

## ТЕОРИЯ ТОРМОЖЕНИЯ ДОМЕННЫХ СТЕНОК В РОМБИЧЕСКИХ МАГНЕТИКАХ

*Е. Г. Галкина, Б. А. Иванов, К. А. Сафарян*

*Институт магнетизма Национальной академии наук Украины  
252680, Киев, Украина*

Поступила в редакцию 17 апреля 1996 г.

На основе обобщенной феноменологической теории релаксации в ферромагнетиках проведен расчет торможения магнитного солитона, описывающего доменную стенку. Показано, что в этой теории, базирующейся на учете реальной динамической симметрии магнетиков, диссипативная функция имеет различную структуру при больших и малых скоростях стенки. Проведены конкретные вычисления силы вязкого трения стенки в модели Уокера. Показано, что при применении обобщенной теории даже в этой простейшей модели возникают некоторые особенности, не обсуждавшиеся ранее в литературе. В частности, зависимость силы вязкого трения от скорости стенки может быть сильно нелинейной, и могут реализоваться области неустойчивости движения.

1. Среди нелинейных задач физики магнетизма проблема динамики топологических солитонов, описывающих доменные стенки, играет особую роль, см. обзоры [1–4]. При описании динамики солитонов важным параметром является сила вязкого трения  $f$ , которая действует на солитон, движущийся со скоростью  $v$ ,  $f = -\eta(v)v$ . Расчет коэффициента вязкости  $\eta(v)$  для доменной стенки на основе уравнения Ландау–Лифшица с обычным релаксационным слагаемым в форме Гильберта приводит к ряду противоречий с экспериментом, см. обсуждение этого вопроса в [2, 3]. Барьяхтар [5, 6] предложил обобщенную феноменологическую теорию релаксации в ферромагнетиках, базирующуюся на учете реальной динамической симметрии магнетиков. В этой теории вводятся релаксационные слагаемые различной природы (обменной и релятивистской), что в результате дает правильные выражения для зависимости декремента затухания магнонов от волнового вектора и позволяет описать ряд экспериментов по динамике магнитных неоднородностей. Авторы [7] отмечали, что результаты их измерений зависимости коэффициента вязкости доменной стенки от магнитного поля, перпендикулярного легкой оси, могут быть количественно описаны на основе этой теории (конкретный расчет был дан в [8]). Учет обменной релаксации, проведенный в работе [9], позволил объяснить эксперименты [10] по торможению блоховской точки. Эти факты свидетельствуют о том, что обобщенная теория может количественно описывать нетривиальные релаксационные явления.

Мы вычислим силу вязкого трения доменной стенки в модели Уокера и покажем, что при применении обобщенной теории [5, 6] даже в этой простейшей модели возникают некоторые особенности, не обсуждавшиеся ранее в литературе. В частности, зависимость силы вязкого трения от скорости стенки может быть сильно нелинейной и могут реализоваться области неустойчивости движения.

2. В соответствии с результатами работ [5, 6] запишем уравнение Ландау–Лифшица

для намагниченности ферромагнетика  $\mathbf{M}$  в виде

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -g[\mathbf{M}\mathbf{F}] + gM_0\mathbf{\Lambda}\mathbf{F} - \lambda_e a^2 g M_0 \nabla^2 \mathbf{F}. \quad (1)$$

Здесь  $g$  — гиромангнитное отношение,  $\mathbf{F}$  — эффективное поле ферромагнетика,  $\mathbf{F} = -\delta W/\delta \mathbf{M}$ ,  $W = W\{\mathbf{M}\}$  — энергия ферромагнетика, записанная в виде функционала от вектора намагниченности,  $\lambda_e$  — обменная релаксационная константа,  $\mathbf{\Lambda}$  — тензор релятивистских релаксационных констант, см. [6] и ниже. Мы будем исходить из выражения вида

$$W\{\mathbf{M}\} = \int dr \left\{ f(M^2) + \frac{\alpha}{2} (\nabla \mathbf{M})^2 + w_a(\mathbf{M}) \right\}, \quad (2)$$

где  $\alpha$  — константа неоднородного обмена,  $f(M^2)$  описывает изотропное обменное взаимодействие, определяющее длину намагниченности,  $w_a(\mathbf{M})$  — энергия релятивистских взаимодействий, включающая энергию анизотропии и размагничивающего поля. С учетом формулы (2) для эффективного поля  $\mathbf{F}$  получается выражение

$$\mathbf{F} = -\frac{df}{dM} \mathbf{m} + \alpha \nabla^2 \mathbf{M} - \frac{\partial w_a}{\partial \mathbf{M}}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$ . Легко видеть, что  $\mathbf{F}$  содержит как продольную, так и поперечную части,

$$\mathbf{F} = F_{\parallel} \mathbf{m} + \mathbf{F}_{\perp} \quad (\mathbf{m}\mathbf{F}_{\perp}) = 0. \quad (4)$$

Выражение для  $F_{\parallel}$  приводится к виду

$$F_{\parallel} = -\frac{df}{dM} + \alpha \nabla^2 M - \alpha (\nabla \mathbf{m})^2 M - \left( \mathbf{m} \frac{\partial w_a}{\partial \mathbf{M}} \right) = -\frac{df}{dM} + \alpha \nabla^2 M - \frac{\partial w}{\partial M}. \quad (5)$$

Здесь введена величина  $w$ :

$$w = \frac{\alpha}{2} M^2 (\nabla \mathbf{m})^2 + w_a(\mathbf{M}), \quad (6)$$

представляющая собой выражение для энергии ферромагнетика, которое актуально для записи уравнения Ландау–Лифшица без учета изменения длины вектора намагниченности.

Обсудим структуру релятивистского релаксационного члена. Поскольку мы будем рассматривать ферромагнетики с симметрией не ниже ромбической, тензор  $\mathbf{\Lambda}$  можно выбрать в диагональном виде,  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z)$ , а оси  $x, y, z$  выбрать вдоль главных осей ферромагнетика. Для одноосного ферромагнетика  $\lambda_x = \lambda_y = \lambda$ , и при учете только собственных процессов релаксации в силу сохранения  $z$ -проекции суммарной намагниченности величина  $\lambda_z = 0$  [6]. Если же учитывать примесную релаксацию, (например, на редкоземельных ионах, симметрия окружения которых ниже одноосной, но различные неэквивалентные позиции ионов распределены равномерно), то свойства  $\mathbf{\Lambda}$  иные. Например, тензор  $\mathbf{\Lambda}$  для ферритов-гранатов имеет кубическую симметрию, т. е.  $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z$  [11]. Поэтому выберем тензор  $\mathbf{\Lambda}$  в виде

$$\mathbf{\Lambda} = \lambda \text{diag}(1, 1, \varepsilon), \quad (7)$$

не конкретизируя пока значения константы  $\epsilon$ . Уравнение (1) позволяет записать диссипативную функцию ферромагнетика как функционал эффективного поля  $\mathbf{F}$ ,

$$Q = \frac{1}{2}gM \int d\mathbf{r} \{ \lambda_{ik} F_i F_k + \lambda_e a^2 (\nabla \mathbf{F})^2 \}. \quad (8)$$

Выражение (8) не очень хорошо приспособлено для анализа торможения доменной стенки, поскольку диссипативная функция  $Q$  определена через эффективное поле  $\mathbf{F}$ , а не производную намагниченности по времени. Для вычисления скорости диссипации энергии доменной стенки  $dE/dt = -2Q$  необходимо выразить  $\mathbf{F}$  через  $\mathbf{m}$  и его производные. Эффективное поле  $\mathbf{F}$  в силу (4) можно представить в виде суммы двух слагаемых, соответственно перпендикулярного и параллельного намагниченности. Для вычисления поперечной компоненты в основном приближении по релаксационным константам достаточно воспользоваться бездиссипативным вариантом (1), откуда [5, 6]

$$\mathbf{F}_\perp = \frac{1}{g} \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right]. \quad (9)$$

Значение параллельной компоненты  $\mathbf{F}$  связано с изменением длины вектора намагниченности  $\mathbf{M}$  и, в принципе, не может быть найдено из уравнений Ландау–Лифшица без диссипации. Дело в том, что если в бездиссипативном приближении уравнение (1) имеет интеграл движения  $M^2 = M_0^2 = \text{const}$  и может быть записано как уравнение для единичного вектора  $\mathbf{m}$ , то при учете диссипативного слагаемого общего вида необходимо также учитывать изменение  $|\mathbf{M}|$ . Как отмечалось в работах [8, 9, 12–14] и как мы продемонстрируем ниже, именно вычисление  $F_\parallel$  представляет основную проблему анализа диссипации солитонов в рамках обобщенного феноменологического подхода.

3. Получим уравнение для  $F_\parallel$ , для чего домножим (1) на  $\mathbf{m}$  и используем явный вид  $\mathbf{F}_\perp$ . В результате получается

$$\begin{aligned} & -\lambda_e a^2 \nabla^2 F_\parallel + [\lambda(\mathbf{m}) + \lambda_e a^2 (\nabla \mathbf{m})^2] F_\parallel = \\ & = -\frac{1}{gM_0} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{g} \left( \mathbf{m}, \Lambda \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right] \right) - \lambda_e \frac{a^2}{g} \left( \mathbf{m}, \nabla^2 \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right] \right), \end{aligned} \quad (10)$$

где обозначено  $\lambda(\mathbf{m}) = (\mathbf{m}, \Lambda \mathbf{m})$ . Для случая  $\lambda_{ik} = \delta_{ik}$  вклад релятивистской релаксации в правую часть (10) отсутствует.

Здесь пока не сделано никаких приближений, кроме использования формулы (9) для  $\mathbf{F}_\perp$ . В этом случае нужно только выполнение условий  $\lambda \ll 1$ ,  $\lambda_e (a/\Delta)^2 \ll 1$  (где  $\Delta$  — характерный масштаб неоднородности), которые выполняются практически для всех магнетиков.

При использовании только этих неравенств величина  $F_\parallel$  определяется линейным неоднородным дифференциальным уравнением, правая часть которого определяется не только характером решения для единичного вектора  $\mathbf{m}$ , но и изменением намагниченности по длине. Для подавляющего большинства солитонов, которые не содержат сингулярностей, есть еще один малый параметр: малость изменения намагниченности по длине,  $\mu = M - M_0 \ll M_0$  (фактически, малым параметром является продольная восприимчивость  $\chi$ ). С учетом этого значение  $\partial M/\partial t$  может быть записано в общем виде через введенную выше (6) функцию  $w$ . Для этого упрощения запишем энергию однородного обменного взаимодействия в виде

$$f(M) - f(M_0) = \frac{1}{2} \frac{d^2 f(M_0)}{d^2 M_0} (M - M_0)^2 = \frac{1}{2\chi} (M - M_0)^2. \quad (11)$$

Здесь учтено, что  $df/dM = 0$  при  $M = M_0$ , и введена продольная восприимчивость ферромагнетика при однородной намагниченности  $\chi$ .

Воспользовавшись формулой (5) и считая, что  $\chi \gg 1$  и  $\alpha \nabla^2 \mu \ll \mu/\chi$ , представим  $F_{\parallel}$  через  $\mu$  и  $\partial w/\partial M$  в следующем виде:

$$F_{\parallel} = -\mu/\chi - \partial w/\partial M. \quad (12)$$

При подстановке этой формулы в уравнение (10) получается искомое уравнение, определяющее  $F_{\parallel}$  при  $M \approx M_0$ :

$$\begin{aligned} -\frac{\chi}{gM_0} \frac{\partial F_{\parallel}}{\partial t} - \lambda_e a^2 \nabla^2 F_{\parallel} + [\lambda(\mathbf{m}) + \lambda_e a^2 (\nabla \mathbf{m})^2] F_{\parallel} = \frac{\chi}{gM_0} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial w}{\partial M_0} \right] + \\ + \frac{1}{g} \left( \mathbf{m}, \Lambda \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right] \right) - \frac{\lambda_e a^2}{g} \left( \mathbf{m}, \nabla^2 \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right] \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь уже во всех частях уравнения можно положить  $M = M_0$ . Таким образом, решение уравнения для  $F_{\parallel}$  и расчет вклада  $F_{\parallel}$  в диссипативную функцию эквивалентно учету изменения модуля  $M$ .

Это уравнение для случая  $w_a = \beta M_z^2$  и  $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z$  было записано в работах [14, 15]. В общем случае, когда

$$w = \frac{\alpha}{2} M^2 (\nabla \mathbf{m})^2 + \sum_n w_n(\mathbf{M}) \quad (14)$$

( $w_n(\mathbf{M})$  — анизотропия  $n$ -го порядка,  $w_n(\mathbf{M}) \propto M^n$ ), величина

$$\frac{\partial w}{\partial M} = \alpha M (\nabla \mathbf{m})^2 + \frac{1}{M} \sum_n n w_n(M \mathbf{m}). \quad (15)$$

Обсудим уравнение (13), которое является основным для всего дальнейшего рассмотрения. В процессе перехода от уравнения (1) для  $\mathbf{M}$  к (13) в задаче возникла не только пространственная, но и временная дисперсия. Действительно, как мы убедимся ниже, вид  $F_{\parallel}$  существенно меняется при переходе от малых скоростей солитона,  $v < v_c$ , к большим скоростям,  $v > v_c$ . Здесь  $v_c$  — характерное значение скорости, которое определяется соотношением

$$v_c \frac{1}{gM_0} \frac{\partial F_{\parallel}}{\partial \xi} \approx \max \{ \lambda(\mathbf{m}) F_{\parallel}, \lambda_e a^2 (\nabla \mathbf{m})^2 F_{\parallel}, \lambda_e a^2 \nabla^2 F_{\parallel} \}.$$

Ниже мы уточним величину  $v_c$  для доменной стенки в ферромагнетике.

С учетом полученного уравнения для  $F_{\parallel}$  можно сформулировать замкнутый подход к описанию динамики и релаксации возмущений намагниченности в первом приближении по малым параметрам  $\lambda$  и  $\chi$ . Этот подход основан на записи уравнения для единичного вектора намагниченности  $\mathbf{m}$ , которое в силу (1) имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = -g[\mathbf{m}\mathbf{F}] + gM_0 \{ \Lambda \mathbf{F} - \mathbf{m}(\mathbf{m}, \Lambda \mathbf{F}) \} + gM_0 \lambda_e a^2 \{ \mathbf{m}(\mathbf{m}, \nabla^2 \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F} \}, \quad (16)$$

где в диссипативных слагаемых

$$\mathbf{F} = \frac{1}{g} \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right] + \mathbf{m} F_{\parallel},$$

а  $F_{\parallel}$  определяется уравнением (13). Фактически, система (13) и (16) содержит три независимых уравнения для трех величин, в качестве которых можно выбрать  $F_{\parallel}$  и  $\mathbf{m}$ , точнее,  $F_{\parallel}$  и угловые переменные вектора  $\mathbf{m}$  —  $\theta$  и  $\varphi$ ,

$$m_z = \cos \theta, \quad m_x = \sin \theta \cos \varphi, \quad m_y = \sin \theta \sin \varphi. \quad (17)$$

На основе этой системы можно проанализировать диссипацию произвольных нелинейных волн намагниченности. В работах [14] рассматривался случай двухпараметрических солитонов типа бионов и неодномерных солитонов, в том числе топологических. Если же интересоваться, как мы и будем делать, только решениями типа простой волны  $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$  ( $\mathbf{v} = \text{const}$  — скорость волны), то для вычисления силы трения достаточно записать формулу для диссипативной функции. Величина  $Q$  определяет скорость диссипации энергии в системе, и для солитона типа простой волны сила трения определяется выражением

$$\mathbf{f} = -\eta(v)\mathbf{v}, \quad \eta(v) = 2Q/v^2. \quad (18)$$

Используя (9), формулу для диссипативной функции можно записать через  $F_{\parallel}$ ,  $\mathbf{m}$  и  $\partial\mathbf{m}/\partial t$  в виде

$$Q = \frac{gM_0}{2} \int q d\mathbf{r},$$

где плотность диссипативной функции  $q$  определяется достаточно громоздким выражением

$$\begin{aligned} q = & \lambda(\mathbf{m})F_{\parallel}^2 + \frac{1}{g^2} \left( \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right], \Lambda \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right] \right) + \\ & + \frac{2}{g} F_{\parallel} \left\{ \left( \mathbf{m}, \Lambda \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right] \right) - \lambda_e a^2 \left( \mathbf{m}, \nabla^2 \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right] \right) \right\} + \\ & + \lambda_e a^2 \left\{ (\nabla F_{\parallel})^2 + F_{\parallel}^2 (\nabla \mathbf{m})^2 + \frac{1}{g^2} \left( \nabla \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right] \right)^2 \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

Плотность диссипативной функции  $q$  содержит слагаемые как квадратичные по компонентам  $F_{\parallel}$  или  $\partial\mathbf{m}/\partial t$ , так и билинейные по  $F_{\parallel}$  и  $\partial\mathbf{m}/\partial t$ .

Для анализа релаксации произвольного солитона типа простой волны в рамках уравнений (13) и (16) надо сначала найти его структуру  $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0(\xi)$ ,  $\xi = \mathbf{r} - \mathbf{v}t$  как решение уравнения Ландау–Лифшица (16) для единичного вектора  $\mathbf{m}$  при  $\Lambda, \lambda_e = 0$ . Затем, используя явный вид  $\mathbf{m}_0(\xi)$ , надо построить уравнение (13) для  $F_{\parallel}$ . Решив это уравнение, можно записать явный вид диссипативной функции только через  $\mathbf{m}_0(\xi)$ ,  $d\mathbf{m}_0(\xi)/d\xi$ . После этого можно вычислить силу торможения, действующую на стенку по формуле  $\mathbf{f} = -(2Q/v^2)\mathbf{v}$ .

Уравнение (13) имеет вид линейного уравнения в частных производных с правой частью, и его решение всегда можно представить в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения. Легко показать, что общее решение однородного уравнения не дает вклада в диссипативную функцию, поэтому достаточно использовать любое частное решение уравнения (13). Однако нахождение этого частного решения в общем случае представляет собой сложную проблему.

Различные приближенные решения этой проблемы обсуждались в работах [8, 9, 12–14]. Задача существенно упрощается в том случае, если обменная релаксационная константа в некотором смысле мала, т. е. выполняется неравенство

$$\lambda_e a^2 (\nabla \mathbf{m})^2, \quad \lambda_e a^2 (\nabla F_{\parallel})^2 / F_{\parallel}^2 \ll \lambda. \quad (20)$$

Такое приближение может быть реальным для различных ферромагнетиков: слабоанизотропного железиттриевого граната, а также эпитаксиальных пленок ферритов-гранатов для устройств на цилиндрических магнитных доменах. В этих случаях физическая причина малости различна: для железиттриевых гранатов дело в малости градиентов намагниченности в доменной стенке, для материалов с цилиндрическими магнитными доменами — в том, что велика константа  $\lambda$  [8, 12, 13].

При выполнении неравенства (20) уравнение (13) для  $F_{\parallel}$  упрощается и приобретает вид уравнения первого порядка по времени:

$$\frac{\chi}{gM_0} \frac{\partial F_{\parallel}}{\partial t} + \lambda(\mathbf{m})F_{\parallel} = \frac{\chi}{gM_0} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial w}{\partial M_0} \right] + \frac{1}{g} \left\{ \left( \mathbf{m}, \Lambda \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right] \right) - \lambda_e a^2 \left( \mathbf{m}, \nabla^2 \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right] \right) \right\}. \quad (21)$$

Если скорость солитона мала,  $v < v_c$ , и характерное значение скорости  $v_c$  определяется формулой

$$v_c = gM\lambda\Delta/\chi, \quad (22)$$

где  $\Delta$  — характерное значение ширины солитона, то можно опустить член с  $\partial F_{\parallel}/\partial t$  и записать решение в явном виде:

$$F_{\parallel} = -\frac{1}{\lambda_{ik} m_i m_k} \left\{ \frac{\chi}{gM_0} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial w}{\partial M_0} \right] + m_i \lambda_{ik} \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right]_k - \lambda_e a^2 \left( \mathbf{m}, \nabla^2 \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right] \right) \right\}. \quad (23)$$

В этом случае формулу для диссипативной функции в случае медленного изменения намагниченности (например, при скорости доменной стенки  $v < v_c$ ) можно записать только через  $\mathbf{m}$  и его производные, исключив  $F_{\parallel}$ . Подставляя  $F_{\parallel}$  из (23) в выражение (19) для плотности диссипативной функции, после несложных, но громоздких преобразований получаем

$$Q = \frac{M_0}{2g} \int dr \left\{ \lambda_{ik} \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right]_i \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right]_k - \frac{1}{\lambda_{ik} m_i m_k} \left( \lambda_{ik} m_i \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right]_k \right)^2 + \frac{1}{\lambda_{ik} m_i m_k} \left( \frac{\chi}{M_0} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial w}{\partial M_0} \right] \right)^2 + \lambda_e a^2 \left( \mathbf{m}, \nabla^2 \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right] \right) \right\}. \quad (24)$$

Здесь сохранен только прямой вклад обменной релаксации, т. е. опущены слагаемые, которые малы в меру неравенства (20). Таким образом, в случае медленного изменения намагниченности диссипативная функция приобрела вид суммы трех слагаемых:

$$Q = Q_r + Q_e + Q_{\chi}, \quad (25)$$

каждое из которых допускает простую физическую интерпретацию. Величина  $Q_\tau$  определяется двумя первыми слагаемыми в (24), пропорциональна первой степени релятивистской константы  $\lambda$  и может быть интерпретирована как прямой вклад релятивистской релаксации. Заметим, однако, что  $Q_\tau$  не равно  $\lambda_{ik} F_{\perp i} F_{\perp k}$  (первое слагаемое в (24)) и содержит вклады  $F_{\parallel}$  (второе слагаемое в (24)). В угловых переменных для вектора намагниченности и при выборе тензора  $\Lambda$  в виде  $\text{diag}(\lambda, \lambda, \lambda_z)$  величину  $Q_\tau$  можно привести к виду

$$Q_\tau = \frac{M_0}{2g} \int d\mathbf{r} \left\{ \lambda \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 + \sin^2 \theta \frac{\lambda \lambda_z}{\lambda \sin^2 \theta + \lambda_z \cos^2 \theta} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 \right\}. \quad (26)$$

При  $\lambda = \lambda_z$ , когда  $\lambda_{ik} = \lambda \delta_{ik}$ , выражение в фигурных скобках равно  $\lambda \{ (\partial \theta / \partial t)^2 + \sin^2 \theta (\partial \varphi / \partial t)^2 \}$ , и это выражение сводится к диссипативной функции в форме Гильберта. Если же  $\lambda_z = 0$ , то член с  $(\partial \varphi / \partial t)^2$  в  $Q_\tau$  отсутствует для всех значений  $\theta$ . Заметим, что этот результат, важный для описания релаксации спиновых волн в ферромагнетиках с непрерывным вырождением (типа легкоплоскостного ферромагнетика) получается только при последовательном учете  $F_{\parallel}$ . Если вычислять  $q_\tau$  по формуле  $\lambda_{ik} [m \partial m / \partial t]_i [m \partial m / \partial t]_k$ , то член с  $(\partial \varphi / \partial t)^2$  в  $Q_\tau$  присутствует, например, в конусной фазе легкоплоскостного ферромагнетика [6], что приводит к неверным результатам для декремента затухания спиновых волн.

Обменная диссипативная функция  $Q_e$  в угловых переменных выписана в работах [14], и мы ее не приводим. Отметим только, что в пределе слабозбужденных состояний легкоплоскостного ферромагнетика (когда  $\theta \rightarrow \pi/2, \nabla \theta \rightarrow 0$ ),

$$Q_e \rightarrow \frac{M_0}{2g} \int d\mathbf{r} (\nabla [\partial \varphi / \partial t])^2,$$

т. е.  $Q_e$  имеет такую же структуру, как диссипативная функция  $Q_{el}$  в теории упругости,

$$Q_{el} \propto \int d\mathbf{r} \left( \nabla \left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right] \right)^2,$$

$\mathbf{u}$  — вектор смещения среды [16]. В работе Гальперина и Хоэнберга [17] такая диссипативная функция была выбрана для гидродинамического описания спиновых волн легкоплоскостных магнетиков.

Наконец, третье слагаемое с учетом (23) может быть записано в виде

$$Q_\chi = \frac{M_0}{2g} \int d\mathbf{r} \left\{ \frac{\chi^2}{\lambda \sin^2 \theta + \lambda_z \cos^2 \theta} \right\} \times \left\{ \frac{d}{dt} \left[ \alpha (\nabla \theta)^2 + \alpha \sin^2 \theta (\nabla \varphi)^2 + \left( \frac{1}{M_0^2} \right) \sum_n n w_n(\theta, \varphi) \right] \right\}^2, \quad (27)$$

где  $w_n(\theta, \varphi)$  описывает анизотропию  $n$ -го порядка. Это слагаемое определяет вклад изменения длины вектора намагниченности в диссипацию солитона. Этот вклад был впервые рассмотрен в работе [13]. Он отличен от нуля только при конечном значении продольной восприимчивости ферромагнетика  $\chi$ . Роль «эффективной релаксационной константы» в этом члене играет величина  $\chi^2 / \lambda$ . Отметим, что такая же комбинация

возникает и при описании продольной или медленной релаксации в магнетиках с редкоземельными ионами как для линейных возбуждений — магнонов, см. [18], так и для движущихся доменных стенок [11]. При всем различии физических процессов в этих задачах между ними есть сходство. В обоих случаях релаксация связана с тем, что изменение динамической переменной (нормированной намагниченности  $m$  в нашем случае или намагниченности железной подрешетки  $M_{Fe}$  в случае [11]) выводит из равновесия переменную с чисто релаксационной динамикой (длину намагниченности  $M$  или намагниченность редкоземельной подрешетки  $M_R$ ). При этом вклад в диссипацию растет как с ростом соответствующей восприимчивости  $\chi$ , так и с уменьшением релаксационной константы  $\lambda$ . Эффективная релаксационная константа в  $Q_\chi$  пропорциональна малому параметру  $\chi$  в квадрате, но она содержит в знаменателе малый параметр  $\lambda$ . Поэтому этот вклад в торможение доменной стенки в ферромагнетиках с малой диссипацией может оказаться существенным.

4. Перейдем к вычислению силы торможения, действующей на движущийся топологический солитон — доменную стенку в ферромагнетике. В простейшей модели ферромагнетика, допускающей точное решение в бездиссипативном приближении, рассмотрим релаксацию доменной стенки при малых и больших скоростях, продемонстрировав при этом влияние временной дисперсии на релаксацию солитонов.

Исследование динамики доменной стенки, движущейся с немалой скоростью, для произвольной модели ферромагнетика представляет собой достаточно сложную задачу, общее решение которой неизвестно. Единственная модель, для которой известно точное решение, описывающее доменную стенку, движущуюся с любой скоростью, меньшей так называемой предельной скорости, описывается энергией анизотропии  $w_a$  в виде квадратичной формы от компонент намагниченности, см. [1, 4]. Мы будем использовать выражение, характерное для ромбического ферромагнетика:

$$w_a = \frac{1}{2} (\beta M_x^2 + \beta' M_y^2) = \frac{M_0^2}{2} \beta \sin^2 \theta (1 + \rho \sin^2 \varphi). \quad (28)$$

Пусть ось  $z$  является осью легкого намагничивания ферромагнетика, а ось  $y$  — осью наиболее трудного намагничивания, тогда  $\beta' > \beta > 0$ . Угловые переменные выбраны обычным образом, см. (17). В формуле (28) при записи  $w_a$  в угловых переменных  $\rho = (\beta' - \beta)/\beta$ . Заметим, что формула (28) используется и для одноосных ферромагнетиков при учете энергии размагничивающих полей в локальном (винтёровском) приближении, в этом случае  $\rho = 4\pi/\beta = 1/q$ ,  $q$  — фактор качества, вводимый для материалов с цилиндрическими магнитными доменами, см., например, [2, 4].

Как показал Уокер (см. обзоры [1–4]), для энергии (28) уравнение Ландау–Лифшица имеет точное решение вида  $\varphi = \varphi_0 = \text{const}$ ,  $\theta = \theta(\xi)$ ,  $\xi = x - vt$ , где

$$\cos \theta = \pm \text{th} [\xi/\Delta(\varphi_0)], \quad \Delta(\varphi_0) = \Delta(1 + \rho \sin^2 \varphi_0)^{-1/2}, \quad \Delta = \sqrt{\alpha/\beta}. \quad (29)$$

Значение  $\varphi_0$  определяется скоростью доменной стенки  $v$  в соответствии с уравнением

$$v/gM_0\sqrt{\alpha\beta} = \rho \sin \varphi \cos \varphi / \sqrt{1 + \rho \sin^2 \varphi}. \quad (30)$$

Уравнение (30) имеет решение только при  $v < v_W$ , где  $v_W$  называется уокеровским предельным значением (уокеровским пределом). Величина  $v_W$  обращается в нуль при



$\rho \rightarrow 0$ , т. е. для чисто одноосного ферромагнетика, и достигает максимального значения, совпадающего с минимальной фазовой скоростью магнонов, при  $\rho \gg 1$ :

$$v_W = gM_0\sqrt{\alpha\beta} \left( \sqrt{1+\rho} - 1 \right) = gM_0 \begin{cases} (\beta'/2\beta) \sqrt{\alpha\beta}, & \beta' \ll \beta, \\ \sqrt{\alpha\beta'}, & \beta \ll \beta' \end{cases} \quad (31)$$

При  $\rho \rightarrow 0$  изменением толщины доменной стенки при движении можно пренебречь и считать, что величина  $\Delta = \sqrt{\alpha/\beta}$ . Если же  $\rho \gg 1$ , то при изменении скорости стенки ее толщина меняется существенно: от  $\Delta = \sqrt{\alpha/\beta}$  при  $v = 0$  до  $\Delta_W = \sqrt{\alpha/\beta'} = \Delta/\sqrt{\rho} \ll \Delta$  при  $v = v_W$ .

Вычислим силу торможения, действующую на доменную стенку вида (29) при выполнении условия  $v < v_c$ , когда можно использовать диссипативную функцию вида (24)–(27). Вклад релятивистской релаксации для этого решения вообще не зависит от соотношения параметров  $\lambda$  и  $\lambda_z$  в тензоре диссипативных констант, так как при  $\varphi = \text{const}$  вид  $Q_\tau$  определяется тем же выражением, что и в стандартной теории с релаксационным членом в форме Ландау–Лифшица или Гильберта:

$$\eta_r(v) = 2\lambda_r M_0/g\Delta(v). \quad (32)$$

Здесь и далее будет использоваться обозначение  $\Delta(v) = \Delta[\varphi_0(v)]$ , где  $\varphi_0(v)$  определяется формулой (30). Для обменной релаксации результат также получается из формул (41), (43) работы Барьяхтара [5] при замене толщины доменной стенки  $\Delta$  на  $\Delta(v)$ :

$$\eta_e(v) = 2\lambda_e a^2 M_0/3g\Delta^3(v). \quad (33)$$

Вклад  $Q_\chi$  (27) может быть записан в виде

$$f_\chi = \eta_\chi(v)v, \quad \eta_\chi(v) = \frac{64M_0}{15g\Delta(v)} \frac{\chi^2\beta^2}{\langle \lambda \rangle}, \quad (34)$$

$$\langle \lambda \rangle = \left[ \int_0^\pi d\theta \sin^3 \theta \cos^2 \theta \right] / \left\{ \int_0^\pi d\theta [\sin^3 \theta \cos^2 \theta] [\lambda \sin^2 \theta + \lambda_z \cos^2 \theta]^{-1} \right\},$$

значение  $\langle \lambda \rangle = \lambda$  при  $\lambda = \lambda_z$  и  $\langle \lambda \rangle = 12\lambda/5$  при  $\lambda_z = 0$ .

Величины  $\eta_r(v)$ ,  $\eta_e(v)$  и  $\eta_z(v)$  имеют смысл нелинейных коэффициентов вязкого трения доменной стенки. При  $\rho \ll 1$ , что характерно для стандартных материалов с цилиндрическими магнитными доменами, зависимость  $\Delta(v)$  слабая и в основном приближении по  $\rho$  величины  $\eta_r(v)$  и  $\eta_e(v)$  не зависят от  $v$ .

Если же рассмотреть случай  $\rho \gg 1$  (который соответствует легкоплоскостному ферромагнетик со слабоанизотропной плоскостью мягкого намагничивания и может использоваться для описания железиттриевого граната), то  $\eta_r(v)$ ,  $\eta_\chi(v)$  и особенно  $\eta_e(v)$  зависят от скорости за счет зависимости  $\Delta = \Delta(v)$ , а величины  $\eta_r$  и  $\eta_e$  при  $v = v_W$  значительно больше, чем при  $v = 0$ :

$$\eta_{r,\chi}(v_W)/\eta_{r,\chi}(0) = \rho^{1/2}, \quad \eta_e(v_W)/\eta_e(0) = \rho^{3/2}.$$

Для скорости вынужденного движения доменной стенки  $v$  под действием ведущего поля  $H$ , параллельного оси  $z$ , можно записать

$$v\eta(v) = 2M_0H_z.$$

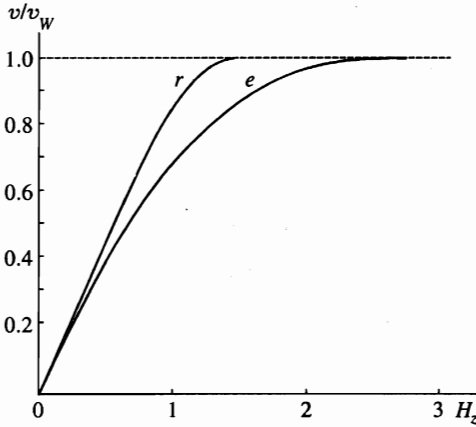


Рис. 1. Зависимость скорости доменной стенки от продвигающего поля  $H_z$  (в относительных единицах) при преобладании релятивистской или обменной релаксации (индексы  $r$  или  $e$  над кривыми) для  $\rho = 3$

Решая это уравнение, легко построить искомую зависимость  $v = v(H)$  для различных соотношений констант  $\rho$ ,  $\lambda$  и  $\lambda_e(a/\Delta)^2$ . Нетрудно убедиться, что при  $\rho \ll 1$  зависимость  $v = v(H_z)$  практически линейная и вклады обменной и релятивистской релаксаций неотличимы. Если же  $\rho \gg 1$ , то зависимости  $v = v(H_z)$  при преобладании, например, обменного или релятивистского вклада сильно отличаются друг от друга, см. рис. 1. Подчеркнем, что для того чтобы эта нелинейность могла проявиться в формулах (32)–(34), полученных при  $v \ll v_c$ , надо потребовать, чтобы одновременно выполнялись два неравенства

$$\rho \gg 1 \text{ и } v_w \ll v_c.$$

5. Рассмотрим теперь случай немалых скоростей,  $v \geq v_c$ . В этом случае выражение (23) для  $F_{\parallel}$  и формулы (25)–(27) для диссипативной функции неприменимы, надо решать уравнение (21) и вычислять диссипативную функцию с помощью общего выражения (19). Как отмечалось, в этом случае в диссипативной функции нельзя даже выделить отдельные слагаемые типа  $Q_r$ ,  $Q_x$  и  $Q_e$ , так как плотность диссипативной функции (19) содержит слагаемые как квадратичные по компонентам  $F_{\parallel}$  или  $\partial \mathbf{m} / \partial t$ , так и билинейные по  $F_{\parallel}$  и  $\partial \mathbf{m} / \partial t$ .

Для решения Уокера  $\varphi = \text{const}$ ,  $d\varphi/d\xi = 0$  и при выборе тензора релятивистских диссипативных констант в виде  $\Lambda = \lambda \text{diag}(1, 1, \varepsilon)$  все слагаемые в (19), билинейные по  $F_{\parallel}$  и  $\partial \mathbf{m} / \partial t$ , обращаются в нуль. Действительно,

$$\left( \mathbf{m}, \Lambda \left[ \mathbf{m} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right] \right) = \frac{\partial \varphi}{\partial t} (\lambda - \lambda_z) \cos \theta \sin^2 \theta. \quad (35)$$

Равенство нулю слагаемого, соответствующего обменной релаксации,  $(\mathbf{m}, \nabla^2 [\mathbf{m} \partial \mathbf{m} / \partial t])$  для уокеровского решения было отмечено в [15]. То же относится и к уравнению (13): все слагаемые в его правой части, кроме  $(\partial / \partial t) [\partial w / \partial M]$ , обращаются в нуль. С учетом этих упрощений диссипативная функция снова может быть записана в виде суммы трех слагаемых типа (25),  $Q = Q_r + Q_e + Q_x$ . Более того, слагаемые  $Q_r$  и  $Q_e$  имеют тот же вид, что и для случая  $v \ll v_c$ .

Подчеркнем, что это справедливо только для конкретного решения Уокера, так как можно показать, что коэффициент при  $(\partial \varphi / \partial t)^2$  в  $Q_r$  имеет различный вид при больших и малых скоростях.

Выражения для  $Q_x$  в случаях  $v \ll v_c$  и  $v \geq v_c$  существенно отличаются. С учетом конкретного вида уокеровского решения уравнение (21) для  $F$  можно записать в виде

$$-\frac{v\chi}{gM_0}F' + \lambda(\theta)F = \frac{v\chi}{gM_0}[2\beta M_0 \sin^2 \theta]', \tag{36}$$

где  $\lambda(\theta) = \lambda(\sin \theta + \varepsilon \cos^2 \theta)$ , штрихом обозначена производная по  $\xi$ .

Если здесь считать, что  $v \rightarrow 0$ , то можно использовать простую формулу (23). Однако для уокеровского решения возможен довольно полный анализ проблемы при любых скоростях  $v < v_W$ . Действительно, переходя от дифференцирования по  $\xi$  к дифференцированию по  $\theta$  с помощью формулы  $\Delta(d\theta/d\xi) = \sin \theta$ , переписываем это уравнение в виде

$$(dF_{||}/d\theta) - [\kappa(\theta)/\sin \theta] F = -4\beta M_0 \sin \theta \cos \theta,$$

где обозначено  $\kappa(\theta) = gM_0\lambda(\theta)\Delta/v\chi$ .

Отсюда можно записать явную зависимость  $F$  от  $\theta$  в виде квадратуры. Решение уравнения (36) имеет вид

$$F(\theta) = - \int_0^\theta 4\pi\beta M_0 \sin \zeta \cos \zeta \left\{ \exp \left[ \int_\zeta^\theta d\psi \kappa(\psi)/\sin \psi \right] \right\} d\zeta.$$

Можно показать, что это решение удовлетворяет условию  $F_{||}(0) = 0$  и  $F_{||}(\pi) = 0$ , т. е.  $F_{||}$  обращается в нуль вдали от доменной границы. Однако асимптотики  $F_{||}(\xi)$  при  $\xi \rightarrow \infty$  и  $\xi \rightarrow -\infty$  не совпадают. Это понятно, так как уравнение (36) и его решение имеют определенную симметрию по отношению к замене  $\xi \rightarrow -\xi$  только в предельных случаях, а именно: при  $v = 0$ ,  $\lambda \neq 0$  ( $1/\kappa) = 0$  имеем  $F_{||}(\xi) = -F_{||}(-\xi)$  или же при  $v \neq 0$ ,  $\lambda = 0$ ,  $\kappa = 0$  справедливо  $F_{||}(\xi) = F_{||}(-\xi)$ . Воспользовавшись формулой для  $F(\theta)$ , можно вычислить величину  $Q$  как функцию скорости доменной границы во всем интервале изменения  $v$  от  $v = 0$  до  $v = v_W$ . Однако представить результат в виде единой аналитической формулы не удастся, и мы ограничимся анализом асимптотик по скорости.

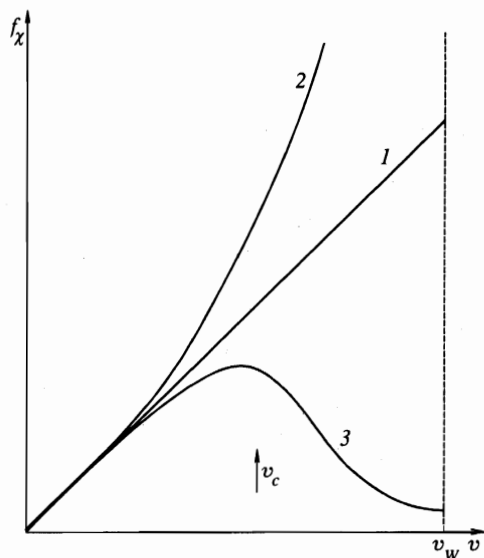
Понятно, что определяющим в этой задаче является значение параметра  $\kappa = gM_0\lambda\Delta/v\chi$ , который можно представить в виде отношения скорости доменной стенки  $v$  к некоторой (введенной выше из качественных оценок) характерной скорости  $v_c$ :

$$\kappa = v_c/v, \quad v_c = gM_0\lambda\Delta/\chi. \tag{37}$$

Если  $v \ll v_c$ , то решение можно записать в виде разложения по  $v/v_c$ . В линейном приближении легко получить

$$F_{||} = [v\chi/gM_0\Delta(v)\lambda(\theta)] (4M_0\beta \sin^2 \theta \cos \theta),$$

что совпадает с результатом, следующим из (23). Если подставить это выражение в формулу для  $Q_x$ , то получим, что сила трения  $f_x$  пропорциональна скорости доменной стенки  $v$  и может быть записана в виде (34).



**Рис. 2.** Зависимость силы торможения  $f_x$  от скорости доменной стенки  $v$  (схематически) для различных предельных случаев: 1 —  $\rho \ll 1$ ,  $v_W \ll v_c$ , — линейная зависимость; 2 —  $\rho \gg 1$ ,  $v_W \ll v_c$ , — нелинейный рост за счет множителя  $1/\Delta(v)$  такой же, как как для  $f_r$ ; 3 —  $v_W \gg v_c$  — «выключение» вклада  $f_x$  при  $v \geq v_c$

При  $v \gg v_c$  возможно другое упрощение уравнения (36). Если опустить малый множитель  $\kappa F_{||}$ , то можно записать  $F_{||}(\theta) = -2\beta M_0 \sin^2 \theta$ , откуда получается, что диссипативная функция  $Q_x$  определяется формулой

$$Q_x = \frac{g}{2} \int_0^\pi \lambda(\theta) 4\beta^2 M_0 \Delta(v) \sin^3 \theta d\theta.$$

В этом случае  $Q_x$  не зависит от скорости, кроме зависимости, идущей из  $\Delta(v)$ . Следовательно, сила трения  $f_x$  при  $v \gg v_c$  пропорциональна  $1/v$ :

$$f_x = \eta_x^* \frac{v_c^2}{v}, \quad \eta_x^* = \frac{16\beta^2 \chi^2 M_0 \Delta(v)}{15g\Delta^2} (4\lambda + \lambda_z). \tag{38}$$

При  $v \approx v_c$  значения (34) и (38) совпадают по порядку величины. Таким образом, если предельная скорость доменной границы  $v_W \gg v_c$ , то вклад в силу торможения доменной границы за счет изменения длины намагниченности имеет аномальную (по сравнению с  $f_r$  и  $f_e$ ) зависимость от скорости доменной границы. Эта зависимость не сводится к замене  $\Delta \rightarrow \Delta(v)$  в формулах, полученных при  $v \rightarrow 0$ , и определяется различными формулами при  $v \geq v_c$  и  $v \leq v_c$ ,

$$f_x = \begin{cases} v\eta_x, & v \ll v_c, \\ v_c^2 \eta_x^* / v, & v \gg v_c. \end{cases} \tag{39}$$

Такое поведение торможения доменной границы при  $v \gg v_c$  может быть описано как «выключение» соответствующего вклада, см. рис. 2. Это поведение есть проявление эффекта временной дисперсии. Этот эффект появляется потому, что при движении намагниченности  $\mathbf{M} = M\mathbf{m}$  можно выделить два принципиально различных вида движения: слабодиссипативную динамику  $\mathbf{m}$  и диффузию величины  $\mu = M - M_0$ . При

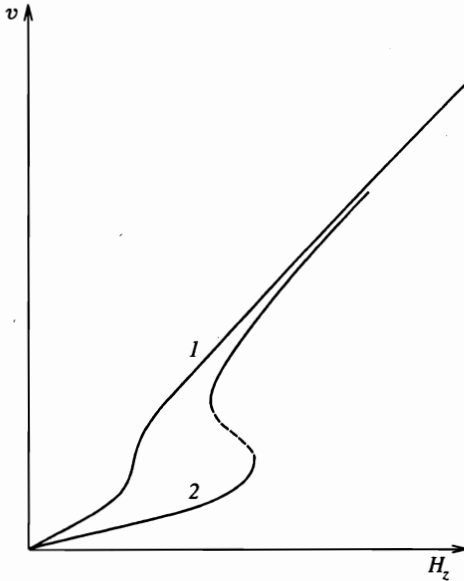


Рис. 3. Зависимость скорости доменной стенки от продвигающего поля  $H_z$  (схематически) при  $\rho \ll 1$ ,  $v_W \gg v_c$  для случаев слабой (1) и сильной (2) нелинейности в зависимости  $f(v)$ , что отвечает малому или большому вкладу  $f_\chi(v)$  по сравнению соответственно с  $f_r$  или  $f_e$ . Часть кривой (2), отвечающая области неустойчивости движения, проведена штриховой линией

рассмотрении нелинейной волны типа доменной границы с ярко выраженной локализацией намагнитченности на расстоянии  $\Delta x \approx \sqrt{\alpha/\beta}$  возникают два характерных времени: «динамическое» время  $\tau_{din} = \Delta x/v$  и характерное диффузионное время изменения возмущения  $\tau_{diff} = \chi/gM_0\lambda$ . Легко видеть, что сравнение этих времен приводит к описанной выше оценке  $v_c$ . Нелинейность в зависимости  $f_\chi(v)$  проявляется в характере зависимости скорости вынужденного движения стенки от поля  $H_z$ , см. ниже рис. 3.

6. Подведем итог расчета торможения доменной стенки в модели Уокера. При  $v_W < v_c$  полная сила торможения может быть записана в виде

$$f = v \left\{ \eta_r^{(0)} [\Delta/\Delta(v)] + \eta_e^{(0)} [\Delta/\Delta(v)]^3 + \eta_\chi^{(0)} [\Delta/\Delta(v)] \right\}, \quad (40)$$

где  $\eta_\alpha^{(0)}$  — коэффициенты вязкости при  $v = 0$ , ее зависимость от скорости описывается только зависимостью  $\Delta(v)$ . Эта зависимость существенна при  $\rho \gg 1$ , см. (29) и (30), и пренебрежимо мала при  $\rho \ll 1$ . В последнем случае (материалы с цилиндрическими магнитными доменами) можно записать, что  $\Delta(v) = \Delta_0 = \sqrt{\alpha/\beta}$ .

Если же  $v_W \gg v_c$  (для реальных магнетиков возможно выполнение обоих этих неравенств), то при  $v < v_c$  зависимость  $f(v)$  описывается теми же выражениями, в которых надо положить  $\Delta(v) = \sqrt{\alpha/\beta}$ . Итак, при  $v_W \gg v_c$  и  $v \ll v_c$  зависимость  $f(v)$  линейная:

$$f = v [\eta_r^{(0)} + \eta_e^{(0)} + \eta_\chi^{(0)}]. \quad (41)$$

В случае же  $v_W > v \gg v_c$  происходит «выключение» вклада  $\eta_\chi$  и

$$f = v(\eta_r + \eta_e) + v_c^2 \eta_\chi^*/v. \quad (42)$$

Таким образом, для  $v_W \gg v_c$  есть два линейных участка зависимости  $f(v)$ , а именно,  $v \ll v_c$  и  $v_c < v \ll v_W$ , характеризующихся различными наклонами.

Эти эффекты приводят к особенностям в зависимости скорости вынужденного движения доменной границы от внешнего ведущего поля  $H_z$ . Если считать, что ведущее поле направлено вдоль оси  $z$ , то скорость установившегося движения определяется равенством внешней силы (магнитное давление  $2MH_z$ ) и силы торможения  $f(v) = f_e + f_r + f_\chi$ . Вид зависимости  $v(H_z)$  определяется соотношением характерных скоростей  $v_W$  и  $v_c$ .

При  $v_W < v_c$  зависимость  $v(H_z)$  всегда монотонная, при  $\rho \ll 1$  она близка к линейной. Если же  $\rho \gg 1$ , то возникают нелинейности, связанные с зависимостью  $\Delta = \Delta(v)$ , при  $v \rightarrow v_W$  сильнее всего растет вклад обменной релаксации, см. выше рис. 1.

При  $v_W \gg v_c$  нелинейность проявляется иначе. При  $v \ll v_c$  и  $v_W > v \gg v_c$  зависимость  $v(H_z)$  линейна, типа  $v = \mu_* H_z$ , но подвижность  $\mu_*$  при больших и малых  $v$  разная, при  $v \gg v_c$  величина  $\mu_* = dv/dH_z$  больше, чем значение  $\mu_*$  при  $v \ll v_c$ , см. рис. 3. При достаточно большой разнице значений подвижности при  $v \ll v_c$  и  $v \gg v_c$  в переходной области  $v \sim v_c$  должна реализоваться отрицательная дифференциальная подвижность  $\mu_* = dv/dH_z$ , вследствие чего стационарное движение плоской доменной стенки будет нестабильным [3].

7. Таким образом, проведенный анализ показал, что в отличие от стандартной теории диссипации, базирующейся на гильбертовском слагаемом, обобщенная феноменологическая теория предсказывает различные и достаточно сложные виды зависимости силы торможения доменной стенки от продвигающего поля. То, какой вид зависимости реализуется в действительности, определяется соотношением характерных параметров — прежде всего  $v_W$  и  $v_c$ , а также релаксационных констант  $\lambda$ ,  $\lambda_e$  и  $\chi^2/\lambda$ . Значения этих параметров, как правило, неизвестны и могут сильно меняться от кристалла к кристаллу. В этом случае решающую роль играет эксперимент. Обсудим возможности наблюдения описанных эффектов.

Очень хорошим объектом для динамических экспериментов являются слабые ферромагнетики типа ортоферритов. Исчерпывающие данные по динамике доменной стенки со скоростями до предельной (ее значение порядка 20 км/с) в этих материалах получены группой Четкина, см. обзор [3]. В слабых ферромагнетиках при скоростях, весьма малых по сравнению с предельной, наблюдались эффекты типа описанных выше («выключение» некоторого механизма релаксации при скоростях порядка 200 м/с и 500 м/с в иттриевом ортоферрите  $YFeO_3$  и в борате железа  $FeBO_3$ , соответственно [19]). Однако развитая здесь теория неприменима непосредственно к слабым ферромагнетикам. Более того, данные предварительных расчетов показывают, что вклад типа  $\chi^2/\lambda$  в торможение доменной стенки для ортоферритов значительно меньше, чем для ферромагнетиков. Детальный анализ [3] свидетельствует о том, что в слабых ферромагнетиках типа ортоферритов вся совокупность данных по динамике доменной стенки со скоростью от 1 км/с до предельной может быть описана в рамках простого релаксационного слагаемого с одной релаксационной константой. Поэтому вернемся к обсуждению ферромагнетиков.

Модель Уокера удобна тем, что для нее известно точное решение, описывающее доменную стенку, движущуюся с немалой скоростью. Проблема в описании экспериментов на основе этой модели состоит в том, что большинство известных экспериментов было проведено для тонких пленок материалов с цилиндрическими магнитными доменами, в которых реализуются скрученные доменные стенки, т. е. доменная стенка даже без движения не является одномерной, см. [2]. В этом случае закономерности формирования предельной скорости абсолютно другие, чем в решении Уокера, и предельная скорость значительно меньше, чем  $v_W$ . Поэтому в качестве объектов, к которым могла

бы применяться развитая теория, надо, прежде всего, рассматривать такие магнетики, в которых доменная стенка является одномерной и применимо решение Уокера, в частности, максимальная скорость доменной стенки должна совпадать с  $v_W$ .

Для проявления описанных выше эффектов требуется выполнение еще одного критерия. Необходимо, чтобы релаксация определялась в основном внутренними процессами, а не примесными, для которых характерна иная зависимость  $f(v)$  и  $v(H_z)$ , см. [11]. Это условие соответствует малости эффективной релаксационной константы  $\lambda$ . Точный критерий указать трудно, отметим только, что для пленки с  $\lambda = 0.38$  наблюдалась [23] типичная «уокеровская» зависимость  $v(H_z)$ , характерная для простейшей модели релаксации, а для эпитаксиальных пленок ферромагнетика с цилиндрическими магнитными доменами с  $\lambda = 0.01$  и  $\lambda = 0.004$  вклад слагаемого с  $\chi^2/\lambda$  достигал 90% [7] и 40% [21] при относительно малом обменном вкладе. Обсудим возможность выполнения этих критериев.

По-видимому, скручивание доменной стенки должно отсутствовать для материалов типа пластин железо-иттриевого граната, в которых специальными методами можно создать одномерные доменные стенки [20]. Согласно [12, 13] для железо-иттриевого граната вклад негильбертовских слагаемых в релаксацию доменной стенки достигает 90%, и описанные выше эффекты нелинейности в зависимости  $v(H_z)$  должны быть существенными. К сожалению, эксперимент [20] был проведен только для линейного режима движения доменной стенки.

Существуют также два класса эпитаксиальных пленок ферромагнетика с цилиндрическими магнитными доменами, в которых максимальная скорость доменной стенки близка к  $v_W$ . Это пленки с сильной анизотропией в базисной плоскости и с большим  $g$ -фактором ( $g > 6$ ), т.е. близкие к точке компенсации, см. монографию [2], с. 177 и оригинальные работы [22]. Но обычно в таких материалах затухание определяется примесными процессами.

Для создания одномерной стенки особенно перспективно использование внешнего магнитного поля  $H_{\parallel}$ , перпендикулярного оси легкого намагничивания ферромагнетика. Значение поля  $H_{\parallel}^*$ , при котором подавляется скрученность, можно определить по окончанию резкого нелинейного роста подвижности доменной стенки  $\mu(H_{\parallel})$ , при  $H_{\parallel} > H_{\parallel}^*$  эта зависимость линейная и более медленная. Обычно значение  $H_{\parallel}^*$  близко к  $4\pi M_0$ , см. [7, 21, 24]. При немалых значениях  $H_{\parallel}$  решение, описывающее доменную стенку, движущуюся с немалой скоростью, неизвестно и подробное обсуждение этого случая выходит за рамки данной работы, см. [8, 25]. Однако заметим, что если поле  $H_{\parallel}^*$  меньше, чем поле анизотропии в базисной плоскости  $H_p$ , то при  $H_{\parallel}^* < H_{\parallel} \ll H_p$  для описания структуры доменной стенки можно пользоваться решением Уокера и справедлива развитая нами теория. Исследования нелинейной динамики доменной стенки при наличии поля в плоскости проводились авторами [24], которые наблюдали нелинейную зависимость  $v(H_z)$  как при малых, так и при больших значениях  $H_{\parallel}$ .

Таким образом, экспериментальное наблюдение предсказанных нами эффектов является непростой задачей. Наблюдение зависимостей такого типа для ферромагнетика с сильной одноосной анизотропией, для которых применимо решение Уокера, нам неизвестно. Мы надеемся, что наши теоретические исследования могут стимулировать дальнейшее экспериментальное изучение релаксации существенно нелинейных волн намагниченности, описывающих доменную стенку.

Авторы признательны В. Г. Барьяхтару, Ю. И. Горобцу и А. Л. Сукстанскому за по-

лезные обсуждения. Работа поддержана грантом министерства образования Украины. Один из авторов (Б. И.) благодарит за поддержку Международную соросовскую программу поддержки образования в области точных наук (фонд «Возрождение»), грант SPU 042025.

## Литература

1. V. G. Bar'yakhtar and B. A. Ivanov, Soviet Scientific Reviews. Sec. A-Phys., ed. by I. M. Khalatnikov, **16**, № 3 (1992).
2. А. Малоземов, Дж. Слонзуски, *Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами*, Мир, Москва (1982).
3. V. G. Bar'yakhtar, M. V. Chetkin, B. A. Ivanov, and S. N. Gadetskii, *Dynamics of Topological Magnetic Solitons*, Springer Tracts in Modern Physics, Vol. 129, Springer-Verlag, Berlin (1994).
4. А. М. Косевич, В. А. Иванов, and А. С. Ковалев, Phys. Rep. **194**, 117 (1990).
5. В. Г. Барьяхтар, ЖЭТФ **87**, 1501 (1984).
6. В. Г. Барьяхтар, ФТТ **29**, 1317 (1987).
7. В. А. Боков, В. В. Волков, Н. Л. Петриченко, М. Марышко, Письма ЖТФ **19**(11), 89 (1993).
8. Б. А. Иванов, К. А. Сафарян, ФТТ **32**, 3507 (1990); ФНТ **18**, 722 (1992).
9. Е. Г. Галкина, Б. А. Иванов, ФТТ **33**, 1277 (1991); Е. G. Galkina, B. A. Ivanov, and V. A. Stephanovich, JMMM **118**, 373 (1993).
10. В. С. Горнаков, Л. М. Дедух, В. И. Никитенко, Письма ЖЭТФ **49**, 551 (1989).
11. Б. А. Иванов, С. Н. Ляхимец, ЖЭТФ **100**, 901 (1991).
12. В. Г. Барьяхтар, В. А. Бродовой, Б. А. Иванов, И. В. Круценко, К. А. Сафарян, ФТТ **32**, 852 (1990).
13. V. G. Bar'yakhtar, B. A. Ivanov, and K. A. Safaryan, Sol. State Commun. **72**, 1117 (1989).
14. V. G. Bar'yakhtar, B. A. Ivanov, and A. L. Sukstanskii, Phys. Lett. A **119**, 191 (1986); В. Г. Барьяхтар, Б. А. Иванов, Т. К. Соболева, А. Л. Сукстанский, ЖЭТФ **91**, 1454 (1986).
15. В. Г. Барьяхтар, Б. А. Иванов, *Динамика и релаксация намагниченности магнитоупорядоченных кристаллов*, Киев, Препринт Института теоретической физики АН УССР, ИТФ-86-64Р (1986).
16. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория упругости*, Наука, Москва (1965).
17. V. J. Halperin and P. C. Hohenberg, Phys. Rev. **188**, 898 (1969).
18. А. Г. Гуревич, *Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках*, Наука, Москва (1972).
19. П. Д. Ким, Д. Ч. Хван, ФТТ **24**, 2300 (1982).
20. В. С. Горнаков, Л. М. Дедух, В. И. Никитенко, В. Т. Сыногач, ЖЭТФ **90**, 2090 (1986).
21. B. A. Ivanov, A. Stankiewicz, A. Maziewski, N. L. Petrichenko, and K. A. Safaryan, *Magnetic domain mobility investigation in in-plane field*, in Ferrites, Proceed. of international conference of ferrites, Tokio (1989).
22. Н. А. Логинов, М. В. Логунов, В. В. Рандошкин, ФТТ **31**, 58 (1989); **32**, 1456 (1990).
23. М. В. Четкин, В. Б. Смирнов, А. Ф. Попков и др., ЖЭТФ **94**, 164 (1988).
24. М. В. Логунов, В. В. Рандошкин, А. Я. Червоненкис, Письма ЖТФ **15**, 64 (1987).
25. B. A. Ivanov, N. E. Kulagin, and K. A. Safaryan, Physica B **202**, 193 (1994).