ — время включения и выключения импульса или время нахождения электронов в поле волны. Кроме того, величина Γ накладывает следующее ограничение на спектральную ширину ($\Delta\omega_k$) источника сжатого электромагнитного поля: $\Gamma \gg \Delta\omega_k$. В противном случае, в условиях данной задачи, внешнее электромагнитное поле не может считаться одномодовым.

Литература

1. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **46**, 776 (1964).
2. И. И. Гольдман, ЖЭТФ **46**, 1412 (1964).
3. L. S. Brown and T. W. Kibble, Phys. Rev. **133**, 705 (1964).
4. В. И. Ритус, в сб. *Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле*, Наука, Москва (1979) (Труды ФИАН СССР 111).
5. В. П. Олейник, ЖЭТФ **53**, 1997 (1967).
6. В. П. Олейник, ЖЭТФ **52**, 1049 (1967).
7. И. Берсон, ЖЭТФ **56**, 1627 (1969).

8. И. В. Лебедев, *Оптика и спектроскопия* **32**, 120 (1972).
9. М. В. Федоров, *ЖЭТФ* **68**, 1209 (1975).
10. А. В. Борисов, В. И. Жуковский, П. А. Эминов, *ЖЭТФ* **78**, 530 (1980).
11. J. Bergou, S. Varro, and M. V. Fedorov, *J. Phys. A* **14**, 2305 (1981).
12. J. Bergou and S. Varro, *J. Phys. A* **14**, 2281 (1981).
13. В. П. Крайнов, С. П. Рошупкин, в сб. *Взаимодействие лазерного излучения с резонансными средами*, Энергоиздат, Москва (1982).
14. И. Ф. Гинзбург, Г. Л. Политыко, *ЯФ* **40**, 1495 (1984).
15. М. В. Галынский, *ЖЭТФ* **101**, 828 (1992).
16. S. P. Goreslavsky, N. V. Narozhny, O. V. Sherbachev, and V. P. Yakovlev, *Laser Phys.* **3**, 418 (1993).
17. С. П. Гореславский, Н. Б. Нарожный, О. В. Щербачев, *Письма в ЖЭТФ* **61**, 26 (1996).
18. Н. Б. Нарожный, М. С. Фофанов, *ЖЭТФ* **110**, 26 (1996).
19. R. Loudon and P. Knight, *J. Mod. Phys.* **34**, 709 (1987).
20. А. В. Белоусов, В. А. Коварский, О. Б. Препелица, *ЖЭТФ* **108**, 447 (1995).
21. В. П. Быков, *УФН* **161**, 145 (1991).
22. О. Б. Препелица, *ТМФ* **105**, 471 (1995).
23. V. A. Kovarsky, *Phys. Lett. A* **221**, 195 (1996).
24. М. В. Федорюк, *Метод перевала*, Наука, Москва (1987), с. 28.
25. О. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Москва, Физматгиз (1962), с. 966.
26. В. А. Коварский, *ЖЭТФ* **57**, 1217 (1969).
27. О. Б. Препелица, *Оптика и спектроскопия* **81**, 337 (1996).