

ВОЗНИКНОВЕНИЕ РЕЖИМА СТАБИЛИЗАЦИИ В СИЛЬНОМ ЛАЗЕРНОМ ПОЛЕ И ПРИБЛИЖЕНИЕ КРАМЕРСА–ХЕННЕБЕРГЕРА

Е. А. Волкова, А. М. Попов, О. В. Смирнова, О. В. Тихонова

*Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцина
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова
119899, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 29 июля 1996 г.

Исследуется явление стабилизации квантовой системы с короткодействующим потенциалом в сильном электромагнитном поле в режиме Крамерса–Хеннебергера. Определены физически обоснованные границы применимости рассмотрения в режиме Крамерса–Хеннебергера и области значений параметров системы и внешнего поля, приводящие к стабилизации. Анализируется зависимость порога стабилизации от частоты лазерного излучения. Полученные из аналитического рассмотрения выводы подтверждаются результатами численных расчетов.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование воздействия интенсивного лазерного излучения на динамику квантовых систем позволило обнаружить ряд новых свойств, присущих данным системам именно в сильных полях. Это, в первую очередь, надпороговая ионизация и явление стабилизации атомов и молекул в сильном поле [1–3]. Под стабилизацией понимают уменьшение вероятности ионизации системы W_i с ростом интенсивности падающего лазерного излучения P [1–4]. Качественно стабилизацию можно объяснить тем, что при больших значениях напряженности электромагнитного поля амплитуда колебаний электрона, вызванных этим полем, существенно превышает характерный размер исходной атомной системы. Поэтому электрон можно считать практически свободным, что приводит к невозможности поглощения (или испускания) энергии от поля и к уменьшению вероятности ионизации [5, 6]. Рисунок 1 иллюстрирует парадоксальность в понятии стабилизации: именно малая связь с атомным остовом в максимуме лазерного импульса, характерная для почти свободного электрона, приводит, в конечном счете, к неионизации системы. Это проявляется в значительном восстановлении заселенности исходного атомного состояния к концу лазерного импульса. Данные, представленные на рис. 2, являются примером такой стабилизации системы вблизи максимума лазерного импульса. В терминах электронной плотности $|\psi(x)|^2$ ионизация проявляется в отделении и «утекании на бесконечность» пакета электронной плотности. Рисунок 2а свидетельствует, что в максимуме лазерного импульса (в отличие от фронта), не происходит подобного «отрыва» пакета в распределении $|\psi(x)|^2$. Наличие двух симметричных пакетов, значительно удаленных от центрального дихотомического максимума, вызвано ионизацией на фронте. Поведение $|\psi(x)|^2$ по окончании лазерного воздействия (рис. 2б) указывает на второй временной интервал ионизации, приходящийся на задний фронт импульса.

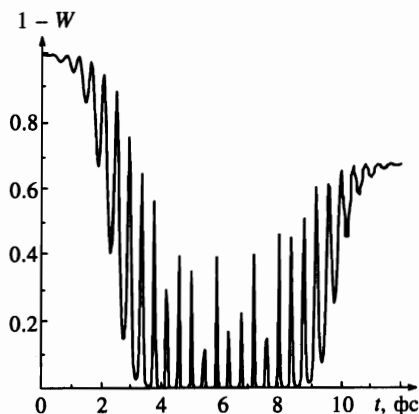


Рис. 1. Вероятность остаться в основном состоянии в течение лазерного импульса для одномерной модели отрицательного иона водорода, полученная методом прямого численного интегрирования нестационарного уравнения Шредингера (см. [4]): интенсивность лазерного излучения $P = 5 \cdot 10^{15}$ Вт/см², энергия кванта поля $\hbar\omega = 5$ эВ. Лазерный импульс имеет гауссову форму и длительность 4 фс на половине высоты, максимум генерации достигается в момент времени 6 фс

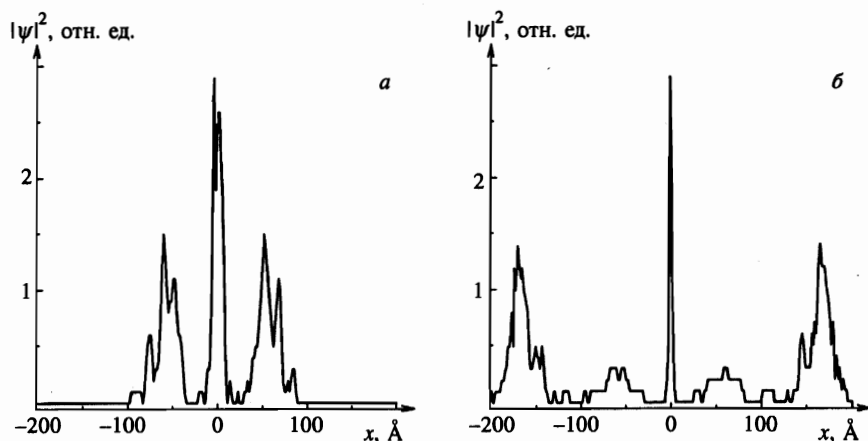


Рис. 2. Пространственное распределение плотности вероятности в процессе лазерного воздействия на ту же систему, что и на рис. 1, для двух моментов времени: *a* — в максимуме лазерного импульса, *b* — на спаде импульса

Отметим, что аналитическое исследование динамики системы «атом + поле» с использованием базиса исходных атомных состояний затруднено в случае сильных полей из-за неприменимости теории возмущений. Переход в систему Крамера [7] позволяет использовать базис новых состояний, которые описывают единую систему «атом + сильное электромагнитное поле» и существуют во время действия импульса.

В этом новом базисе состояний Крамера-Хеннебергера динамика системы описывается уравнением [8–10]

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x + a_e \cos \omega t), \quad (1)$$

где

$$a_e = \frac{eE_0}{m\omega^2} \quad (2)$$

— амплитуда колебательного движения электрона под действием поля волны с напряженностью ε_0 и частотой ω , V — исходный атомный потенциал. Разлагая зависящий от времени потенциал в ряд Фурье и выделяя нулевую гармонику V^{KH} — потенциал Крамерса–Хеннебергера, получим иную форму записи уравнения (1):

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V^{KH}(x, a_e) + \delta V, \quad (3)$$

где

$$\delta V = \sum_{n \neq 0} V_n(x, a_e) e^{in\omega t}, \quad (4)$$

$V_n(x, a_e)$ — n -ая гармоника фурье-разложения осциллирующего потенциала.

Преимущество выбранного базиса проявляется в том, что в случае сильных полей возмущение δV мало и задача в этой системе координат может быть решена по теории возмущений (в отличие от исходного базиса). Возникновение режима стабилизации в случае приближения интенсивности лазерного излучения к атомным значениям связано с тем, что возмущение δV становится малым и реальное поведение системы незначительно отличается от решения задачи со стационарным потенциалом Крамерса–Хеннебергера $V^{KH}(x, a_e)$ [8]. При этом увеличение частоты лазерного излучения ω , очевидно, приводит к уменьшению матричного элемента $\langle V_n e^{in\omega t} \rangle$, а вместе с ним и вероятности ионизации. Поэтому стабилизацию в базисе Крамерса–Хеннебергера часто характеризуют как высокочастотную [6]. Отметим также, что в области сильных полей зависимость гармоник V_n от лазерного поля можно оценить [11] как $V_n \sim (a/a_e)V_0$, где a — полуширина исходного атомного потенциала, V_0 — его глубина. Таким образом, при достаточно большой интенсивности лазерного излучения условие $a_e \gg a$ оказывается выполненным и гармоники становятся малыми, однако все большее число слагаемых в сумме (4) оказываются близкими по порядку величины, а следовательно, они должны быть учтены при решении задачи [12]. Малость гармоник в области $a_e \gg a$ хорошо согласуется с традиционными представлениями об условиях стабилизации, поскольку именно в этом случае амплитуда колебаний электрона велика, что позволяет считать его практически свободным и пренебречь влиянием исходного атомного потенциала. Однако в области малых частот условию $a_e \gg a$ легко удовлетворить при достаточно небольших значениях интенсивности лазерного излучения. Означает ли это, что в низкочастотном пределе стабилизацию можно наблюдать при гораздо меньших интенсивностях? Какой критерий возникновения режима стабилизации? Если определить порог стабилизации P^* как значение лазерной интенсивности, начиная с которой наблюдается уменьшение W_i с ростом P , и использовать условие для порога $a_e \sim a$, то получим $P^* \propto \omega^4$. Определение порога стабилизации из условия $ka_e \sim 1$ [3, 6] дает $P^* \propto \omega^3$. Обе эти асимптотики приводят к выводу о том, что стабилизация в области малых частот может наблюдаться при весьма низких интенсивностях. Однако полученный вывод находится в противоречии с физическими представлениями. Хотя рассмотрение динамики системы в базисе состояний Крамерса–Хеннебергера является математически правомерным переходом из одной системы координат в другую, с физической точки зрения должны существовать причины, приводящие к невозможности использования этого метода в области низких частот.

В [6] были проведены расчеты времени жизни атома в зависимости от интенсивности излучения для различных значений частоты излучения. Было действительно обнаружено быстрое уменьшение пороговой интенсивности стабилизации с уменьшением

частоты излучения, хотя конкретный вид зависимости не анализировался. Существенно также, что определение порога стабилизации было проведено лишь для высокочастотного излучения $\hbar\omega \geq 27.2$ эВ.

В [13] также исследовалась зависимость порога стабилизации от частоты при ионизации системы с короткодействующим потенциалом в области значений $\hbar\omega = 1-5$ эВ. Было показано, что обе отмеченные выше зависимости качественно описывают результаты численных экспериментов. Исследование явления стабилизации в области еще более низких частот $\hbar\omega \leq 1$ эВ не проводились. Поэтому вопросы, сформулированные выше, также остались без ответа.

Основное преимущество схемы Крамерса–Хеннебергера состоит в том, что она допускает применение теории возмущений для задачи взаимодействия атома с сильным полем. С другой стороны, именно использование теории возмущений, а не переход в систему Крамерса, накладывает ограничения на область допустимых параметров системы и лазерного излучения. Поэтому естественно определять физические границы применимости метода Крамерса–Хеннебергера как область параметров, для которой справедлива теория возмущений, т.е. вероятность ионизации в единицу времени в k -ом порядке теории возмущений (в базисе состояний Крамерса–Хеннебергера) превышает вероятность ионизации в $k+1$ порядке и, прежде всего, выполнено условие

$$\frac{\dot{W}_n^{\text{II}}}{\dot{W}_n^{\text{I}}} \ll 1 \quad (5)$$

для любых n , где \dot{W}_n^{I} , \dot{W}_n^{II} — скорости ионизации в первом и втором порядках теории возмущений, соответствующие переходу из основного состояния в континуум с изменением энергии электрона на $n\hbar\omega$. Необходимо также потребовать применимость дипольного приближения, в рамках которого развит формализм Крамерса–Хеннебергера.

В данной работе в рамках метода Крамерса–Хеннебергера с учетом границ его применимости по условию (5) выделены диапазоны значений параметров, приводящие к стабилизации системы. Определены условия возникновения режима стабилизации и зависимость порога стабилизации от частоты, особо рассмотрен случай низких частот. Исследован вопрос о соответствии между стабилизацией в режиме Крамерса–Хеннебергера и интерференционной стабилизацией [14]. Теоретические выводы подкреплены результатами численных экспериментов.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ ДИНАМИКИ ИССЛЕДУЕМОЙ СИСТЕМЫ

Была решена задача прямого численного интегрирования нестационарного уравнения Шредингера в двух различных базисах: в базисе состояний исходного атомного потенциала и в базисе состояний Крамерса–Хеннебергера. Первая задача имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + [V(x) - ex\varepsilon(t) \cos \omega t] \psi(x, t), \quad (6)$$

$$\psi(x, t = 0) = \varphi_1(x).$$

Здесь

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \exp\left(-\frac{(t - t_0)^2}{2\tau^2}\right)$$

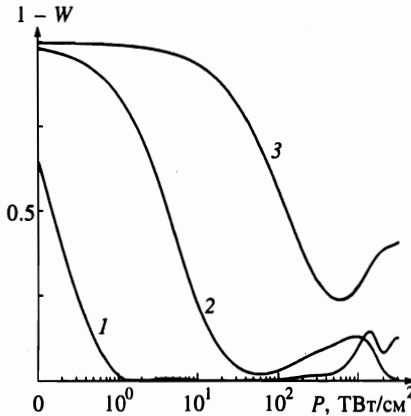


Рис. 3. Зависимость величины $1 - W_i$ от интенсивности лазерного импульса длительностью $2\tau = 20$ фс для одномерного H^- для различных значений энергии кванта: $\hbar\omega = 1.2$ (1), 2.5 (2), 5 (3) эВ

— огибающая лазерного импульса, τ — его полуширина, а момент времени t_0 соответствует максимуму импульса генерации; $\varphi_1(x)$ — волновая функция основного состояния атомного потенциала. В расчетах полагалось $t_0 = 3\tau$. В качестве $V(x)$ были рассмотрены прямоугольная яма с различными значениями глубины V_0 и ширины $2a$, а также более гладкий короткодействующий потенциал, взятый из [4] и соответствующий одномерной модели отрицательного иона водорода.

Задача в системе координат Крамерса имела вид

$$\begin{cases} i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + V(x + a_e \cos \omega t) \psi(x, t), \\ \psi(x, t = 0) = \varphi_{KH}^{(1)}(x). \end{cases} \quad (7)$$

Отличие этой задачи от (6) состоит в представлении атомного потенциала и поля в виде качающегося в системе координат Крамерса потенциала и выборе в качестве начального условия 100% заселенности нижнего состояния Крамерса–Хеннебергера. Обе указанные выше задачи позволяют вычислить волновую функцию системы $\psi(x, t)$, используя которую, можно получить заселенности $|C_k(t)|^2$ различных состояний $\varphi_k(x)$ в базисе атомных состояний и $\varphi_{KH}^{(k)}$ в базисе состояний Крамерса–Хеннебергера, а также вероятность ионизации системы W_i :

$$C_k(t) = \int \psi(x, t) \varphi_k(x) dx, \quad (8)$$

или

$$C_k(t) = \int \psi(x, t) \varphi_{KH}^{(k)}(x) dx, \quad (8a)$$

$$W_i = 1 - \sum_k |C_k(t)|^2. \quad (9)$$

На рис. 3 представлена рассчитанная таким образом величина $1 - W_i$ в зависимости от интенсивности лазерного импульса для различных значений лазерной частоты в случае потенциала из [4]. Данные свидетельствуют о более интенсивной ионизации в

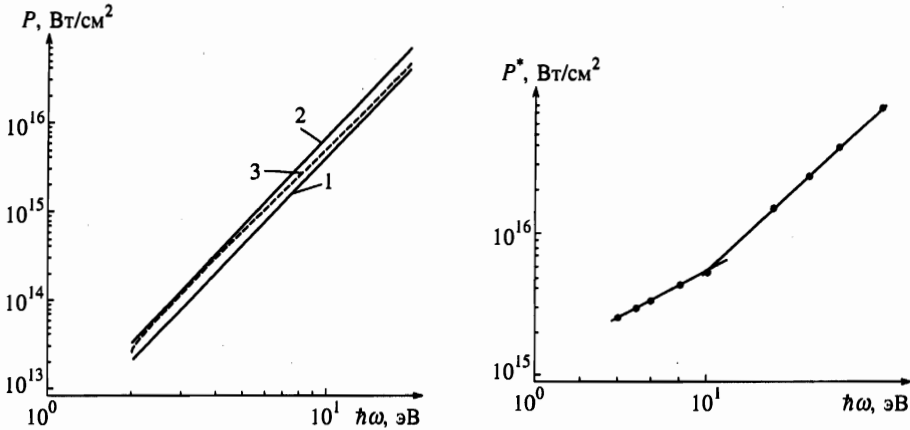


Рис. 4. Зависимость порога стабилизации от энергии кванта поля, полученная из нахождения минимума времени жизни основного состояния Крамерса–Хеннебергера (1) и рассчитанная из нахождения минимума величины $1 - W_i$ (2), (3). 1, 2 — прямоугольная потенциальная яма глубиной $V_0 = 3.33$ эВ и шириной $2a = 3$ А, 3 — потенциал, описывающий одномерный отрицательный ион водорода [4]

Рис. 5. Зависимость порога стабилизации от энергии кванта поля для прямоугольной потенциальной ямы глубиной $V_0 = 12$ эВ и шириной $2a = 3.33$ А

случае более низкой частоты. Участки кривых с положительной производной соответствуют уменьшению вероятности ионизации с увеличением интенсивности лазерного излучения, т. е. стабилизации. Полученные данные позволяют сделать вывод об уменьшении порога стабилизации при переходе в область более низких частот. Однако уже для энергии кванта поля $\hbar\omega = 1.2$ эВ вероятность ионизации составляет практически 100% на довольно большом интервале значений интенсивности. В этом случае образуется «полка», что приводит к неоднозначности определения порога стабилизации. Если все же по-прежнему определять порог стабилизации так, как это было сделано выше, то скорость убывания этой величины в зависимости от частоты будет уменьшаться в области низких частот.

Порог стабилизации также можно определить, решая задачу (7). Он соответствует такому значению интенсивности поля, при котором время жизни связанного состояния Крамерса–Хеннебергера минимально, при условии, что система находилась в этом состоянии в начальный момент времени. Оба эти подхода дают весьма близкие зависимости порога стабилизации P^* от частоты поля (см. рис. 4), причем результаты практически не зависят от формы исходного атомного потенциала для сходных значений его глубины и ширины. Однако аппроксимация полученных данных степенной зависимостью $P^*(\omega)$ дает мало различающиеся значения показателя степени в интервале от 3 до 4. Так, показатели степени для кривых 1, 2, 3 оказались равны 3.31, 3.57 и 3.23 соответственно. Расчеты, проведенные для прямоугольной ямы глубиной 12 эВ и шириной 3.33 А, обнаруживают резкое изменение наклона линейной зависимости $P^*(\hbar\omega)$, построенной в двойном логарифмическом масштабе, при переходе в область

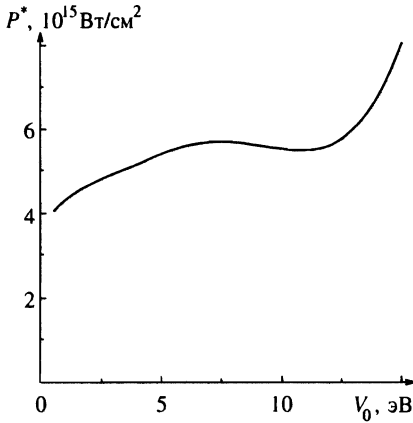


Рис. 6. Зависимость порога стабилизации от глубины прямоугольной потенциальной ямы V_0 при фиксированных значениях ширины ямы $2a = 3.33 \text{ \AA}$ и энергии кванта поля $\hbar\omega = 10 \text{ эВ}$

малых частот (рис. 5). Полученные данные свидетельствуют о возможности аппроксимации степенной зависимостью $P^*(\hbar\omega)$ с показателями равными 3.7 для $\hbar\omega \geq 10 \text{ эВ}$ и 2.0 для $\hbar\omega < 10 \text{ эВ}$. Резкое изменение наклона прямой свидетельствует об относительном повышении порога при попадании в область малых частот. Таким образом, зависимость от частоты изменяется и приводит к тому, что в случае низких частот стабилизация происходит при относительно высоких интенсивностях лазерного излучения. Аналогичный вывод можно сделать и анализируя зависимость порога стабилизации от глубины исходного прямоугольного потенциала при фиксированной энергии кванта поля (рис. 6). Пока частота поля остается сравнительно высокой по сравнению с потенциалом ионизации исходного состояния, величина P^* слабо зависит от глубины ямы V_0 . Однако в случае больших V_0 энергия кванта $\hbar\omega$ становится сравнимой с энергией связи или меньше ее; в этом случае данная частота становится «малой» для данного значения V_0 . При этом порог стабилизации резко возрастает.

Перейдем теперь к оценкам порога стабилизации $P^*(\omega)$, основанным на аналитическом рассмотрении.

3. ОЦЕНКА ПОРОГА СТАБИЛИЗАЦИИ

Возникновение режима стабилизации связано с малостью вероятности ионизации в единицу времени из нижнего состояния \dot{W}_{KH} , которую в приближении состояний континуума в виде плоской волны можно представить следующим образом:

$$\dot{W}_{KH} \propto \left| \int \varphi_{KH}^{(1)} V_n e^{ikx} dx \right|^2. \tag{10}$$

Малость этой величины будет заведомо иметь место, если на характерной ширине потенциала Крамерса–Хеннебергера укладывается много периодов плоской волны. Поскольку характерная ширина потенциала Крамерса–Хеннебергера есть $2a_e$, где a_e — амплитуда колебаний электрона под действием электромагнитной волны, пороговое условие имеет вид

$$ka_e \sim 1. \tag{11}$$

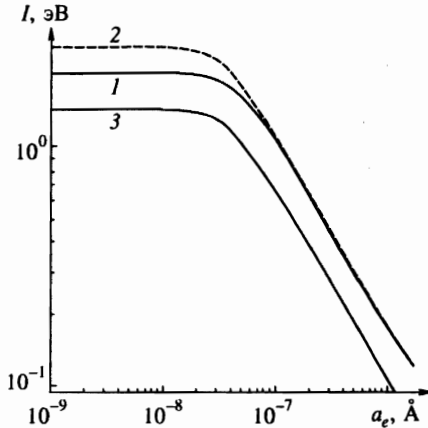


Рис. 7. Зависимость потенциала ионизации основного состояния Крамерса–Хеннебергера от амплитуды колебаний электрона при различных параметрах глубины V_0 и ширины $2a$ исходного атомного потенциала: 1 — $V_0 = 3.33$ эВ, $2a = 3$ Å, 2 — $V_0 = 5$ эВ, $2a = 2$ Å, 3 — $V_0 = 3.33$ эВ, $2a = 2$ Å

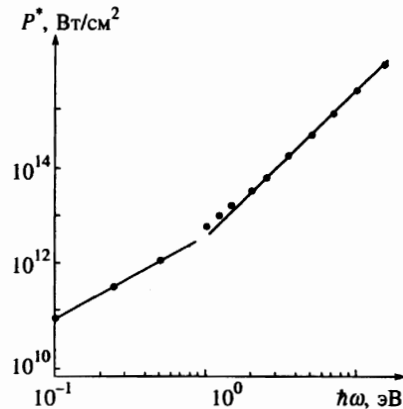


Рис. 8. Зависимость порога стабилизации от энергии кванта поля, полученная из соотношения (13), с учетом зависимости потенциала ионизации основного состояния Крамерса–Хеннебергера от амплитуды колебаний электрона

Связывая волновое число k с энергией электрона в континууме

$$\frac{k^2 \hbar^2}{2m} = \hbar\omega - I^{KH}, \quad (12)$$

получим

$$P^* = \omega^3 \frac{mc}{16\pi e^2} \frac{1}{1 - I^{KH}(a_e)/\hbar\omega}, \quad (13)$$

где $I^{KH}(a_e)$ — потенциал ионизации рассматриваемого состояния, зависящий от амплитуды колебаний электрона a_e , которая связана с интенсивностью лазерного воздействия на пороге P^* следующим образом:

$$a_e^2 = \frac{8\pi e^2}{cm^2\omega^4} P^*. \quad (14)$$

Таким образом, для решения уравнения (13) необходимо знать вид зависимости $I^{KH}(a_e)$.

Искомая зависимость была исследована на основе численных расчетов для прямоугольных потенциалов с различными параметрами (рис. 7). Оказалось, что в области значений a_e , больших чем полуширина атомного потенциала, величину I^{KH} с хорошей точностью можно аппроксимировать степенной зависимостью от a_e :

$$I^{KH} \propto a_e^{-0.75}. \quad (15)$$

С использованием зависимости $I^{KH}(a_e)$, представленной на рис. 7, было решено уравнение (13) и получена зависимость $P^*(\omega)$. Полученные данные для $V_0 = 3.33$ эВ и

$2a = 3 \text{ \AA}$ представлены на рис. 8 в двойном логарифмическом масштабе. Наличие на приведенном графике двух прямолинейных участков с сильно различающимися наклонами (в области высоких частот $P^* \propto \omega^{2.8}$ и $P^* \sim \omega^{1.5}$ в области меньших значений $\hbar\omega$) хорошо согласуется с результатами численного интегрирования уравнения Шредингера и свидетельствует об относительном повышении порога стабилизации в области малых частот. При этом в области значений частот, для которых $P^* \propto \omega^{2.8}$, выполнено условие $\hbar\omega > I_0 \approx I^{KH}$ (I_0 — потенциал ионизации исходного атома). Дальнейшее уменьшение частоты ω приводит к многофотонной ионизации из атомного потенциала, однако в представлении Крамерса–Хеннебергера ионизация остается однофотонной вплоть до значений $\hbar\omega = 0.1 \text{ эВ}$. Таким образом, на пороге стабилизации всегда выполнено условие

$$\hbar\omega \geq I^{KH},$$

что соответствует условию Гаврилы–Каминского [8] применимости приближения Крамерса–Хеннебергера. Следует отметить, однако, что это условие не является характеристикой эффекта стабилизации как высокочастотного явления, поскольку оно оказывается выполнено в области весьма малых частот и не ограничивает применимость данного приближения по частоте снизу.

Вопрос о применимости приближения Крамерса–Хеннебергера более подробно обсуждается в следующем разделе.

4. АНАЛИЗ ПРИМЕНИМОСТИ МЕТОДА КРАМЕРСА–ХЕННЕБЕРГЕРА И НАЛИЧИЕ ЭФФЕКТА СТАБИЛИЗАЦИИ

С учетом упомянутых выше проблем, возникающих при описании процесса ионизации квантовой системы в низкочастотном пределе, была поставлена задача проанализировать область применимости рассмотрения Крамерса–Хеннебергера, исходя из соотношения (5), а также исследовать полученную область на предмет зависимости вероятности ионизации от интенсивности лазерного воздействия. Проведенные исследования позволяют установить области значений P и ω , в которых наблюдается стабилизация.

Условие (5) означает, что для процесса ионизации из основного состояния Крамерса–Хеннебергера с изменением энергии электрона на $n\hbar\omega$, вероятность ионизации в единицу времени во втором порядке теории возмущений \dot{W}_n^{II} много меньше, чем в первом — \dot{W}_n^I при любом значении n .

Вероятность ионизации в единицу времени из основного состояния Крамерса–Хеннебергера $\psi_{KH}^{(1)}(x)$ в первом порядке теории возмущений имеет вид

$$\dot{W}_n^I = \frac{2\pi}{\hbar^2} \left| V_{0k}^{(n)} \right|^2 \frac{m}{\hbar k_n}. \tag{16}$$

Здесь

$$V_{0k}^{(n)} = \int \varphi_{KH}^{(1)}(x) V_n(x, a_e) \exp(ik_n x) dx \tag{17}$$

— матричный элемент, связывающий начальное состояние и состояние континуума, характеризующееся волновым вектором k_n ; k_n определяется из условия

$$\frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = n\hbar\omega - |I^{KH}| \approx n\hbar\omega. \tag{18}$$

Вычисляя матричный элемент (17), получим [12]

$$\dot{W}_n^1 \sim \pi B \frac{V_0}{\hbar} \frac{J_n^2(k_n a_e) \operatorname{sinc}^2(k_n a)}{n^2 k_n a_e (1 + a/a_e)}, \quad (19)$$

где $B = 2mV_0 a^2 / \hbar^2$ — борновский параметр, V_0 и a — глубина и полуширина исходного атомного потенциала.

Проведя аналогичные выкладки во втором порядке теории возмущений и используя полусное приближение, для \dot{W}_n^{II} получим выражение

$$\begin{aligned} \dot{W}_n^{II} \sim \pi B \frac{V_0}{\hbar} \sum_j \frac{B^2}{(n-j)^2 j^2} \frac{\operatorname{sinc}^2((k_n - k_j)a) J_{n-j}^2((k_n - k_j)a_e)}{(k_j a)^2 k_n a_e (1 + a/a_e)} \times \\ \times J_j^2(k_j a_e) \operatorname{sinc}^2(k_j a). \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь знак суммы означает суммирование по промежуточным состояниям с номером j .

С использованием выражений (19) и (20), условие (5) может быть записано в виде

$$\begin{aligned} \frac{\dot{W}_n^{II}}{\dot{W}_n^1} \sim \sum_j \frac{n^2 B^2}{(n-j)^2 j^2} \frac{\operatorname{sinc}^2(k_j a) \operatorname{sinc}^2((k_n - k_j)a)}{(k_j a)^2 \operatorname{sinc}^2(k_n a)} \times \\ \times \frac{J_{n-j}^2((k_n - k_j)a_e) J_j^2(k_j a_e)}{J_n^2(k_n a_e)} \ll 1. \end{aligned} \quad (21)$$

Границы области значений P и ω , удовлетворяющих данному соотношению, и есть границы применимости метода Крамерса–Хеннебергера в смысле условия (5).

Проводя поиск максимального по j значения $\dot{W}_n^{II}/\dot{W}_n^1$ и используя асимптотики функции Бесселя при различных соотношениях между аргументом и индексом [16], а также известные разложения функции $\operatorname{sinc} x$, получим область значений P и ω , удовлетворяющих (21):

$$\text{при } ka < 1, \text{ т.е. } \omega < \left(\frac{a_{at}}{a}\right)^2 \omega_{at}: \quad \frac{P}{P_{at}} > \frac{n^5}{(n \mp 1)^5} \left(\frac{V_0}{I_{at}}\right)^4 \left(\frac{a}{a_{at}}\right)^4 \left(\frac{\omega}{\omega_{at}}\right), \quad (22)$$

$$\text{при } ka > 1, \text{ т.е. } \omega > \left(\frac{a_{at}}{a}\right)^2 \omega_{at}: \quad \frac{P}{P_{at}} > \frac{n^7}{(n \mp 1)^7} \left(\frac{V_0}{I_{at}}\right)^4 \left(\frac{\omega_{at}}{\omega}\right). \quad (23)$$

Знак «+» в знаменателе соответствует $n = 1$; P_{at} , I_{at} , a_{at} и ω_{at} суть значения атомной интенсивности, энергии, длины и частоты. Поскольку соотношения (22), (23) должны быть справедливы для любых n , достаточно потребовать, чтобы они выполнялись для тех n , при которых выражения в правых частях (22), (23) максимальны. Легко убедиться, что это реализуется для $n = 2$. Границы полученной области применимости рассмотрения Крамерса–Хеннебергера (для $n = 2$) представлены в двойном логарифмическом масштабе на рис. 9 (прямые 1, 2). Их дополняет условие применимости дипольного приближения $v \ll c$, приводящее к соотношению

$$\frac{P}{P_{at}} < (137)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_{at}}\right)^2 \quad (24a)$$

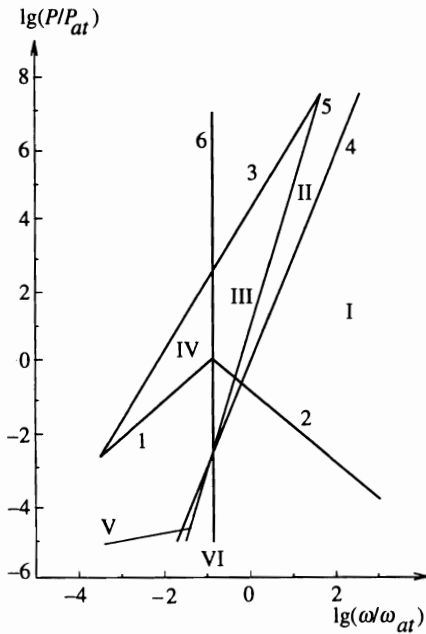


Рис. 9. Границы области применимости метода Крамерса–Хеннебергера и подобласти с различными зависимостями $\dot{W}_i(P)$: прямые 1, 2 — границы применимости метода Крамерса–Хеннебергера, полученные из условия $\dot{W}_n^{II}/\dot{W}_n^I = 1$; 3 — условие $e\varepsilon_0/m\omega = c$; 4 — условие $ka_e = 1$; 5 — условие $a = a_e$; 6 — условие $ka = 1$. Параметры потенциала: $V_0 = 5$ эВ, $2a = 2$ Å

и ограничивающее допустимую область на рис. 9 прямой 3. Использование более жесткого критерия применимости нерелятивистского приближения, основанного на сравнении скорости релятивистского дрейфа электрона за счет силы Лоренца и скорости расщепления электронного волнового пакета [17], приводит к соотношению

$$\frac{P}{P_{at}} < (23)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_{at}} \right)^2. \tag{246}$$

Отметим, что это условие качественно не изменяет рассматриваемую картину, однако в большей степени, чем условие (24а), ограничивает область применимости приближения Крамерса–Хеннебергера в диапазоне малых частот. Полученные границы применимости данного рассмотрения дают область искомых значений P и ω и ограничивают область его применимости по частоте снизу. Следует обратить внимание на то, что проведенный анализ корректен при выполнении (18), которое в граничном случае эквивалентно условию $\hbar\omega > I_0$ или $ka > 1$. Это условие «вырезает» ту или иную часть допустимой области в зависимости от параметров исходного атомного потенциала.

Используя выражение для полной вероятности ионизации в единицу времени

$$\dot{W}_{tot}^I \cong \sum \frac{2\pi}{\hbar} B V_0 \frac{J_n^2(k_n a_e) \text{sinc}^2(k_n a)}{n^2 k_n a_e (1 + a/a_e)}, \tag{25}$$

исследуем зависимость \dot{W}_{tot}^I от интенсивности лазерного импульса. При этом искомая область разбивается на подобласти прямыми:

$$4 - ka_e = 1 \text{ или } \frac{P}{P_{at}} = \left(\frac{\omega}{\omega_{at}} \right)^3,$$

$$5 - a_e = a \text{ или } \frac{P}{P_{at}} = \left(\frac{a}{a_{at}}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_{at}}\right)^4,$$

$$6 - ka = 1 \text{ или } \frac{\omega}{\omega_{at}} = \left(\frac{a}{a_{at}}\right)^2 = \text{const для данного потенциала.}$$

Здесь $k = \sqrt{2m\hbar\omega/\hbar^2}$.

В зависимости от параметров потенциала V_0 и a с учетом прямых 4, 5 и 6 исходная область разбивается на шесть подобластей. В каждой подобласти величина \dot{W}_{tot}^1 зависит от P различным образом. Тип зависимости $\dot{W}_{tot}^1(P)$ для каждой из подобластей позволяет проследить значения параметров P и ω , приводящих к режиму стабилизации (см. рис. 9):

$$\begin{aligned} \text{I} - \dot{W}_{tot}^1 &\propto P, & \text{IV} - \dot{W}_{tot}^1 &\propto \frac{1}{P}, \\ \text{II} - \dot{W}_{tot}^1 &\propto \frac{1}{\sqrt{P}}, & \text{V} - \dot{W}_{tot}^1 &\propto \sqrt{P}, \\ \text{III} - \dot{W}_{tot}^1 &\propto \frac{1}{\sqrt{P}}, & \text{VI} - \dot{W}_{tot}^1 &\propto P. \end{aligned}$$

Так, стабилизация имеет место в подобластях II, III и IV, поскольку в них рост P приводит к уменьшению вероятности ионизации. Однако взаимное расположение прямых $ka_e = 1$ и $a_e = a$ может изменяться в зависимости от параметра a атомного потенциала. Это ведет к тому, что стабилизация может начаться при выполнении условия $ka_e = 1$, однако при этом возможно, что $a_e < a$, т.е. двухъямный потенциал Крамерса–Хеннебергера еще не сформировался. Таким образом, порог стабилизации может зависеть от частоты либо как $P^* \propto \omega^3$, либо как $P^* \propto \omega^4$, что и наблюдалось в численных расчетах. При переходе в область низких частот зависимость $P^*(\omega)$ меняется на линейную, что качественно совпадает с данными, представленными на рис. 5 и 8. Тот факт, что стабилизация возможна, когда двухъямный потенциал Крамерса–Хеннебергера еще не сформировался, имеет большое значение при сравнении механизмов интерференционной стабилизации [14] и стабилизации в данном режиме. Как известно, интерференционная стабилизация возникает в результате деструктивной интерференции амплитуд вероятностей перехода в континуум с двух близко расположенных состояний дискретного спектра атомного потенциала. Типичным примером системы, в которой возможна стабилизация такого типа, является ридберговский атом. Однако близкорасположенные уровни с перекрывающейся шириной возникают также в потенциале Крамерса–Хеннебергера при выполнении условия $a_e \gg a$. Поэтому можно ожидать, что в данном режиме срабатывает механизм интерференционной стабилизации, а формализм Крамерса–Хеннебергера представляет собой альтернативный способ ее описания. Такую точку зрения отстаивают авторы [15]. Однако наши расчеты показали, что стабилизация в ряде случаев наступает в области $a_e < a$, когда потенциал Крамерса–Хеннебергера является еще одноямным и может иметь одно единственное связанное состояние. Это свидетельствует о том, что механизмы интерференционной стабилизации и стабилизации в режиме Крамерса–Хеннебергера различны. В случае $a_e \gg a$ интерференционная стабилизация может вносить свой вклад и конкурировать со стабилизацией Крамерса–Хеннебергера. Отметим также, что существует область параметров, когда $a_e \gg a$, но стабилизация вообще не возникает.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, проведенный анализ условий возникновения стабилизации позволяет сделать следующие выводы.

1. Установлены границы применимости метода Крамерса–Хеннебергера, показано, что рассмотрение Крамерса–Хеннебергера неприменимо в области низких частот.

2. В области применимости метода Крамерса–Хеннебергера стабилизация существует лишь в нескольких подобластях, причем зависимость порога стабилизации от частоты различна для разных диапазонов параметров атомного потенциала и частоты поля.

3. Поскольку формирование двухъямного потенциала Крамерса–Хеннебергера не является обязательным условием стабилизации, механизм стабилизации в данном режиме однозначно не сводится к интерференционному механизму.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 95-02-06258).

Литература

1. N. B. Delone and V. P. Krainov, *Multiphoton processes in atoms*, Springer-Verlag (1993); Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов, УФН **165**, 1295 (1995).
2. K. Burnett, V. C. Reed, and P. L. Knight, *J. Phys. B* **26**, 561 (1993).
3. М. В. Федоров, *Электрон в сильном световом поле*, Наука, Москва (1991).
4. А. М. Попов, О. В. Тихонова, and Е. А. Волкова, *Laser Phys.* **5**, 1184 (1995).
5. M. Pont, N. R. Walet, M. Gavrila, and C. W. McCurdy, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 939 (1988).
6. M. Pont and M. Gavrila, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2362 (1990).
7. H. A. Kramers, *Collected papers*, North-Holland, Amsterdam (1956).
8. M. Gavrila and J. Z. Kaminski, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 613 (1984).
9. M. J. Offerhaus, M. Gavrila, and J. Z. Kaminski, *Phys. Lett. A* **112**, 151 (1985).
10. J. van de Ree, M. Gavrila, and J. Z. Kaminski, *Phys. Rev. A* **37**, 4536 (1988).
11. Е. А. Волкова, А. М. Попов, О. В. Смирнова, *ЖЭТФ* **109**, 138 (1996).
12. Е. А. Волкова, А. М. Попов, О. В. Смирнова, *ЖЭТФ* **106**, 1360 (1994).
13. Е. А. Волкова, А. М. Попов, *ЖЭТФ* **105**, 592 (1994).
14. M. V. Fedorov and A. M. Movsesian, *J. Opt. Soc. Am. B* **5**, 850 (1988); M. V. Fedorov, M. Yu. Ivanov, and A. M. Movsesian, *J. Phys. B* **23**, 2245 (1990).
15. J. B. Watson, C. H. Keitel, P. L. Knight, and K. Burnett, *Phys. Rev. A* **52**, 4023 (1995).
16. М. Абрамовиц, И. Стиган, *Справочник по специальным функциям*, Наука, Москва (1979).
17. R. Grobe and M. V. Fedorov, *Laser Phys.* **3**, 265 (1993).