

КИНЕТИКА ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА С ОБРАЗОВАНИЕМ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ДЕФЕКТОВ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ С МНОГОКОМПОНЕНТНЫМ ПАРАМЕТРОМ ПОРЯДКА

А. С. Зельцер, А. В. Радиевский, А. Э. Филиппов

Донецкий физико-технический институт Национальной академии наук Украины
340114, Донецк, Украина

Поступила в редакцию 17 июня 1996 г.

Исследована кинетика фазового перехода к сверхпроводимости многокомпонентных сверхпроводников в нулевом внешнем поле. Показано, что на пути к равновесию сверхпроводник проходит через промежуточное вихреподобное состояние, содержащее доменные стенки, одноквантовые и многоквантовые аксиально-несимметричные вихри и антивихри. Найдены энергия и другие параметры доменных стенок. Рассмотрены жесткие цилиндрические сверхпроводящие домены и установлен критерий их локальной устойчивости.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование кинетики формирования и устойчивого существования нетривиальных локализованных структур в средах различной физической природы (элементарные частицы, конденсированные среды, физика космоса и др.) является бурно развивающейся областью физики с большим числом публикаций (см., например, [1–13] и цитированную там литературу).

К настоящему времени хорошо установлено, что из всего разнообразия неоднородных состояний, зарождающихся в результате спонтанного нарушения симметрии, устойчиво существовать могут лишь объекты, наделенные нетривиальной топологической структурой (которую невозможно непрерывным образом преобразовать в однородную), т. е. обладающие топологическим зарядом. Поэтому исследование неоднородных структур начинается с выяснения возможных топологических классов и подклассов, на которые можно разделить дефекты в конкретной неравновесной среде. В частности, в конденсированных средах имеются многочисленные примеры топологически устойчивых дефектов (нарушений локального равновесия): линейные особенности (вихри в сверхпроводниках и сверхтекучем He^3 , вертикальные блоховские линии в магнетиках и др.); особенности в виде точек (ежи, монополи в жидких кристаллах, сверхтекучем He^3 , блоховские точки в магнетиках и др.); особенности в виде поверхностей (доменные стенки в сверхтекучем He^3 , магнетиках и многокомпонентных сверхпроводниках и т. д.).

Наличие законов сохранения топологического заряда определяет не только устойчивость перечисленных структур по отношению к слабым внешним воздействиям и диссипации, но и во многих случаях определяет характер взаимодействия между дефектами. Ярким примером может служить явление топологического конфайнмента. В конденсированных средах наблюдаются два типа конфайнмента: когда один дефект служит

границей другого дефекта более высокой размерности, либо может существовать лишь внутри другого объекта, из которого не может выйти. Последний тип конфайнмента весьма распространен в магнетиках, сверхтекучем He^3 и, как будет показано ниже, может встречаться в многокомпонентных сверхпроводниках.

Изучение кинетики формирования топологических дефектов, их движения, взаимодействия друг с другом, взаимопревращения, слияния и аннигиляции является наиболее сложным этапом исследования. Существенное продвижение в перечисленных вопросах достигнуто лишь в исследовании систем с достаточно простым параметром порядка и малой пространственной размерности — вихри в сверхтекучем He и обычных сверхпроводниках [4, 13–16], доменные стенки и вихри в магнетиках [17].

Повышение числа компонент параметра порядка, например в случае жидких кристаллов, сильно усложняет задачу [2–3, 9]. Для такой интересной физической системы как He^3 число компонент параметра порядка достигает $n = 18$, что приводит к многообразию сверхтекучих фаз [1, 18, 19], сочетающих в себе свойства магнетиков, жидких кристаллов, сегнетоэлектриков и многокомпонентных сверхпроводников. Исследование кинетики He^3 сталкивается с колоссальными трудностями [1, 12]. Строгий анализ возможных топологических особенностей в системе He^3 , выполненный методами гомотопических групп [18, 19], допускает конфигурации в виде доменных стенок, вихрей, частицеподобных возбуждений и т. д., причем топологические объекты в He^3 помимо топологического заряда могут характеризоваться также и элементами группы симметрии, а среди дефектов, имеющих кор (вихри), различают сингулярные и несингулярные [1, 11]. Существование большинства из этих дефектов, а также их сложных комбинаций (например цепочек вихрей, расположенных в слоях) обнаружено экспериментально [10, 12, 20].

Вплотную по своей сложности к He^3 примыкают экзотические сверхпроводники с «тяжелыми фермионами» [21, 22], где экспериментально установлена многокомпонентность параметра порядка (число компонент параметра порядка может достигать $n = 10$ [23]). Если принять во внимание существующую аналогию между многокомпонентными сверхпроводниками и сверхтекучим He^3 [21, 18], то можно ожидать, что и в исследуемых сверхпроводниках могут возникать топологические особенности аналогичные конфигурациям, обнаруженным в He^3 . Насколько нам известно из доступной литературы, кинетика формирования вихревого состояния в этих сверхпроводниках фактически не изучалась, однако ввиду многокомпонентности параметра порядка и наличия калибровочного вектор-потенциала (влияние которого особенно существенно именно в кинетике) она может быть весьма нетривиальной по сравнению с известными результатами для обычных сверхпроводников [14–16].

Сложность состоит в том, что зародышеобразование и формирование вихревого состояния в данных системах неразделимы и образуют по сути единый процесс перехода. Полной картины этого процесса на сегодняшний день нет. Можно надеяться, что прямое численное моделирование фазового перехода в многокомпонентных сверхпроводниках поможет внести определенную ясность в понимание перечисленных вопросов. Решению этой задачи и посвящена настоящая работа.

2. МОДЕЛЬ

Феноменологическое исследование экзотических сверхпроводников может быть проведено независимо от анализа микроскопического механизма спаривания [21, 22]. Принято считать, что фазовый переход к сверхпроводимости связан с понижением исходной полной симметрии сверхпроводящего кристалла $G = G_0 \times R \times U(1)$, где G_0 — точечная группа макроскопической симметрии кристалла, R — операция обращения времени, $U(1)$ — группа калибровочных преобразований. Если переход сопровождается нарушением лишь калибровочной инвариантности, то говорят об обычной сверхпроводимости. При этом параметр порядка Δ является комплексным скаляром (двухкомпонентен, $n = 2$). Если же в дополнение к нарушению калибровочной инвариантности в сверхпроводящем состоянии наблюдается нарушение симметрии направлений или временной четности R , то говорят о необычной (экзотической) сверхпроводимости. Параметр порядка в последнем случае может быть разложен по базису одного из неприводимых представлений точечной группы кристалла

$$\Delta(\mathbf{k}) = \Sigma \eta_j \Phi_j(\mathbf{k}). \quad (1)$$

Если размерность соответствующего представления больше единицы, то параметр порядка многокомпонентен ($n > 2$) и функционал Гинзбурга–Ландау получается в результате разложения энергии вблизи T_c по степеням η_j в виде комбинаций, инвариантных относительно всех операций симметрии системы.

Симметричный анализ сверхпроводящих классов систем с тяжелыми фермионами [21, 22, 24] показывает, что они могут быть отнесены к системам с анизотропным спариванием d -типа. При определенных ограничениях это позволяет записать простейший функционал Гинзбурга–Ландау в виде (см. также [25–32])

$$F = \frac{1}{2} \int dv \left\{ a \boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\eta}^* + \frac{\beta_1}{2} (\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\eta}^*)^2 + \frac{\beta_2}{2} |\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\eta}|^2 + \beta_3 (|\eta_x|^4 + |\eta_y|^4) + K_1 D_i^* \eta_j^* D_i \eta_j + K_2 D_i^* \eta_i^* D_j \eta_j + K_3 D_i^* \eta_j^* D_j \eta_i + K_4 D_z^* \eta_j^* D_z \eta_j + \gamma (\text{rot } \mathbf{A})^2 \right\}, \quad (2)$$

где $D_j = \partial_j - igA_j$, $j = x, y$; $\mathbf{A}$ — вектор-потенциал; $\boldsymbol{\eta} = \{\eta_x, \eta_y\}$ — параметр порядка с комплексными векторными компонентами $\eta_x = \eta_1 + i\eta_2$, $\eta_y = \eta_3 + i\eta_4$; $a = \alpha(T - T_c)$; $\beta_1, \beta_2, \beta_3, K_j$ — феноменологические постоянные, $\gamma = 1/8\pi$, $g = 2e/\hbar c$. Условия магнитной устойчивости [22, 26, 28] и требование положительной определенности формы четвертого порядка в (2) накладывают следующие ограничения на величины $\beta_1, \beta_2, \beta_3, K_j$:

$$K_1 > |K_2|, \quad K_1 + K_2 + K_3 > |K_2|, \quad K_4 > 0, \\ \beta_1 + \beta_2 + \frac{\beta_3}{2} + \min \left\{ \frac{\beta_3}{2}, -\frac{\beta_2 + |\beta_2|}{2} \right\} > 0. \quad (3)$$

Все перечисленные новые сверхпроводники являются хорошими сверхпроводниками второго рода (параметр Гинзбурга–Ландау $\kappa \gg 1$).

3. ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА. РЕНОРМГРУППОВОЙ АНАЛИЗ

Исследованию функционалов типа (2) посвящено большое число работ [25–32], в том числе построена и фазовая диаграмма. В настоящем разделе обсуждаются флуктуационные поправки к результатам теории Ландау.

Во флуктуационной области параметры разложения свободной энергии (2) перенормируются развитыми критическими флуктуациями. Эти перенормировки описываются уравнениями ренормгруппы, которые в первом ϵ -приближении имеют вид [26]

$$\begin{aligned} u' &= u - 5u^2 - w^2 - v^2 - 2u(w + 2v)\delta, \\ v' &= v - 4uv - 2v^2 - 4w^2 - 2(v^2 + 2wv + 2u^2)\delta, \\ w' &= w [1 - 2u - 4v] - (u^2 + v^2 + 5w^2)\delta, \end{aligned} \quad (4)$$

где $u = (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)/6$, $v = \beta_1/6$, $w = \beta_2/6$, а постоянная δ пропорциональна квадрату анизотропии γ^2 градиентной части функционала $\delta F = \gamma \int d^d k k_x k_y (\eta_x \eta_y^* + \eta_y \eta_x^*)$ и мала в меру ее малости. Соответствующий фазовый портрет системы уравнений (4) в осях $x = (u - w - v)/u$ ($= \beta_3/(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) = b_3$), $y = (u + w - v)/u$ ($= (2\beta_2 + \beta_3)/(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) = b_2$) приведен на рис. 1. На этом же фазовом портрете приведены границы положительной определенности и границы выгодности фаз теории среднего поля [21, 26]. Легко показать, что границы выгодности фаз совпадают с сепаратрисами ренормгрупп — линиями, разделяющими области ухода фазовых траекторий к различным границам устойчивости. Имеем следующие три симметрично различные фазы и условия их реализации:

$$\text{Сектор I: } \beta_2 < 0, \quad \beta_3 > 0, \quad \text{фаза } \eta = (1, 1); \quad (5a)$$

$$\text{Сектор II: } 2\beta_2 + \beta_3 < 0, \quad \beta_3 < 0, \quad \text{фаза } \eta = (1, 0) \text{ (или } (0, 1)); \quad (5b)$$

$$\text{Сектор III: } 2\beta_2 + \beta_3 > 0, \quad \beta_2 > 0, \quad \text{фаза } \eta = (1, i). \quad (5c)$$

Поскольку, согласно принятой идеологии ренормгрупп, пересечение фазовыми траекториями границ устойчивости (заштрихованы на рис. 1) означает флуктуационное индуцирование скачкообразных фазовых переходов соответственно в структуры III, II и

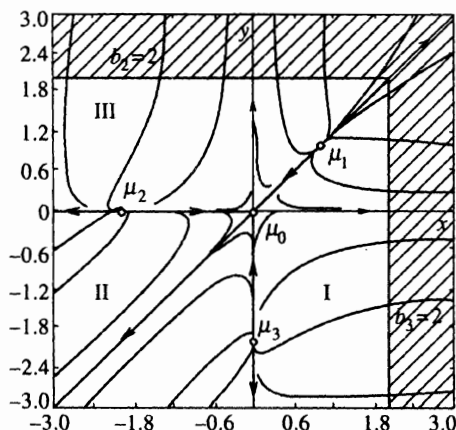


Рис. 1. Фазовая диаграмма и фазовый портрет уравнений ренормализационной группы. Границы положительной определенности формы четвертого порядка заштрихованы

I, эти структуры в результате оказываются теми же, что и предсказывавшиеся теорией Ландау. Единственное отличие состоит в смене рода фазового перехода со второго на первый. При этом, однако, система сразу переходит (при соответствующих β_j и слабой квадратичной анизотропии) в низкотемпературные фазы I или III, минуя промежуточное состояние типа II, как это имеет место в теории среднего поля.

Таким образом, при численном моделировании фазового перехода в нашей системе достаточно рассмотреть три набора параметров функционала Гинзбурга–Ландау, соответствующих трем симметрично различным фазам (5a)–(5c).

Ранее было показано, что функционал (2) принадлежит к классу универсальности функционалов Гинзбурга–Ландау со взаимодействующими векторными полями [30] $\phi_1 = (\eta_1, \eta_2)$, $\phi = (\eta_3, \eta_4)$, которые в контексте настоящей работы удобно использовать для пояснения топологии. В частности, при $\beta_2 > 0$ реализуется фаза $\phi_1 \perp \phi_2$, а при $\beta_2 < 0$ соответственно фаза $\phi_1 \parallel \phi_2$. Разность фаз $(\varphi_1 - \varphi_2)$ имеет смысл угла между векторами ϕ_1 и ϕ_2 . Кроме того, в работе [26] было показано, что функционал (2) имеет дополнительную симметрию относительно одновременной замены вершин $(-\beta_3) \leftrightarrow 2\beta_2$ и поворотов $(\eta_1 \pm \eta_4)/2^{1/2} = \varphi_{1,4}$, $(\eta_2 \pm \eta_3)/2^{1/2} = \varphi_{2,3}$, которые переводят друг в друга структуры II и III. В то же время замена $(-\beta_3) \leftrightarrow 2\beta_2$ инвертирует секторы II и III относительно линии их раздела $b_2 = 0$. Таким образом, наличие преобразований симметрии, которые переводят эти фазы друг в друга, позволяет по крайней мере теоретически исследовать лишь один (любой) из секторов, II или III. Однако прямое применение этой идеи в сильно неоднородном случае и для образцов конечных размеров не всегда оправдано, поскольку все равно требует численного же преобразования массивов данных и граничных условий для них. Удобнее было выполнить численное моделирование для каждого из этих секторов независимо и сравнить полученные результаты. Качественное, а при описанном выше выборе параметров функционала и количественное, сходство кинетики возникновения топологических особенностей в фазах II и III косвенно подтверждает правильность вычислений.

Ренормгрупповой анализ показывает, что фазовый переход к сверхпроводимости в системах с анизотропным спариванием должен быть флуктуационно индуцированным переходом первого рода [26, 30]. Как следствие, он должен сопровождаться процессами зародышеобразования. Делались попытки объяснить феноменологию этого процесса с привлечением специфических долгоживущих нелинейных возбуждений солитонного типа [33], которые существуют выше T_c и могли бы служить кандидатами на роль зародышей сверхпроводящей фазы при понижении температуры системы. В настоящей работе мы обсудим возможную роль топологических особенностей в описанном процессе.

4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Вихри есть принципиально мезоскопические образования, которые в кинетике упорядочения должны спонтанно формироваться как диссипативные аттракторы флуктуирующей системы [15]. Можно показать, что упорядочивающийся в нулевом внешнем поле обычный сверхпроводник неизбежно проходит через промежуточное вихреподобное состояние, когда среднее мезоскопическое магнитное поле $\langle \mathbf{h} \rangle = 0$, а средний квадрат не равен нулю, $\langle \mathbf{h}^2 \rangle \neq 0$. Топологические конфигурации, соответствующие парам вихрей, возникают при этом из бесформенных флуктуаций общего положения [13, 14]. Для двухкомпонентного поля дело сводится к тому, что вихри формируются в точках

пересечения линий нулей обеих компонент $\Delta(x, y)$. Флуктуации обеих компонент поля параметра порядка Δ при этом взаимодействуют с калибровочным электромагнитным полем $\mathbf{A}$, что и порождает собственно магнитные вихри.

При большем числе компонент параметра порядка Δ одновременное пересечение линий нулей всех компонент невероятно, так что простейший кинетический сценарий уже не достаточен для описания формирования и структуры возникающих вихрей. Поскольку в существовании вихревого состояния в системах с тяжелыми фермионами сомневаться не приходится [25, 29], то последнее означает, что должен существовать кинетический механизм, приводящий к спонтанному формированию аксиально-несимметричных двухквантовых вихрей. При этом нет необходимости, чтобы все компоненты параметра порядка обращались в нуль в одной точке.

В присутствии шума флуктуаций $f(\mathbf{r}, t)$ эволюция параметра порядка η и калибровочного поля $\mathbf{A}$ может быть описана на основе известной модификации уравнений Ландау–Халатникова [13] в форме

$$\frac{\partial \eta_j}{\partial t} = -\Gamma \frac{\delta H}{\delta \eta_j} + f_j(\mathbf{r}, t), \quad \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\Gamma_A \frac{\delta H}{\delta \mathbf{A}} + f_A(\mathbf{r}, t), \quad (6)$$

где Γ и Γ_A — положительные постоянные релаксации, а корреляторы для шума флуктуаций имеют вид

$$\langle f(\mathbf{r}, t) \rangle = 0, \quad \langle f_j(\mathbf{r}, t) f_i(\mathbf{r}', t') \rangle = D \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t') \delta_{ji}. \quad (7)$$

Учитывая анизотропию исследуемых веществ (и для простоты), мы будем полагать, что все величины слабо зависят от координаты z (т. е. решать численно уравнения (6) в срезе сверхпроводника в плоскости перпендикулярной оси c) и, кроме того, в качестве первого приближения выберем $K_2, K_3 \ll K_1$. В результате имеем систему

$$\frac{\partial \eta_j}{\partial t} = \Delta \eta_j - (-1)^j (2\mathbf{A} \nabla \eta_k + \eta_k \nabla \mathbf{A}) - \eta_j [\mathbf{A}^2 - 1 + S] + b_2 M \frac{\partial M}{\partial \eta_j} + b_3 L \frac{\partial L}{\partial \eta_j} + f_j, \quad (j = 1, \dots, 4, \quad k = j - (-1)^j), \quad (8)$$

$$\vartheta_A^{-1} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\text{rot}(\text{rot } \mathbf{A}) + \frac{1}{\kappa^2} \{ [\eta_1 \nabla \eta_2 - \eta_2 \nabla \eta_1] + [\eta_3 \nabla \eta_4 - \eta_4 \nabla \eta_3] - \mathbf{A} S \} + f_A.$$

Уравнения (8) приведены к безразмерному виду стандартным образом:

$$\eta_j = \eta_j \left(\frac{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3}{a} \right)^{1/2}, \quad \vartheta_A = \frac{\Gamma_A \Gamma^{-1}}{8\pi\alpha\xi^2} \sim 1, \\ b_2 = \frac{2\beta_2 + \beta_3}{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3}, \quad b_3 = \frac{\beta_3}{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3}, \quad \xi = \left(\frac{K_1}{a} \right)^{1/2},$$

так что в (8) κ — параметр Гинзбурга–Ландау, $\kappa \gg 1$. Кроме того, для сокращения выкладок введены обозначения:

$$S = \boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\eta}^* \equiv |\eta_x|^2 + |\eta_y|^2 \equiv \sum \eta_j^2, \\ M = (\eta_x^* \eta_y - \eta_x \eta_y^*)/2i \equiv i\mathbf{e}_z [\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\eta}^*]/2 \equiv [\eta_1 \eta_4 - \eta_2 \eta_3], \\ L = (\eta_x^* \eta_y + \eta_x \eta_y^*)/2 \equiv \eta_1 \eta_3 + \eta_2 \eta_4, \\ P = |\eta_x|^2 - |\eta_y|^2 \equiv \eta_1^2 + \eta_2^2 - \eta_3^2 - \eta_4^2. \quad (9a)$$

Легко проверить, что величины M и L связаны друг с другом соотношениями

$$\eta_x \eta_y^* = L - iM, \quad \eta_x^* \eta_y = L + iM, \quad (9b)$$

кроме того, имеется важное для дальнейшего тождество

$$S^2 \equiv P^2 + (2M)^2 + (2L)^2. \quad (9c)$$

Производящий функционал Гинзбурга–Ландау (2) также можно переписать в терминах S , L , M и P (см. Приложение).

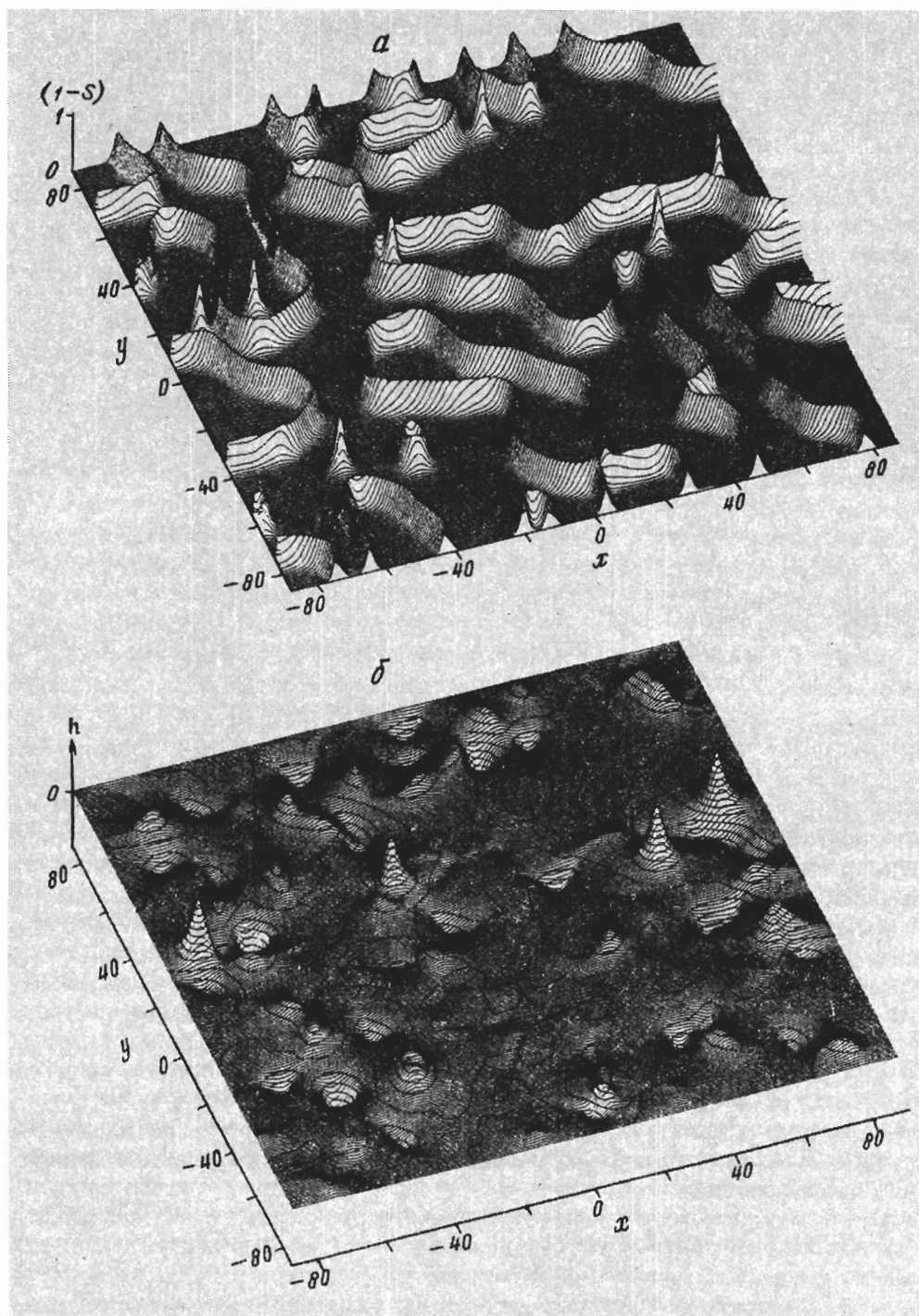
Уравнения (8) решались с помощью численного метода, использованного ранее в работах [16, 34, 35, 40]. В этих работах, в частности, была обнаружена неустойчивость планарной доменной границы, отделяющей (в кинетике) сверхпроводящую фазу от нормальной в сверхпроводниках первого рода, тогда как в сверхпроводниках второго рода такая граница стабилизируется поглощением вихревых возбуждений [34]. Кроме того, обсуждалась проблема граничных условий, особенно существенная при численном моделировании на массивах относительно небольшого объема (в нашем случае 256×256 вычислительных ячеек). Граничные условия к уравнениям (8) включают, в частности, условие непрерывности всех компонент вектора индукции $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ на границе сверхпроводника и некоторое (не вполне однозначно определенное) условие для параметра порядка η . Для сверхпроводников с малой длиной когерентности можно ограничиться простейшим требованием $\eta|_S = 0$ [36]. Физически осмысленные результаты получаются и при использовании циклических граничных условий, также достаточно простых.

4.1. Фаза $\eta = (1, i)$

Как отмечено выше, качественно картины образования и эволюции топологических особенностей во всех фазах многокомпонентного сверхпроводника весьма схожи между собой. Поэтому мы дадим подробное изложение результатов моделирования и их анализ лишь для фазы $\eta = (1, i)$ (сектор III), которая представляет наибольший практический интерес для системы UPt_3 , а затем очень коротко остановимся на особенностях поведения в фазах секторов I и II.

Для UPt_3 из эксперимента получены оценки $\beta_1 \sim \beta_2$ [27, 29]. При этом в отсутствие внешнего поля реализуется фаза с нарушенной инвариантностью по отношению к инверсии времени, так что основное состояние сверхпроводника двукратно вырождено по направлению вектора $i[\eta\eta^*]$ (соответствует вырождению по разности фаз

$(\varphi_1 - \varphi_2) = \pm\pi/2$). Существенно, что эти состояния разделены энергетическим барьером. Заметим, что величина $i[\eta\eta^*]$ пропорциональна орбитальному моменту куперовской пары [21] и соответствующее однородное сверхпроводящее состояние является магнитным. Фрагмент системы, содержащий типичные конфигурации модуля параметра порядка η и магнитного поля $\mathbf{h} = \text{rot } \mathbf{A}$ (в нулевом внешнем магнитном поле), на промежуточных этапах ее эволюции с начальными условиями в виде флуктуаций общего положения представлен на рис. 2 (соответственно а и б). Хорошо видны особенности: «проколы» и «каналы» шириной Δ на поверхности $\eta(x, y)$ с разным направлением поля («вихри» и «антивихри»). Появление предсказанных еще в [21] доменных стенок, в которых параметр порядка ниже равновесного, но отличен от нуля, составляет основную качественную новизну кинетики упорядочения сверхпроводников с многокомпонентным параметром порядка.



На промежуточных этапах перехода к сверхпроводимости доменные стенки вместе с вихревыми образованиями образуют сложную, иногда очень запутанную конфигурацию. Однако при стремлении системы к равновесию (при $t \rightarrow \infty$) из всей совокупности неоднородностей «выживают» только доменные стенки, закрепленные на границах (например, на границах гранул). Остальные неоднородности, пары вихрь-антивихрь, а также замкнутые доменные стенки со временем схлопываются. По аналогии с цилиндрическими магнитными доменами, области сверхпроводника внутри замкнутых доменных стенок можно назвать цилиндрическими сверхпроводящими доменами.

На начальных этапах замкнутая доменная стенка, постепенно сжимаясь, приобретает кольцевую форму. Затем она либо переходит в однородное состояние, либо порождает двухквантовый, $\Phi = 2\Phi_0$, вихрь, в центре кора которого все компоненты параметра порядка стремятся к нулю. В последнем случае доменная стенка с самого начала имеет «топологический заряд», связанный с набегом фазы на 2π вдоль внешней границы цилиндрических сверхпроводящих доменов каждого из векторов ϕ_1 и ϕ_2 . Она захватывает магнитный поток $\Phi = 2\Phi_0$, неравномерно распределенный вдоль нее на ранних этапах, и постепенно формирует его в «обычный» двухквантовый аксиально-несимметричный вихрь. Типичная начальная топология и эволюция цилиндрического сверхпроводящего домена, формирующегося в двухквантовый вихрь, представлена на рис. 3. Численное обнаружение доменных стенок делает желательным получение для них хотя бы приближенного аналитического решения. Для этого исходную систему уравнений следует редуцировать таким образом, чтобы максимально проэксплуатировать известные результаты численного моделирования, сохранив по возможности ее нетривиальные свойства. Прежде всего заметим, что, по крайней мере там, где кривизна доменной стенки невелика, хорошее приближение может быть получено уже из одномерной версии уравнений (8). Можно убедиться также, что калибровочное поле A мало искажает искомые решения для η_j ($\kappa \gg 1$). Наконец, численное моделирование показывает, что скорость эволюции всех флуктуирующих полей системы в окрестности доменной стенки аномально (логарифмически) низка по сравнению со скоростью их релаксации к этим доменным стенкам. Это достаточно типично для аттракторных траекторий, являющихся «самым медленным» путем системы к равновесию. В свою очередь, схлопывающиеся доменные стенки (и в особенности обладающие топологическим зарядом цилиндрические сверхпроводящие домены) являются так называемыми «прекурсорами» для еще более низкоразмерных сингулярных вихрей.

Учитывая сказанное, для описания медленно релаксирующих доменных стенок достаточно исследовать статическую редуцированную систему для поля η :

$$\frac{d^2 S}{dx^2} - 2 \left[\sum_j \left(\frac{d\eta_j}{dx} \right)^2 \right] - 2S(S-1) + 4b_2 M^2 + 4b_3 L^2 = 0, \quad (10a)$$

Рис. 2. Фаза $\eta = (1, i)$. Фрагмент системы на промежуточном этапе ее эволюции при параметрах функционала Гинзбурга-Ландау: $b_2 = 1$, $b_3 = -0.5$, $\kappa = 10$: a — конфигурация параметра порядка $\eta(x, y)$ (для наглядности показана в виде функции $(1-S)$, где $S = \eta\eta^*$); b — то же для магнитного поля h . Видно взаимное соответствие между распределением $h(x, y)$ и неоднородностями в поверхности $(1-S)$ на рис. 2а. Двухквантовые вихри здесь сформировались в результате сжатия доменной стенки с захваченным магнитным потоком

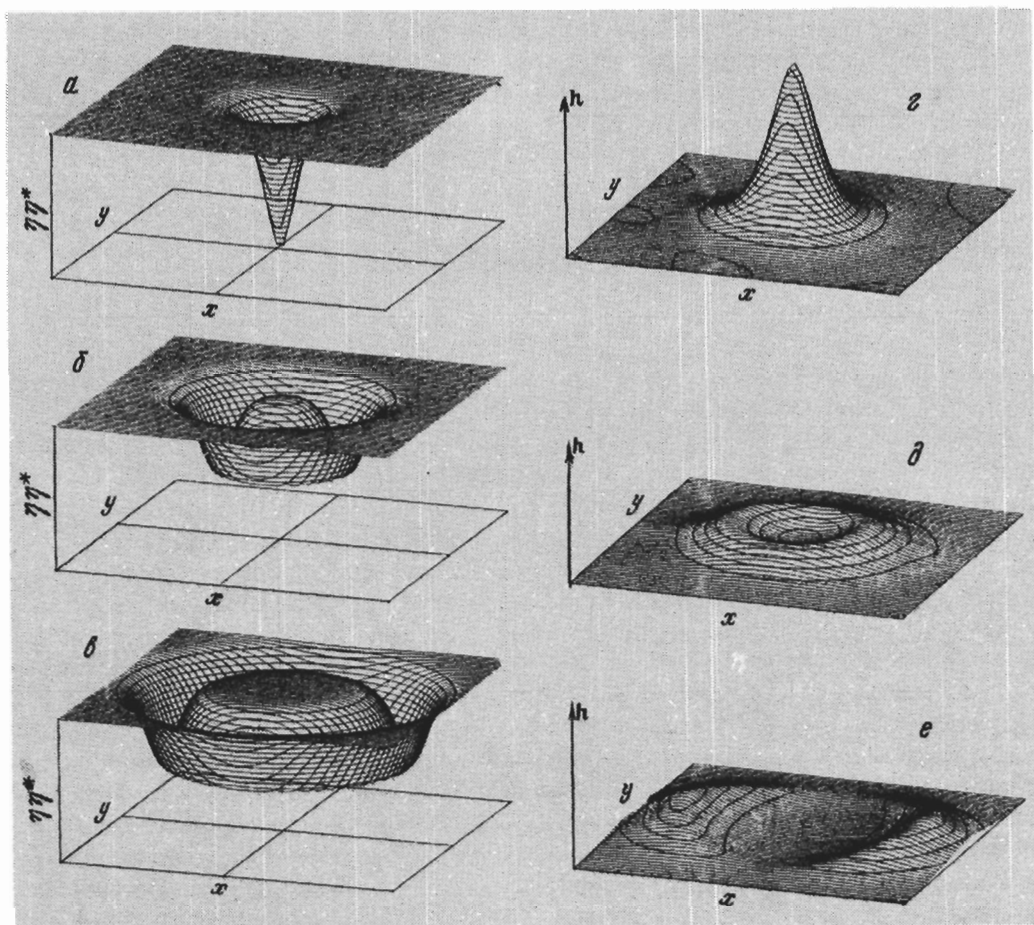


Рис. 3. Начальная топология и эволюция цилиндрического сверхпроводящего домена, формирующегося в двухквантовый вихрь

$$\frac{d^2 M}{dx^2} - 2 \left[\frac{d\eta_1}{dx} \frac{d\eta_4}{dx} - \frac{d\eta_2}{dx} \frac{d\eta_3}{dx} \right] - 2M(S-1) + b_2 SM = 0, \quad (10b)$$

$$\frac{d^2 L}{dx^2} - 2 \left[\frac{d\eta_1}{dx} \frac{d\eta_3}{dx} + \frac{d\eta_2}{dx} \frac{d\eta_4}{dx} \right] - 2L(S-1) + b_3 SL = 0, \quad (10c)$$

$$\frac{d^2 P}{dx^2} - 2 \left[\left(\frac{d\eta_1}{dx} \right)^2 + \left(\frac{d\eta_2}{dx} \right)^2 - \left(\frac{d\eta_3}{dx} \right)^2 - \left(\frac{d\eta_4}{dx} \right)^2 \right] - 2P(S-1) = 0, \quad (10d)$$

а затем при необходимости определить поле $\mathbf{h}$, используя полученные результаты. Однако даже в такой форме система все еще очень сложна. Для ее решения мы воспользовались методом верифицируемых малостей, использованным недавно в [13]. Вкратце суть его в том, что, решая вначале численно систему (10), мы устанавливаем, какие члены уравнений (или их комбинации) малы по сравнению с остальными в широком интервале параметров задачи.

В частности, было обнаружено, что в фазе III при выборе параметра $b_3 < 0$ величина $L \rightarrow 0$. Кроме того, слагаемые, выделенные в уравнениях (10b) квадратными скобками, малы, так что, пренебрегая ими и учитывая тождество (9c), можно свести систему (10) к уравнениям, содержащим только пару независимых инвариантов S и M . Затем, используя различные проекции фазового портрета системы в пространстве $(S, M, dS/dx, dM/dx)$, можно установить приближенную связь между этими переменными в области доменной стенки, после чего решить остающееся единственное уравнение.

После реализации описанной процедуры была найдена следующая приближенная связь: $S(M) \simeq 1 + b_2(2 - b_2)M^2$ (в действительности выполняющаяся с точностью до 10^{-2} на фоне единицы!), на которой уравнение для M сводится к простой форме уравнения [5, 7, 17]:

$$\frac{d^2 M}{dx^2} + b_2 M - b_2(2 - b_2)^2 M^3 = 0, \quad (11)$$

имеющей при граничных условиях $x \rightarrow -\infty, M \rightarrow -M_0 \equiv -1/(2 - b_2), x \rightarrow +\infty, M \rightarrow +M_0$ широко известное решение:

$$M(x) = \eta_1 \eta_4 - \eta_2 \eta_3 = Q \operatorname{th} \frac{x}{\Delta}. \quad (12)$$

Здесь

$$\Delta = \xi(2/b_2)^{1/2} = \xi \left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{\beta_2} \right)^{1/2} \quad (13)$$

— ширина стенки, $Q = (M_{+\infty} - M_{-\infty})/2$ — ее топологический заряд. Соответственно для $S(x)$ получаем аналитическое приближение в виде так называемого «темного солитона»:

$$S(x) = \Sigma \eta_i^2 = 1 + b_2 \left(\operatorname{th} \frac{x}{\Delta} \right)^2 / (2 - b_2). \quad (14)$$

Подставляя в тождество (9c) выражения (12), (14), легко находим явную зависимость $P(x)$:

$$P(x) = \pm \left\{ \left(1 - \left(\operatorname{th} \frac{x}{\Delta} \right)^2 \right) \left[(2 - b_2)^2 - b_2^2 \left(\operatorname{th} \frac{x}{\Delta} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} / (2 - b_2) \quad (15)$$

— «солитон» с нулевыми условиями на бесконечности. Из (15) следует, что при любых $b_2 \leq 1$ решения описывают распределения физических величин на произвольных расстояниях от центра стенки, в то время как при $b_2 > 1$ решения применимы лишь на расстояниях от центра стенки порядка $x \leq \Delta \operatorname{Arctg}\{(2 - b_2)/b_2\}$.

Выше мы рассмотрели ситуацию с параметром $b_3 < 0$, когда в сверхпроводнике величина $L \rightarrow 0$. Если выбрать $b_3 > 0$ (но, естественно, так, чтобы по-прежнему оставаться в секторе III, т.е. $b_2 > b_3 > 0$), то оказывается, что теперь в стенке равна нулю величина $P(x) \rightarrow 0$, а $L(x)$ отличен от нуля. В этом случае для получения решения $L(x)$ достаточно вновь воспользоваться тождеством (9c), что приводит к замене в (15) $P \rightarrow 2L$.

Описанные результаты суммированы на рис. 4, из которого видно, что на большей части массива величина S имеет практически равновесное значение. На этом фоне имеется несколько областей шириной Δ , где амплитуда S понижена и изменяется в пределах

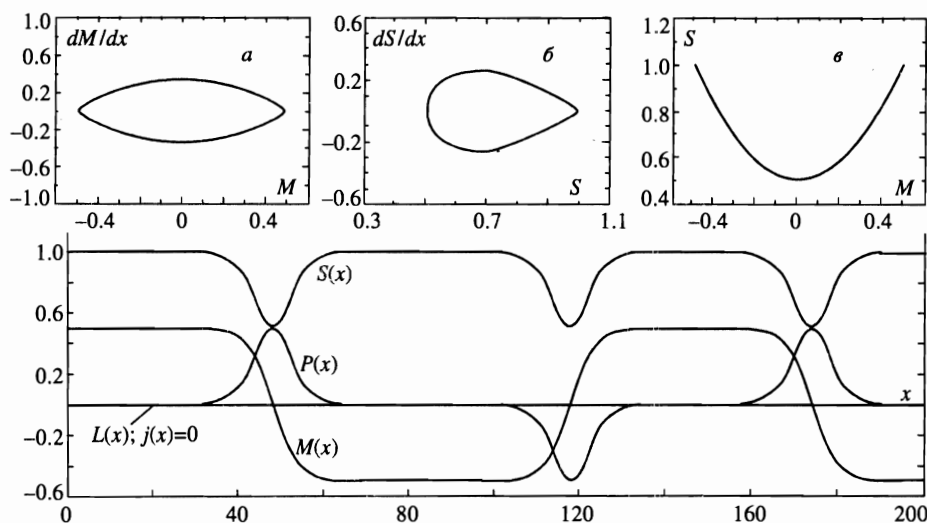


Рис. 4. Фаза $\eta = (1, i)$. Численно найденное распределение величин $S(x)$, $M(x)$, $L(x)$, $P(x)$ и плотности тока $j(x)$ при $\xi = 5$, $\kappa = 10$, $b_2 = 1$, $b_3 = -1$. На рисунках (а-в) показаны проекции фазового портрета соответственно на подпространства $(M, dM/dx)$, $(S, dS/dx)$ и (M, S) . Аналитические оценки для неоднородностей (в окрестности каждой из них порядка $\pm\Delta$) практически неотличимы от численных кривых и на этом рисунке не приведены

$S_0 > S > \text{const} \neq 0$. В тех местах, где модуль параметра порядка имеет минимум, величина M меняет знак и на тех же расстояниях ($\propto \Delta$) по обе стороны от минимума выходит на постоянные значения порядка равновесного $\pm M_0$, в то время как величина P отлична от нуля лишь в центре стенки и на тех же расстояниях выходит на нулевые значения.

Показанные на рис. 4а-в проекции фазового портрета соответственно на подпространства $(S, dS/dx)$, $(M, dM/dx)$ и (S, M) иллюстрируют связи между этими величинами, упомянутые при получении аналитических оценок (12)–(15). То, что расхождение этих оценок с численными результатами (при b_2 в пределах от 0 до 1.85) не превышает уровень шума, свидетельствует в пользу сделанных выше приближений.

Добавочный сдвиг фазы $(\varphi_1 - \varphi_2) = \theta(x)$ в солитоне (12) достигает величины $\pm\pi$ и определяется соотношением

$$\sin(\theta(x)) \left(1 - b_2 + b_2 \left(\text{th} \frac{x}{\Delta} \right)^2 \right)^{1/2} = \text{th} \frac{x}{\Delta}, \quad (16)$$

справедливым при $b_2 \leq 1$. В пределе $b_2 \rightarrow 0$ приходим к выражению $\sin(\theta(x)) = \text{th}(x/\Delta)$, которое совпадает с соответствующим выражением в [21], полученным в пределе большой анизотропии $\beta_3 \rightarrow \infty$. В другом важном пределе, $b_2 \rightarrow 1$, имеем скачок фазы на $\pm\pi$ в середине стенки $\sin(\theta(x)) = \text{sign}(\text{th}(x/\Delta))$, последнее выполняется и при $1 < b_2 < 2$. Можно непосредственно проверить, что величина полного электрического тока поперек стенки равна нулю.

Стенка, таким образом, отделяет друг от друга два равновесных состояния с разным знаком M (направлением намагниченности), разделенных энергетическим барьером, и поэтому является устойчивым топологическим образованием. С наличием доменной

стенки связана конечная положительная добавка в свободную энергию сверхпроводника

$$\Delta F = \int (F(x) - F_0) dV = \sigma S, \quad (17)$$

здесь S — площадь стенки (yz), а σ — энергия, приходящаяся на единицу площади (без учета энергии магнитного поля),

$$\sigma = H_c^2 b_2 (3 - b_2) \Delta / 12\pi (2 - b_2) > 0, \quad (18)$$

где H_c — критическое термодинамическое поле в фазе $\eta = (1, i)$,

$$H_c^2 = 8\pi a^2 / (2 - b_2)(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3). \quad (19)$$

Поскольку $\sigma > 0$, состояние сверхпроводника является метастабильным и может существовать лишь при условии, что доменная стенка запиннингована на границах. Не исключен также вариант, когда весь образец разбивается на полосовую доменную структуру, что может привести в результате к понижению полной энергии (энергия стенок + энергия размагничивания магнитных доменов). Поверхностная энергия стенки монотонно зависит от параметра $b_2 = (2\beta_2 + \beta_3)/(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)$. При $b_2 \rightarrow 0$ энергия стремится к нулю, $\sigma \rightarrow 0$, а при увеличении b_2 энергия возрастает.

При $b_2 \rightarrow 2$, т. е. вблизи границы устойчивости (см. рис. 1), энергия стенки формально стремится к бесконечности, $\sigma \rightarrow \infty$. В этом пределе оценки (12)–(18) теряют силу. Тем не менее сам факт нарастания σ вблизи границ устойчивости достаточно типичен для феноменологии флуктуационного индуцирования слабого перехода первого рода [13]. В этой области системе необходимо затратить значительную энергию для образования протяженных доменных стенок, что в конечном счете и служит причиной порогового зародышеобразования.

Качественная картина образования и эволюции топологических особенностей при больших σ ($b_2 \rightarrow 2$) мало отличается от уже рассмотренного случая ($b_2 = 1$). Новые интересные детали поведения системы проявляются лишь при малых энергиях стенки ($b_2 \rightarrow 0$), см. рис. 5. В частности, оказывается, что в системе присутствуют локализованные одноквантовые несингулярные вихри (хорошо различимые проколы параметра порядка), которые цепочками расположены внутри стенок. В некоторых случаях встречаются незамкнутые доменные стенки, на конце которых находится вихрь. При больших энергиях стенки аналогичные несингулярные вихри внутри доменной стенки хорошо заметны лишь в картине магнитного поля, тогда как проколы в параметре порядка практически не видны (рис. 2, 3). В коре такого вихря только две компоненты из четырех равны нулю, и в его центре модуль параметра порядка приближенно равен $S_0/2$. Величина же параметра порядка в самой стенке, определяемая выражением (14), при больших энергиях может быть значительно меньше $S(x=0) \ll S_0/2$ ($= 1/(2-b)$). Поэтому в последнем случае форма вихря в большей мере определяется зависимостью $S(x)$ и в результате вихрь как бы сливается со стенкой. Ясно, что при произвольном выборе параметров функционала форма одноквантовых вихрей в стенке будет отличаться от круговой — вихри имеют тенденцию растягиваться вдоль стенки при увеличении поверхностной энергии.

Еще одной интересной деталью поведения сверхпроводника при малых σ является аномально медленная релаксация реализуемой в численном эксперименте конфигурации, когда в одной замкнутой стенке имеется цепочка одноквантовых вихрей с t

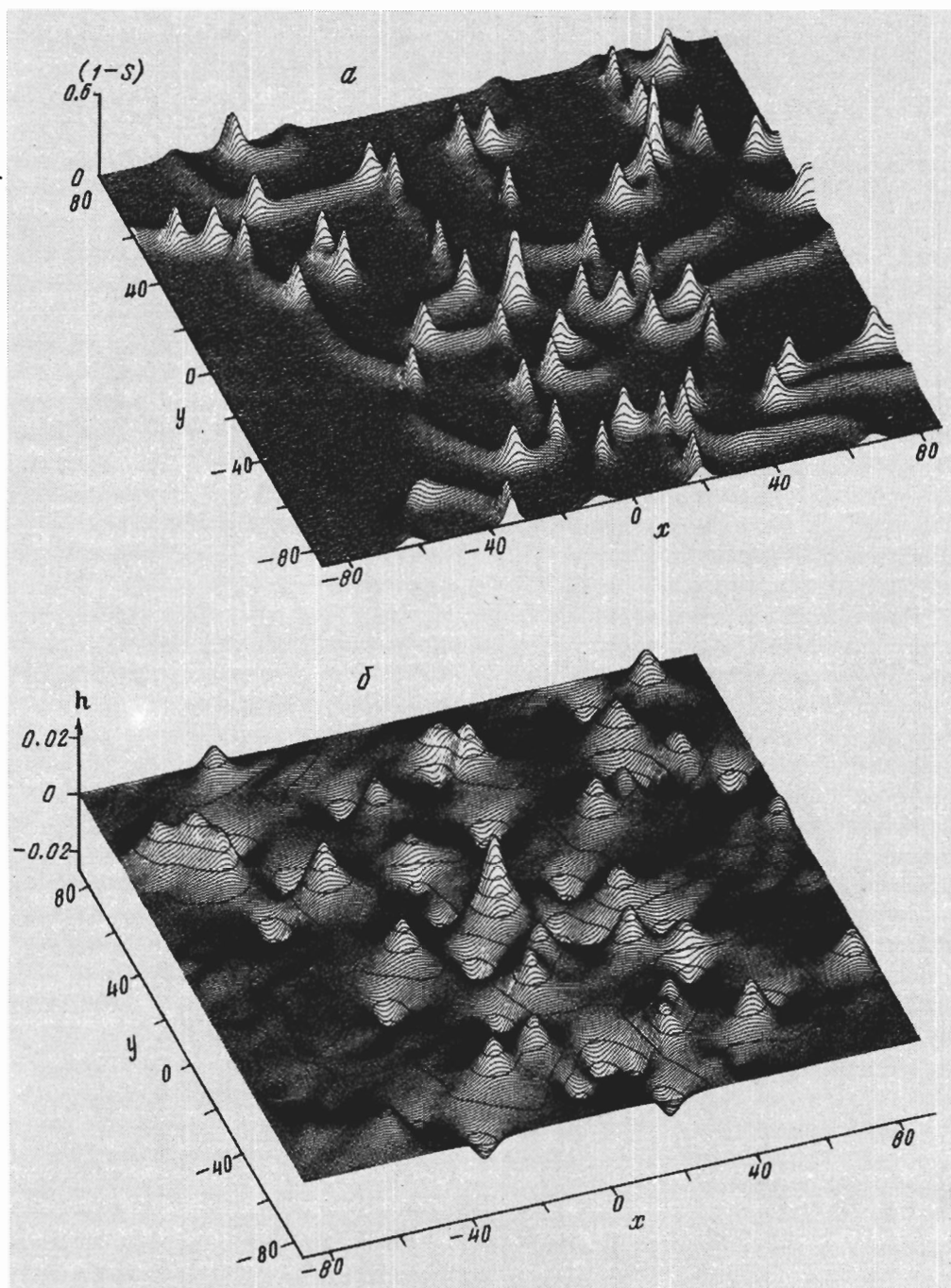


Рис. 5. То же, что и на рис. 2 при малой поверхностной энергии. Параметры функционала Гинзбурга-Ландау: $b_2 = 0.1$ (на рис. 2 $b_2 = 1$), $b_3 = -0.5$, $\kappa = 10$: a — типичная конфигурация величины $(1 - S) \equiv 1 - \eta\eta^*$, b — магнитного поля h

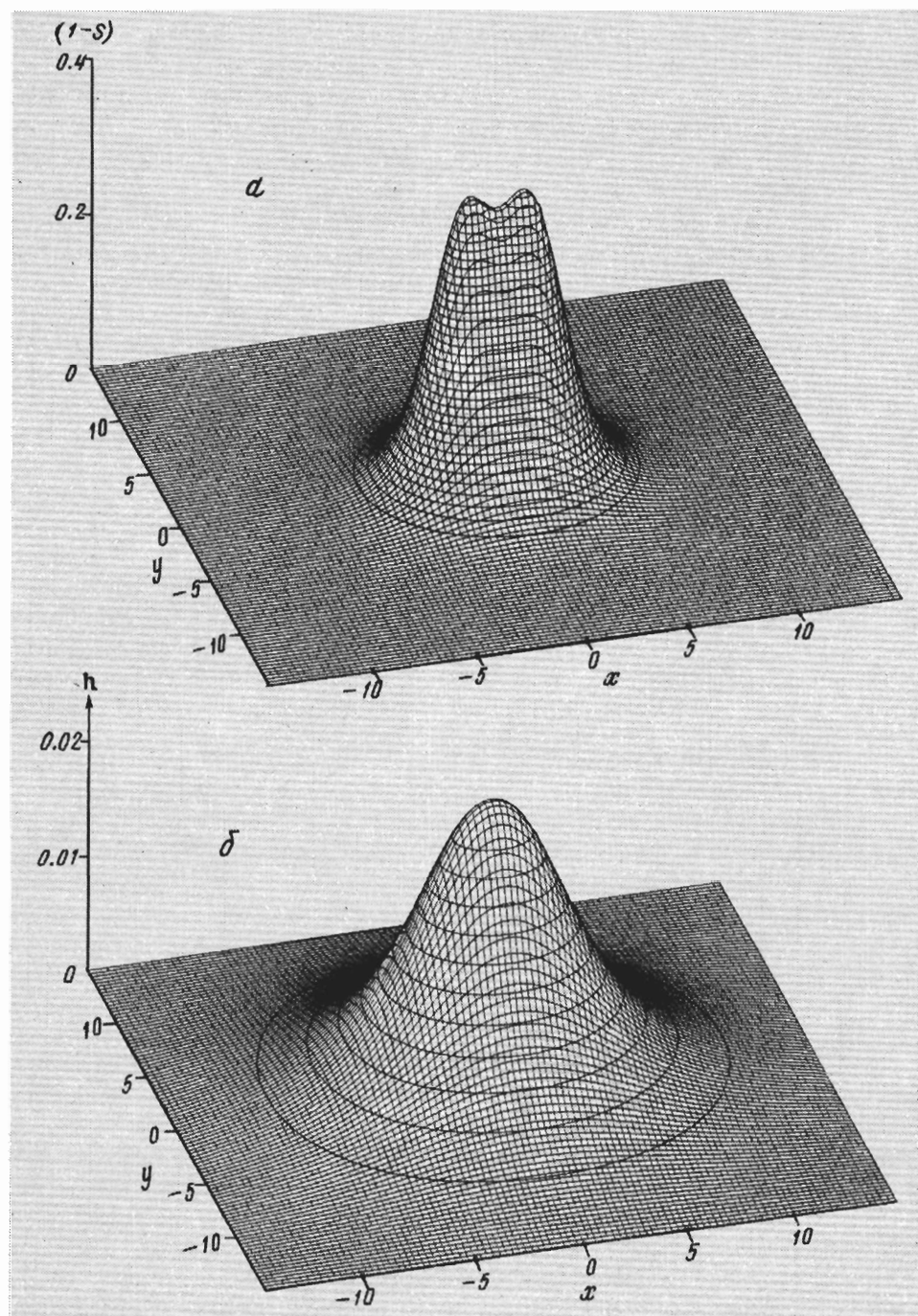


Рис. 6. Результат эволюции цилиндрического сверхпроводящего домена при малых значениях поверхностной энергии. Двухквантовый вихрь расщеплен

вихрями и n антивихрями и $m \neq n$. В эксперименте, например, нередко встречаются случаи, когда $m \gg n$ или наоборот, хотя наиболее типичны все же описанные выше случаи, когда либо $m = n$ — цилиндрический сверхпроводящий домен без топологического заряда, релаксирующий в однородное состояние, — либо $m = 2, n = 0$ (или наоборот) — цилиндрический сверхпроводящий домен с топологическим зарядом, релаксирующий в аксиально-несимметричный двухквантовый вихрь (антивихрь). Заметим, однако, что при малых σ вихри, расположенные в массиве сверхпроводника, существенно трансформируются — они вырождаются в два близлежащих, $\sim \Delta$, одноквантовых несингулярных вихря (рис. 6а). Распределение магнитного поля этой конфигурации довольно близко к круговому (рис. 6б). Случай $m \gg n$ тесно связан с вопросом о локальной устойчивости цилиндрического сверхпроводящего домена и будет рассмотрен ниже. Подчеркнем, что величина полного магнитного потока через поверхность образца контролировалась в течение всего времени численного эксперимента и сохранялась неизменной, $\Phi = 0$. Иными словами, полный топологический заряд всего образца равен нулю.

Полученная в результате численного решения при малых σ картина напоминает экспериментальную ситуацию во вращающемся He^3 [10, 12], где наблюдаются так называемые вихревые слои с цепочками вихрей. Сходство это отнюдь не случайно, а обусловлено как общим происхождением (спонтанное нарушение симметрии), так и сходством параметра порядка в He^3 и многокомпонентных сверхпроводниках. В обоих случаях в доменной стенке параметр порядка уже понижен и в результате этого системе энергетически более выгодно, чтобы топологические дефекты, обладающие кором (вихри), располагались не в массиве (например сверхпроводника), а внутри или вдоль доменной стенки.

Любопытно, что при экспериментальной визуализации магнитного поля в ВТСП [37–41] также наблюдаются цепочки одноквантовых вихрей [39–41]. Данный факт интересен тем, что еще в работе [24] для ВТСП системы Y–Ba–Cu–O на основе анализа возможных сверхпроводящих классов был предложен функционал типа (2). Большинство современных экспериментальных данных, однако, свидетельствует о том, что симметрия параметра порядка в ВТСП видимо не ниже симметрии кристаллической решетки и инверсия времени не нарушена. Вместе с тем вопрос о пространственной анизотропии параметра порядка (т. е. $\Delta = \Delta(k)$) по-прежнему остается открытым [42]. Имеются многочисленные свидетельства как против d -спаривания, так и за него и даже в пользу $(s + d)$ -спаривания [42, 26]. В последних двух случаях эффективный параметр порядка оказывается существенно многокомпонентным, что приводит к функционалу типа Гинзбурга–Ландау (2) [26]. В настоящий момент ситуация остается напряженной и не решена окончательно.

Во всяком случае сравнение наших численных результатов с экспериментом [39–41] позволяет утверждать, что если ВТСП и имеет анизотропное спаривание, то параметры $b_2 = (2\beta_2 + \beta_3)/(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)$, $b_3 = \beta_3/(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)$ функционала Гинзбурга–Ландау должны быть малыми, $|b_2|, |b_3| \ll 1$. Отметим также, что в традиционной теории (s -спаривание) объяснение существования цепочек вихрей в ВТСП является весьма сложной задачей, требующей для своего объяснения дополнительных предположений [43]. Многокомпонентный параметр порядка порождает такие структуры автоматически.

4.2. Фаза $\eta = (1, 1)$

В секторе I на рис. 1 реализуется фаза $\eta = (1, 1)$ с разностью фаз $(\varphi_1 - \varphi_2) = 0, \pi$, а основное состояние двукратно вырождено по знаку величины $L = \phi_1 \phi_2 = (\eta_1 \eta_3 + \eta_2 \eta_4)$. В этом случае состояния также разделены энергетическим барьером. Для одномерного случая при соответствующей замене $b_2 \rightarrow b_3$, $M \rightarrow L$ имеем решения, полностью совпадающие по виду с (12)–(18). Стенка разделяет фазы с сонаправленными и противоположно направленными векторами ϕ_1 и ϕ_2 .

Кинетика образования вихревой структуры в фазе сектора I не отличается существенно от картины в секторе III. Результаты численного моделирования на поздних этапах эволюции качественно такие же, как и на рис. 3–6.

4.3. Фаза $\eta = (1, 0)$ (или $\eta = (0, 1)$)

В секторе II реализуется фаза $\eta = (1, 0)$ или $\eta = (0, 1)$. Состояния также разделены энергетическим барьером и вырождены по знаку величины $P = \phi_1^2 - \phi_2^2$. Здесь мы также имеем доменную стенку и сингулярные и несингулярные вихри. Распределение величин $S(x)$, $P(x)$, $M(x)$ и $L(x)$ в фазе II для одномерного случая качественно такое же, как и для других фаз. А именно, решение для параметра вырождения $P(x)$ является кинком, для параметра порядка $S(x)$ — темным солитоном. В межфазной стенке в зависимости от соотношения параметров функционала либо $M \neq 0$ при $\beta_3 < 2\beta_2 + \beta_3$, либо наоборот, $L \neq 0$ при $\beta_3 > 2\beta_2 + \beta_3$. Выражения (12)–(18) также сохраняют свою силу, необходимо лишь правильно учесть нормировку S_0 в этой фазе и заменить Δ на величину $\Delta = \xi ((2 - b)/-b)^{1/2}$, где $(-b) = \min\{|b_2|; |b_3|\}$.

5. ЛОКАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ДОМЕНОВ

Во всех фазах при малых энергиях σ встречаются аномально долгоживущие замкнутые стенки с цепочкой одноименных вихрей (упомянутая конфигурация, когда $m \gg \gg n$) — жесткие цилиндрические сверхпроводящие домены. В обычных сверхпроводниках энергия единицы длины одноквантового вихря равна: $\varepsilon_1 = (\Phi_0/4\pi\lambda)^2 \ln(\kappa + 0.08)$. Для энергии гипотетического n -квантового вихря можно получить величину $\varepsilon_n \approx n^2 \varepsilon_1$, которая в n раз превышает суммарную энергию n невзаимодействующих одноквантовых вихрей, так что образование многоквантовых вихрей энергетически невыгодно и, кроме того, нет сил, которые могли бы совершить работу для их образования.

В многокомпонентных сверхпроводниках ситуация иная. Энергетически выгодно, чтобы одноквантовые вихри находились в стенках. В то же время, система стремится сократить длину стенок (энергия стенки положительна (18)). Здесь мы имеем дело с любопытной конкретной реализацией упомянутого во Введении топологического конфайнмента объектов с различной пространственной размерностью. Такого типа конфайнмент встречается также в сверхтекучем He^3 [20] и некоторых жидких кристаллах. Стабильность конфигурации типа «вихри + стенка» обусловлена теми же причинами, что и в теории поля [5–8], и сильно напоминает ситуацию с кварками, которые по отдельности не наблюдаемы (данная аналогия в связи с He^3 указана в [1]). При разделении вихрей их энергия притяжения растет пропорционально расстоянию между ними, как и при разделении кварков. Доменная стенка при этом выступает в роли «глюонной струны», соединяющей в нашем случае одноквантовые вихри. При необходимости

аналогия может быть проведена и намного дальше, например, n -квантовые вихри — адроны, магнитное поле — фотоны и т. д. (см. [1]).

Рассмотрим, например, конфигурацию замкнутой доменной стенки с n одноименными вихрями. Аналогичная структура для вращающегося сверхтекучего He^3 была предложена в работе [10] и подробно рассматривалась в работе [12]. В нашем случае энергия стенки σ конкурирует с магнитным расталкиванием вихрей. Если $\sigma \rightarrow \infty$, то описанная конфигурация стремится сжаться в идеальный точечный n -квантовый вихрь. При конечных величинах поверхностной энергии σ конфигурация цилиндрических сверхпроводящих доменов замораживается и, если σ очень мало, равновесный диаметр такого цилиндрического домена с n одноименными вихрями может оказаться довольно значительным.

Для оценки этого диаметра рассмотрим простую модель с симметричным расположением вихрей на кольцевой доменной стенке радиусом $R \gg \xi$. Энергию такой конфигурации можно записать в виде

$$U(R) = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^N \frac{\Phi_0^2}{8\pi^2 \lambda^2} \ln \frac{\lambda}{r_{ij}} + 2\pi R \sigma, \quad (20)$$

где первый член представляет собой магнитную энергию отталкивательного взаимодействия одноквантовых вихрей на расстояниях r_{ij} друг от друга (для простоты $\xi < r_{ij} < \lambda$), а $2\pi R \sigma$ — энергия натяжения стенки. Кривизна стенки считается малой, в этом случае, как показано в [12], вклад в энергию, обусловленный кривизной, логарифмически мал и им можно пренебречь. Условие равенства сил $F = dU/dR = 0$ выполняется при

$$R_c = n(n-1)\Phi_0^2/32\pi^3\lambda^2\sigma. \quad (21)$$

В системе возникает еще один характерный масштаб длины, который необходимо сравнивать с ξ и λ . В частности, для того чтобы в центре домена величина параметра порядка была близка к равновесной, расстояние между вихрями в доменной стенке должно быть $l = 2R_c \sin(\pi/n) \gg 2\xi$. Используя явный вид σ (18) (для определенности в фазе III) и учитывая также, что по порядку величины $\Phi_0 \sim 2^{1/2}\lambda\xi H_c$ (в классических сверхпроводниках это соотношение является тождеством), условие $R_c \sin(\pi/n) \gg \xi$ можно переписать в развернутом виде:

$$3n(n-1)(2-b_2)\sin(\pi/n)/(3-b_2)(2b_2)^{1/2} \gg 1. \quad (22)$$

Неравенство (22) выполняется практически для любых $b_2 \ll 1$ и $n > 2$. Численное моделирование показывает, что при таких параметрах в исследуемой системе действительно существуют «замороженные» многоквантовые цилиндрические сверхпроводящие домены больших размеров, рис. 7. При $n = 2$ кривизной доменной стенки пренебрегать нельзя и (22) теряет силу.

При увеличении σ цилиндрический сверхпроводящий домен, например с $n = 4$, вырождается в конфигурацию, представленную на рис. 8. В центре этого «пятна» величина параметра порядка меньше равновесного, $S \ll S_0$, но не равна нулю. Распределение параметра порядка имеет хорошо выраженную тонкую структуру с характерным размером $\sim \xi$ и связанной с ней тонкой структурой магнитного поля. Отметим, что на больших расстояниях от середины этого n -квантового «пятна» вихрей создаваемое им магнитное поле изотропизуется и в эксперименте оно должно проявлять себя как один размазанный n -квантовый вихрь.

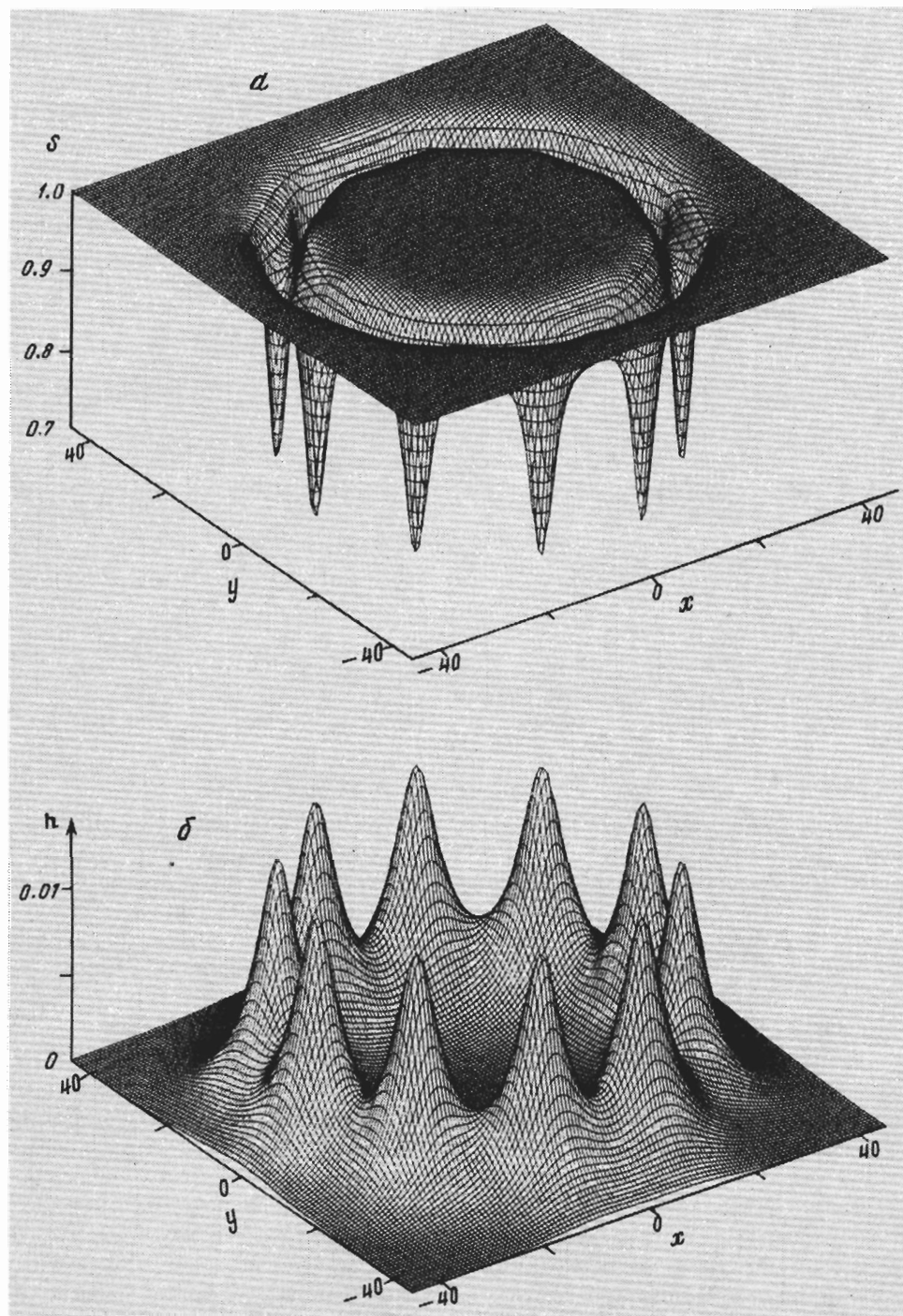


Рис. 7. Устойчивый цилиндрический сверхпроводящий домен с $n = 10$ в фазе $\eta = (1, i)$:
 а — распределение параметра порядка $S = \eta\eta^*$, б — магнитного поля

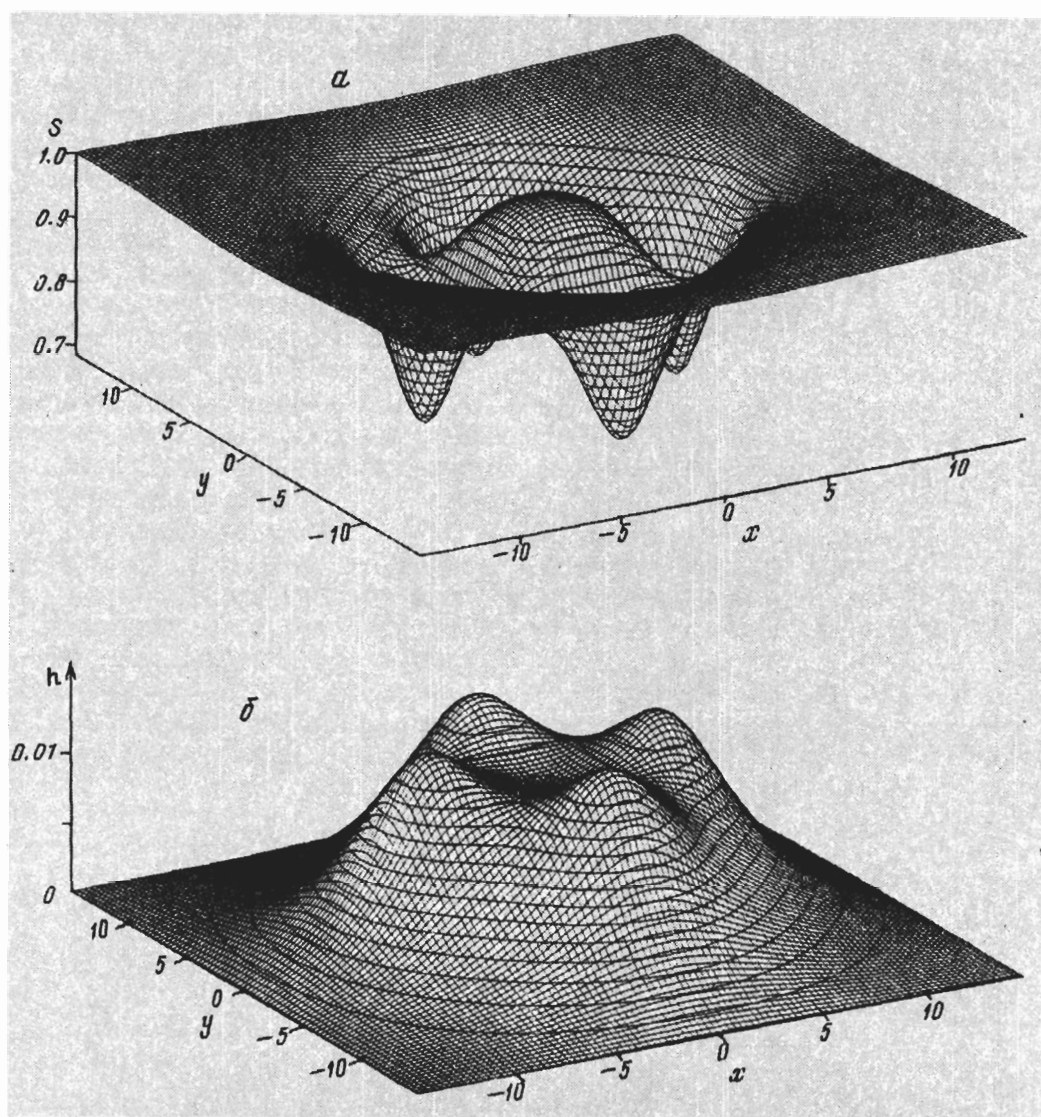


Рис. 8. n -квантовое вихревое пятно, образованное путем коллапса n -квантового цилиндрического сверхпроводящего домена в фазе $\eta = (1, i)$ при $n = 4$: а — распределение параметра порядка $S = \eta\eta^*$, б — магнитного поля

Из настоящего раздела следует, что идеальных аксиально-симметричных вихрей, в коре которых параметр порядка равен нулю, не существует даже при $\sigma \rightarrow \infty$ и изотропной градиентной части в (2) $K_2, K_3 \ll K_1$. Флуктуации параметра порядка при $T \neq 0$ расщепляют многоквантовый вихрь, приводя к пространственной анизотропии его сверхпроводящих и магнитных свойств. Решетка из таких вихрей во внешнем поле может иметь симметрию отличную от гексагональной. Детальное исследование этого вопроса выходит за рамки настоящей работы. Если флуктуации параметра достаточны

для преодоления энергетического барьера, удерживающего вихри в стенке (например, в непосредственной близости от T_c), то $2n$ -квантовый вихрь должен диссоциировать в n двухквантовых вихрей. Во всяком случае топологического запрета для этого процесса не существует.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Фазовый переход к сверхпроводимости сопровождается образованием промежуточного вихреподобного состояния (мезоскопическое магнитное поле $\langle \mathbf{h} \rangle = 0$, $\langle \mathbf{h}^2 \rangle \neq 0$). В многокомпонентных сверхпроводниках неоднородное промежуточное состояние может содержать различные топологические особенности параметра порядка. В рамках численных экспериментов установлено, что наиболее типичными особенностями здесь являются доменные стенки, многоквантовые и одноквантовые вихри (и антивихри), а также цилиндрические сверхпроводящие домены, в том числе и жесткие.

Многоквантовые вихри формируются путем схлопывания жестких цилиндрических доменов с соответствующим топологическим зарядом, которые, в свою очередь, возникают спонтанно из бесформенных флуктуаций общего положения. Флуктуации параметра порядка при $T \neq 0$ расщепляют такие вихри в n -квантовые вихревые пятна.

При определенных соотношениях параметров функционала Гинзбурга–Ландау в многокомпонентных сверхпроводниках некоторые из упомянутых топологических особенностей — доменные стенки, закрепленные на границах образца, а также жесткие цилиндрические домены — являются аномально долгоживущими. Основное состояние многокомпонентного сверхпроводника в нулевом внешнем магнитном поле является метастабильным неоднородным и обладает доменной структурой параметра порядка и связанной с ней магнитными свойствами. Последнее обстоятельство может серьезным образом влиять на магнитные характеристики сверхпроводника при включении магнитного поля.

Описанные нелинейные возбуждения играют существенную роль в процессе флуктуационного индуцирования перехода первого рода в исследуемых системах, так что качественно картина эквивалентна описанной в [13] феноменологии флуктуационного индуцирования в анизотропных системах.

Наконец, отметим, что полученные результаты могут представлять определенный интерес как для теории He^3 , так и для калибровочной теории поля, поскольку исследуемая модель может рассматриваться как статистический аналог соответствующей модели теории поля [5–8].

Ряд работ, опубликованных в последние месяцы [44–50], указывает на высокую актуальность исследования вихревого состояния в сверхпроводниках с d -спариванием.

Один из авторов (А. Ф.) признателен В. М. Локтеву, чей интерес к проблеме и глубокие вопросы существенно повлияли на наше понимание природы исследуемых процессов. А. Ф. также благодарен Н. М. Плакиде, обратившему наше внимание на новейшие результаты в области ВТСП, которые стимулировали наше возвращение к данной тематике в контексте d -спаривания. Кроме того, А. Ф. благодарен А. Гейму (А. Geim) за гостеприимство в Университете г. Наймеген (Нидерланды), совместная работа с которым и плодотворные дискуссии способствовали лучшему пониманию кинетики перехода к сверхпроводимости.

Мы также признательны Алану Т. Дорсею (Alan T. Dorsey), любезно предоставившему некоторые из результатов исследования динамики межфазных границ в сверхпроводниках до их опубликования.

Работа поддержана Международным научным фондом (грант K58100), а также конкурсными проектами Государственного комитета по науке и технике Украины № 91011 и № 9.01.01.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Функционал Гинзбурга–Ландау в эффективных переменных

Используя введенные обозначения (9), функционал Гинзбурга–Ландау (2) можно переписать полностью в этих переменных. Для более симметричной записи введем вектор $\mathbf{S} = (S_1, S_2, S_3)$, компоненты которого равны соответственно $S_1 = P$, $S_2 = 2M$, $S_3 = 2L$. Имеем

$$\mathcal{F} = \int dV \left\{ \left[\sum_j (\nabla S_j)^2 / 4 + \mathbf{J}_s^2 \right] / |\mathbf{S}| - |\mathbf{S}| + \mathbf{S}^2 / 2 - b_2 S_2^2 / 4 - b_3 S_3^2 / 4 + \chi (\text{rot } \mathbf{A})^2 \right\}. \quad (\text{П.1})$$

Разумеется, число переменных в функционале (П.1) осталось таким же, как и в (2), поскольку информация о фазе сверхпроводящего параметра порядка η содержится в члене $\mathbf{J}_s$, который имеет вид

$$\mathbf{J}_s = [\eta_1 \nabla \eta_2 - \eta_2 \nabla \eta_1] + [\eta_3 \nabla \eta_4 - \eta_4 \nabla \eta_3] - \mathbf{A} |\mathbf{S}|, \quad (\text{П.2})$$

т.е. в точности совпадает с выражением для сверхпроводящего тока. Заметим, что функционалы подобного вида при $\mathbf{J}_s = 0$ и $|\mathbf{S}| = \text{const}$ можно встретить в физике магнитных явлений при исследовании статистики и динамики доменных границ [17].

Литература

1. Г. Е. Воловик, в кн. *Нелинейные волны. Динамика и эволюция*, под. ред. А. В. Гапонова-Грехова, Наука, Москва (1989), с. 343.
2. M. Hindmarsh, Phys. Rev. Lett. **75**, 2502 (1995).
3. I. Chuang, R. Durrer, N. Turok, and B. Yurke, Science **251**, 1336 (1991).
4. P. C. Hendry, N. S. Lawson, R. A. M. Lee, P. V. E. McClintock, and C. D. H. Williams, Lett. to Nature **368**, 315 (1994).
5. Т.-П. Ченг, Л.-Ф. Ли, *Калибровочные теории в физике элементарных частиц*, Мир, Москва (1987).
6. А. С. Шварц, *Квантовая теория поля и топология*, Наука, Москва (1989).
7. Р. Раджараман, *Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля*, Мир, Москва (1985).
8. A. Vilenkin, Phys. Rep. **121**, 263 (1985).
9. M. Bowick, L. Chandar, E. A. Schiff, and A. M. Srivastava, Science **263**, 943 (1994).
10. U. Parts, E. V. Thyneberg, G. E. Volovik, J. H. Koivuniemi, V. M. H. Ruutu, M. Heinila, J. M. Karimaki, and M. Krusius, Phys. Rev. Lett. **72**, 3839 (1994).
11. T. Sh. Misirpashaev and G. E. Volovik, Physica B **210**, 338 (1995).
12. M. Heinila and G. E. Volovik, Physica B **210**, 300 (1995).
13. А. С. Зельцер, А. Э. Филиппов, ЖЭТФ **106**, 1117 (1995).

14. A. E. Filippov, A. V. Radievsky, and A. S. Zeltser, *Phys. Lett. A* **192**, 131 (1994).
15. А. Э. Филиппов, А. В. Радиевский, А. С. Зельцер, *ФНТ* **20**, 1017 (1994).
16. R. Kato, Y. Enomoto, and S. Maekawa, *Phys. Rev. B* **47**, 8016 (1993).
17. R. Dodd, J. Eilbeck, J. Gibbon, and H. Morris, *Solitons and Nonlinear wave equations*, Academic Press Inc., London (1982).
18. Г. Е. Воловик, В. П. Минеев, *ЖЭТФ* **72**, 2256 (1977).
19. Г. Е. Воловик, В. П. Минеев, *ЖЭТФ* **73**, 767 (1977).
20. Y. Kondo, J. S. Korhonen, M. Krusius, V. V. Dmitriev, E. V. Thuneberg, and G. E. Volovik, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3331 (1992).
21. Г. Е. Воловик, Л. П. Горьков, *ЖЭТФ* **88**, 1412 (1985).
22. М. Е. Житомирский, *ЖЭТФ* **97**, 1346 (1990).
23. P. Brusov, N. Brusova, and P. Brusov, *Czech. J. Phys.* **46**, suppl. S2, 1041 (1996).
24. G. E. Volovik, *Physica Scripta* **38**, 502 (1988).
25. М. Е. Житомирский, И. А. Лукьянчук, *ЖЭТФ* **101**, 1954 (1992).
26. Ю. М. Иванченко, А. А. Лисянский, А. Э. Филиппов, *ФТТ* **31**, 51; 204 (1989).
27. В. П. Минеев, К. В. Самохин, *ЖЭТФ* **105**, 747 (1994).
28. M. Palumbo, P. Muzikar, and J. A. Sauls, *Phys. Rev. B* **42**, 2681 (1990).
29. А. С. Мельников, *ЖЭТФ* **101**, 1978 (1992).
30. Ю. М. Иванченко, А. Э. Филиппов, А. В. Радиевский, *СФХТ* **4**, 494 (1991).
31. R. Joint, V. P. Mineev, G. E. Volovik, and M. E. Zhitomirsky, *Phys. Rev. B* **42**, 2014 (1990).
32. M. Palumbo, C. H. Choi, and P. Muzikar, *Physica B* **165/166**, 1095, 2681 (1990).
33. Ю. М. Иванченко, А. Э. Филиппов, А. В. Радиевский, *ФНТ* **18**, 957 (1992).
34. H. Frahm, S. Ullah, and A. T. Dorsey, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 3067 (1991).
35. J. C. Osborn and A. T. Dorsey, *Phys. Rev. B* **50**, 15961 (1994).
36. Л. Н. Булаевский, В. Л. Гинзбург, А. А. Собянин, *ЖЭТФ* **94**, 335 (1988).
37. *Физические свойства высокотемпературных сверхпроводников*, под ред. Д. М. Гинзберга, Мир, Москва (1990).
38. M. Leghissa, L. A. Gurevich, M. Kraus, G. Saemann-Ischenko, and L. Ya. Vinnikov, *Phys. Rev. B* **48**, 1341 (1993).
39. C. A. Bolle, P. L. Gammel, D. G. Grier, C. A. Murray, D. J. Bishop, D. B. Mitzi, and A. Kapitulnik, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 112 (1991).
40. P. L. Gammel, D. J. Bishop, J. P. Rice, and D. M. Ginsberg, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3343 (1992).
41. P. L. Gammel, C. A. Duran, D. J. Bishop, V. K. Kogan, M. Ledvij, A. Yu. Simonov, J. P. Rice, and D. M. Ginsberg, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3808 (1992).
42. В. М. Локтев, *ФНТ* **22**, 3 (1996).
43. А. Ю. Мартынович, *ЖЭТФ* **105**, 912 (1994).
44. H. Won and K. Maki, *Phys. Rev. B* **53**, 5927 (1996).
45. M. Frantz et al., *Phys. Rev. B* **53**, 5795 (1996).
46. M. Ichioka et al., *Phys. Rev. B* **53**, 15317 (1996).
47. M. Frantz, C. Kallin, and A. J. Berlinsky, *Phys. Rev. B* **54**, R6897 (1996).
48. R. Heeb et al., *Phys. Rev. B* **54**, 9385 (1996).
49. Q. Wang and Z. D. Wang, *Phys. Rev. B* **54**, R15645 (1996).
50. J. J. V. Alvarez, G. C. Buscaglia, and C. A. Balseiro, *Phys. Rev. B* **54**, 16168 (1996).