

**РАСЩЕПЛЕНИЕ ФОТОНА В СВЕРХСИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

*В. Н. Байер, А. И. Мильштейн, Р. Ж. Шайсултанов*

*Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера  
Сибирского отделения Российской академии наук  
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 20 июня 1996 г.

В сверхсильном магнитном поле проведен анализ процесса расщепления фотона с энергией  $\omega$  ниже порога рождения пары  $e^+e^-$ . Использована амплитуда, найденная с помощью операторной диаграммной техники. В поле, значительно превышающем критическое, амплитуда процесса перестает зависеть от поля. Исследование поляризационного оператора фотона во внешнем магнитном поле произвольной величины в рассматриваемой области энергий показывает, что существует только один набор поляризаций начального и конечных фотонов, для которого амплитуда расщепления отлична от нуля.

**1. ВВЕДЕНИЕ**

Как хорошо известно, в результате виртуального рождения и аннигиляции электрон-позитронных пар возникает нелинейное самодействие электромагнитного поля. Расщепление фотона во внешнем поле является одним из процессов нелинейной квантовой электродинамики. Наблюдение этого процесса до сих пор остается вызовом для эксперимента.

Теоретическое изучение расщепления фотона во внешнем поле ведется уже в течение длительного времени. В начале 70-х годов процесс расщепления фотона в однородном и постоянном магнитном поле был рассмотрен в [1–4], там же имеются ссылки на более ранние работы, оказавшиеся ошибочными. В работах [1, 3] процесс рассматривался как возможный механизм образования линейно поляризованных фотонов в сильных магнитных полях нейтронных звезд. Для фотонов малой энергии ( $\omega \ll m$ ,  $m$  — масса электрона, далее мы будем использовать систему единиц, где  $c = \hbar = 1$ ) процесс расщепления может быть рассмотрен с использованием эффективного лагранжиана Гейзенберга–Эйлера (см., например, [5]). В пределе слабых полей  $H \ll H_0$  ( $H_0 = m^2/e = 4.41 \cdot 10^{13}$  Э — критическое магнитное поле,  $e$  — заряд электрона) эффективный лагранжиан может быть разложен в степенной ряд, и вклад в амплитуду процесса дает только первый член разложения, представляемый шестиугольными диаграммами (см. [1, 2]). Важную роль в описании процесса играют правила отбора по поляризациям фотонов, в том числе возникающие при учете дисперсии фотонов в магнитном поле. Они были рассмотрены в [1] (см. также [5], разделы 129, 130), где приведено детальное исследование процесса для случая  $\omega \ll m$  и  $H \ll H_0$ . Подробный анализ проблемы был проведен Адлером [3]. В этой работе была найдена формула для амплитуды процесса расщепления фотона с использованием полного выражения для эффективного лагранжиана Гейзенберга–Эйлера, которая справедлива, естественно, при  $\omega \ll m$ , но при любой напряженности магнитного поля. Для астрофизических

приложений необходимо знание амплитуды в общем случае произвольных энергий фотона и напряженности внешнего магнитного поля. Такое вычисление было также сделано в [3], где была найдена амплитуда разрешенного правилами отбора перехода для  $\omega < 2m$ . Именно эта область представляет реальный интерес для приложений. При более высокой энергии фотона включается процесс образования фотоном электрон-позитронной пары во внешнем поле, приводящий эффективно к поглощению фотонов. Вероятность последнего процесса в достаточно сильном поле на много порядков превышает вероятность процесса расщепления фотона. В работе [3] использовалась функция Грина электрона во внешнем магнитном поле в представлении собственного времени Швингера. Полученное таким образом выражение для амплитуды оказалось очень громоздким, что затрудняет его дальнейшее использование. Тем не менее для указанной амплитуды при  $\omega = m$  и при  $\omega \ll m$  были получены численные результаты в широком интервале магнитных полей  $H \leq H_0$ . В [4] также с использованием функции Грина электрона в представлении собственного времени было изучено расщепление фотона в так называемом скрещенном поле  $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$ ,  $E = H$ . Другое представление для амплитуды расщепления фотона было получено в [6] с использованием иного представления функции Грина электрона.

Позднее расщепление фотона в однородном и постоянном электромагнитном поле при произвольных значениях обоих полевых инвариантов  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{G}$  ( $\mathcal{F} = (\mathbf{E}\mathbf{H})$ ,  $\mathcal{G} = (\mathbf{E}^2 - \mathbf{H}^2)/2$ ) было рассмотрено авторами [7]. В этой работе использовалась операторная диаграммная техника, развитая Катковым, Страховенко и одним из авторов [8], что позволило существенно упростить решение этой технически весьма непростой задачи. Амплитуды, полученные для частного случая равного нулю электрического (или магнитного) поля, имеют гораздо более компактную форму, чем найденные в [3]. В предельных случаях, когда  $\omega \ll m$  и (или)  $H \ll H_0$ , амплитуды, найденные в [7], согласуются с соответствующими величинами в [1–3]. Если в [3] численные расчеты проводились для энергий фотона ниже порога рождения электрон-позитронной пары, то в [7] был рассмотрен случай  $\omega \gg m$ . Нас интересовала возможность наблюдения расщепления фотона в сильных электрических полях ориентированных монокристаллов при высокой энергии [9]. Во всех цитированных работах использовались релятивистски-ковариантные и калибровочно-инвариантные формулировки квантовой электродинамики.

Недавно процесс расщепления фотона был рассмотрен еще раз в [10]. Мотивацией этой работы послужили новейшие достижения рентгеновской астрономии. Расчет в [10] проводился с использованием нековариантной теории возмущений и калибровки Ландау. Результаты этой работы полностью противоречат всем найденным в предыдущих работах. Тем не менее уже есть попытки приложения результатов, найденных в [10], к астрофизике [11]. Результаты работ [10] и [11] подвергались жесткой критике в [12].

Поскольку возможны важные астрофизические приложения рассматриваемого процесса (см., например, [13]), мы провели численные расчеты и анализ амплитуды расщепления фотона, основываясь на результатах аналитических вычислений, полученных нами в [7]. Мы рассматриваем наиболее интересную область энергий  $\omega < 2m$  при произвольном магнитном поле  $H$ .

В кратком виде результаты этой работы были представлены в [14]. После публикации этих результатов появились работы [15, 16]. В работе [15] предложен еще один вывод выражения для амплитуды процесса, полученного в [3]. Кроме того, указывается, что в выражениях для амплитуды процесса в [3, 6, 14], являющихся аналогичными

интегральными представлениями, подынтегральные функции численно совпадают. В работе [16] признается, что в работе [10] содержится ошибка, а новый расчет согласуется с нашей работой [14].

## 2. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ ОПЕРАТОР В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

С точки зрения распространения электромагнитных волн область пространства, занятая магнитным полем, может рассматриваться как среда с отличным от единицы показателем преломления. Величина показателя преломления существенна для правил отбора по поляризациям начального и конечных фотонов в процессе расщепления. Для случая  $\omega \ll m$  и  $H \ll H_0$  этот вопрос проанализирован в [1], см. также [5]. Здесь нас будут интересовать правила отбора при произвольном значении магнитного поля и энергии фотона  $\omega < 2m$ . Показатель преломления находится из поляризационного оператора фотона. Вклад в поляризационный оператор  $\Pi_{\mu\nu}(k)$  электронной петли во внешнем постоянном и однородном электромагнитном поле был найден в [3, 8, 17].

Нам необходимо рассмотреть случай, когда электрическое поле  $E = 0$  и  $k^2 = 0$ . Поляризационный оператор  $\Pi_{\mu\nu}(k)$  имеет четыре взаимно ортогональных собственных вектора  $b_i^\nu$ , определяемых уравнением

$$\Pi_{\mu\nu}(k)b_i^\nu = \kappa_i b_{i\mu} \quad (i = 1, 2, 3, 4). \quad (2.1)$$

Собственные значения  $\kappa_i$  играют роль квадрата массы фотона в поле в соответствующей моде. Решения этого уравнения в рассматриваемом частном случае есть (см. [8])

$$b_1^\mu = b_4^\mu = k^\mu, \quad b_2^\mu = (Bk)^\mu, \quad b_3^\mu = (Ck)^\mu, \quad (2.2)$$

тензоры  $B$  и  $C$  введены в [18] (см. формулы (П.2), (П.3), (П.8) в [18]). При  $E = 0$

$$C_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^*/H, \quad B_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}/H, \quad (2.3)$$

где  $F_{\mu\nu}$  — тензор внешнего электромагнитного поля,  $F_{\mu\nu}^*$  — дуальный тензор,  $H$  величина магнитного поля.

Собственные значения  $\kappa_i$  имеют вид (см. [8])

$$\kappa_1 = \kappa_4 = 0, \quad \kappa_{2,3} = -\frac{\alpha}{4\pi} \omega^2 \sigma^2 R_{2,3}, \quad R_{2,3} = \int_{-1}^1 dv \int_0^\infty \frac{dx}{\text{sh}x} a_{2,3} \exp(-\psi), \quad (2.4)$$

где  $\alpha = e^2 = 1/137$ ,  $\sigma^2 = k_\perp^2/\omega^2 = \sin^2 \vartheta$ ,  $\vartheta$  — угол между направлением магнитного поля и волновым вектором фотона  $k$ ,

$$a_1 = \text{ch}(xv) - v \text{cthx} \text{sh}(xv), \quad a_2 = -2 \frac{\text{ch}x - \text{ch}(xv)}{\text{sh}^2 x} + a_1, \quad (2.5)$$

$$a_3 = (1 - v^2) \text{ch}x - a_1, \quad \psi = \frac{H_0}{H} \left[ 2r \frac{\text{ch}x - \text{ch}(xv)}{\text{sh}x} + x(1 - r(1 - v^2)) \right],$$

и  $r = \omega^2 \sigma^2 / 4m^2$ . Мы учли в (2.4) и (2.5), что ниже порога рождения электрон-позитронной пары ( $r < 1$ ) в интегралах, определяющих функции  $R_2$  и  $R_3$  в [8], можно

повернуть контур интегрирования по  $x$ :  $x \rightarrow -ix$ . В результате полученные представления для функций  $R_2$  и  $R_3$  являются вещественными и удобны для проведения численных расчетов, поскольку подынтегральные выражения не содержат осциллирующих функций. Заметим, что эти функции зависят только от  $k_{\perp} = \omega\sigma$ .

Амплитуда расщепления фотона отлична от нуля только в ситуации, когда  $\sigma \neq 0$  ( $k_{\perp} \neq 0$ ). В силу калибровочной инвариантности моды 1 и 4 вклада в расщепление фотона не дают. Для моды 2 нулевая компонента  $b_2^0 = 0$ , а вектор  $\mathbf{b}_2/\omega = \mathbf{e}_2$  перпендикулярен плоскости, образованной векторами  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{k}$ . Для моды 3 нулевая компонента  $b_3^0 \neq 0$ , а  $\mathbf{b}_3 \parallel \mathbf{H}$ . При вычислении амплитуды расщепления фотона можно воспользоваться калибровочной инвариантностью и вычесть из вектора  $b_3^{\mu}$  вектор пропорциональный  $k^{\mu}$ , так чтобы нулевая компонента разницы векторов обратилась в нуль. После этого пространственная компонента полученного вектора расположится в упомянутой выше плоскости и будет перпендикулярна вектору  $\mathbf{k}$ . Как уже отмечалось, область, занятая магнитным полем, может рассматриваться как среда с показателем преломления, который связан в величиной  $\kappa_i$ . Для мод 2 и 3 имеем

$$n_{2,3}^2 = 1 - \frac{\kappa_{2,3}}{\omega^2} = 1 + \frac{\alpha}{4\pi} \sigma^2 R_{2,3}. \quad (2.6)$$

Проведем анализ функций  $R_2$  и  $R_3$  в предельных случаях. При  $H \ll H_0$  основной вклад в интегралы, определяющие эти функции, дает область  $x \ll 1$ . Разлагая гиперболические функции в ряд и вычисляя интегралы, имеем

$$n_2 = 1 + \frac{2\alpha}{45\pi} \left(\frac{H}{H_0}\right)^2 \sigma^2, \quad n_3 = 1 + \frac{7\alpha}{90\pi} \left(\frac{H}{H_0}\right)^2 \sigma^2. \quad (2.7)$$

В случае  $k_{\perp} \ll m$  ( $r \ll 1$ ) показатель  $\psi$  экспоненты в формуле (2.4) стремится к  $H_0 x/H$ , интегралы по  $v$  легко берутся, и в итоге имеем

$$R_2 = 2 \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 \text{sh}^3 x} \exp\left(-\frac{x}{b}\right) [\text{ch}x (\text{sh}^2 x - 2x^2) + x \text{sh}x], \quad (2.8)$$

$$R_3 = \int_0^{\infty} \frac{dx}{3x^2 \text{sh}^2 x} \exp\left(-\frac{x}{b}\right) [\text{sh}2x (2x^2 - 3) + 6x],$$

где  $b = H/H_0$ . После подстановки в (2.6) получаем формулы для показателей преломления, совпадающие с соответствующими формулами, следующими из эффективного лагранжиана Гейзенберга-Эйлера, который применим при малых частотах и произвольной величине внешнего поля. В предельных случаях интегралы в (2.8) берутся:

$$b \ll 1: R_2 = \frac{16b^2}{45}, \quad R_3 = \frac{28b^2}{45}, \quad (2.9)$$

$$b \gg 1: R_2 = \frac{4}{3}, \quad R_3 = \frac{4b}{3}.$$

В пределе  $b \ll 1$  асимптотики многократно обсуждались (см. [3, 5]), естественно, они согласуются с (2.7). Из полученной формулы видно, что если в пределе  $b \ll 1$  функции  $R_2$  и  $R_3$  различаются только численным коэффициентом, то при  $b \gg 1$  ситуация иная:

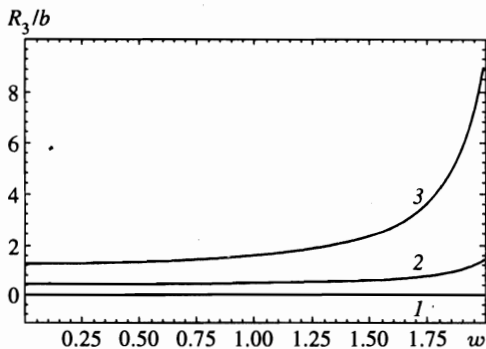


Рис. 1. Зависимости  $R_3/b$  от  $w = \omega\sigma/t$  при разных значениях параметра  $b = H/H_0$ : 0.1 (1), 1 (2), 30 (3)

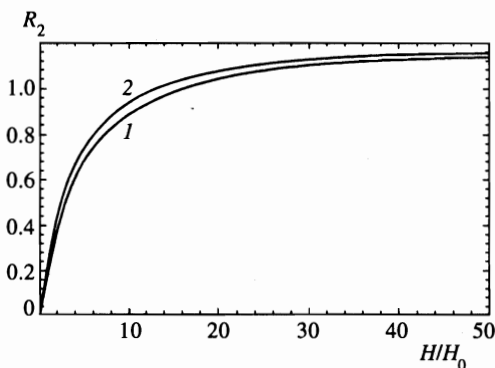


Рис. 2. Зависимости  $R_2$  от  $b = H/H_0$  при разных значениях  $w = \omega\sigma/t$ : 0.1 (1) и 1.9 (2)

функция  $R_2$  не зависит от поля, а функция  $R_3$  линейно растет с полем. Полученные нами результаты справедливы, когда  $n_{2,3} - 1 \ll 1$ . Это эквивалентно тому, что

$$\frac{\alpha}{3\pi} \frac{H}{H_0} \ll 1.$$

При произвольных значениях параметров  $b = H/H_0$  и  $\tau$  функции  $R_2$  и  $R_3$  вычислялись численно. На рис. 1 изображена зависимость функций  $R_3/b$  от  $w = k_{\perp}/t$  при различных значениях параметра  $b$ . Видно, что вблизи порога рождения пары эта функция заметно растет при больших значениях поля. При  $w < 0.5$  при любых значениях  $b$  функция  $R_3/b$  практически не зависит от  $w$ , а ее значения при разных  $b$  совпадают с полученными из эффективного лагранжиана Гейзенберга-Эйлера. Что касается функции  $R_2$ , то ее зависимость от  $w$  является весьма слабой. Это видно из рис. 2, где приведена зависимость функции  $R_2$  от  $b$  при значениях параметра  $w = 0.1$  и  $w = 1.9$ . При промежуточных значениях этого параметра кривые лежат между двумя приведенными. На рис. 3 приведены значения функций  $R_2$  и  $R_3$  от  $b$  при разных значениях  $w$ , причем функция  $R_2$  дана для  $w = 1.9$ . Видно, что при любых значениях  $w$  имеет место  $R_3 > R_2$ , т.е. всегда  $n_3 > n_2$ .

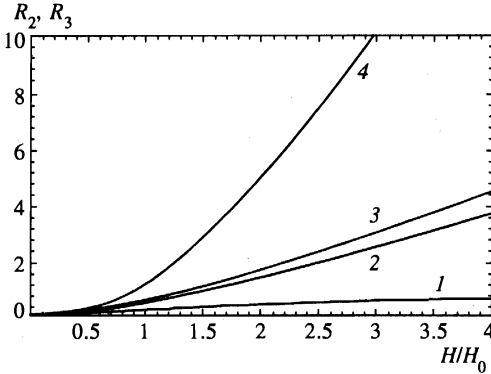


Рис. 3. Зависимости  $R_2$  при  $\omega = 1.9$  (1) и  $R_3$  при  $\omega = 0.1$  (2),  $\omega = 1$  (3) и  $\omega = 1.9$  (4) от  $b = H/H_0$

### 3. РАСЩЕПЛЕНИЕ ФОТОНА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрим теперь расщепление фотона с энергией  $\omega$  на два с энергиями  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . В коллинеарном приближении (см., например, [5]) вероятность процесса расщепления фотона в единицу времени ниже порога рождения пары выражается через его амплитуду следующим образом:

$$dW = \frac{1}{32\pi} |T|^2 \frac{d\omega_1}{\omega^2} \theta(\omega_1 n_{(1)}^2 + \omega_2 n_{(2)}^2 - \omega n^2), \quad (3.1)$$

где  $n_{(1)}$ ,  $n_{(2)}$  и  $n$  — зависящие от поляризаций показатели преломления для энергий  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega$ . Входящая в эту формулу  $\theta$ -функция определяет наряду с  $CP$ -инвариантностью правила отбора по поляризациям фотона (см. [3]). В дальнейшем, как и в статье [7], будем обозначать моду 2 как  $B$  и моду 3 как  $C$ . Как известно,  $CP$ -разрешенными являются переходы  $B \rightarrow CC$ ,  $C \rightarrow BC$  и  $B \rightarrow BB$ . Из формул и рисунков, приведенных в предыдущем разделе, следует, что при произвольном значении магнитного поля оба показателя преломления монотонно растут с частотой и при фиксированном значении магнитного поля показатель преломления для моды  $B$  меньше показателя преломления для моды  $C$  при любом соотношении частот. Отсюда следует, что из всех  $CP$ -разрешенных переходов аргумент  $\theta$ -функции больше нуля только для перехода  $B \rightarrow CC$ . Ранее это правило было получено в [1] для полей  $H \ll H_0$  и энергий фотона  $\omega \ll m$ .

Амплитуда  $T$  расщепления фотона в магнитном поле для разрешенного перехода получается из общего выражения (формулы (2.16)–(2.18), [7]) после подстановки  $E = 0$ :

$$T = \frac{(4\pi\alpha)^{3/2} \omega \sigma}{2\pi^2} \int_0^\infty dx \frac{\exp(-H_0 x/H)}{x \text{sh}^2 x} \int_0^x dt_2 \left[ \int_c^{t_2} dt_1 G \exp(c\Phi) + \text{sh}^2 t_2 \exp(c\Phi_0) \right], \quad (3.2)$$

где

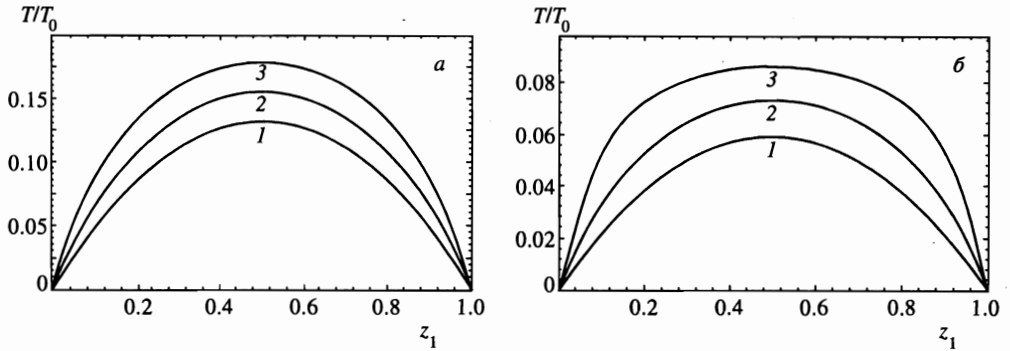


Рис. 4. Зависимости амплитуды расщепления фотона от энергии одного из конечных фотонов ( $z_1 = \omega_1/\omega$ ) для  $H = H_0/2$  (а) и  $H = H_0$  (б) для разных энергий начального фотона:  $\omega/m = 0.1$  (1),  $\omega/m = 1.5$  (2) и  $\omega/m = 1.9$  (3). Амплитуда  $T$  нормирована на амплитуду  $T_0$  (3.4)

$$c = \frac{H_0}{H} \left( \frac{\omega\sigma}{m} \right)^2, \quad \Phi_0 = \frac{t_2(x - t_2)}{x} - \frac{\text{ch}x - \text{ch}(2t_2 - x)}{2\text{sh}x},$$

$$\Phi = [z_1 z_2 (t_1 - t_2)(t_1 - t_2 + x) - z_1 t_1 (t_1 - x) - z_2 t_2 (t_2 - x)]/x - [(1 - z_1 z_2)\text{ch}x - z_1 \text{ch}(2t_1 - x) - z_2 \text{ch}(2t_2 - x) + z_1 z_2 \text{ch}(x + 2t_1 - 2t_2)]/2\text{sh}x, \quad (3.3)$$

$$G = \{1 - [z_1 \text{ch}(2t_1 - x) + z_2 \text{ch}(2t_2 - x)]\text{ch}x\}/x + 2c z_1 z_2 \text{sh}^2(t_2 - t_1) [z_1 \text{sh}^2 t_1 + z_2 \text{sh}^2(t_2 - x)].$$

Здесь  $z_{1,2} = \omega_{1,2}/\omega$ , величина  $\sigma$  введена в (2.4). Для получения (3.2) мы повернули контур интегрирования по каждой переменной:  $x \rightarrow -ix$ ,  $t_{1,2} \rightarrow -it_{1,2}$ . Это преобразование применимо при  $\omega < 2m$ . В результате подынтегральное выражение в (3.2) не содержит осциллирующих тригонометрических функций, что весьма удобно при проведении численных расчетов.

Обсудим свойства амплитуды  $T$ . Легко показать, что амплитуда  $T$  симметрична относительно перестановки конечных фотонов ( $\omega_1 \leftrightarrow \omega_2$ ). Для этого можно сделать замену переменных  $t_1 = x - \tau_2$ ,  $t_2 = x - \tau_1$  и поменять порядок интегрирования по переменным  $\tau_1$  и  $\tau_2$ . В силу калибровочной инвариантности при  $\omega \rightarrow 0$  амплитуда  $T \propto \omega\omega_1\omega_2$  и также  $T \rightarrow 0$  при  $\omega_1 \rightarrow 0$  для любых  $\omega$ . Это означает, что в (3.2) происходят очень сильные компенсации, что должно быть принято во внимание при проведении численного интегрирования. Вычисления упрощаются, если провести вычитания в подынтегральном выражении в (3.2):  $\exp(c\Phi) \rightarrow \exp(c\Phi) - 1$  для первого члена в  $G$  (пропорционального  $1/x$ ) и  $\exp(c\Phi_0) \rightarrow \exp(c\Phi_0) - 1$ . Непосредственное вычисление показывает, что сумма вычитаемых членов равна нулю.

При  $\omega \ll m$  основной вклад в амплитуду дает область переменных, где  $c\Phi \ll 1$ ,  $c\Phi_0 \ll 1$ . Разлагая соответствующие экспоненты и сохраняя линейные по  $c$  члены, можно взять интегралы по  $t_1$  и  $t_2$ . Результат совпадает с амплитудой расщепления фотона, найденной с использованием эффективного лагранжиана Гейзенберга-Эйлера (формула (22) в [3]). При  $\omega \sim m$  интегрирование в (3.2) проводилось численно. Поскольку энергия  $\omega$  и параметр  $\sigma$  входят в амплитуду  $T$  только в комбинации  $\omega\sigma$ , то без потери общности можно положить  $\sigma = 1$ .

На рис. 4 приведена зависимость величины  $T/T_0$  от энергии конечного фотона при

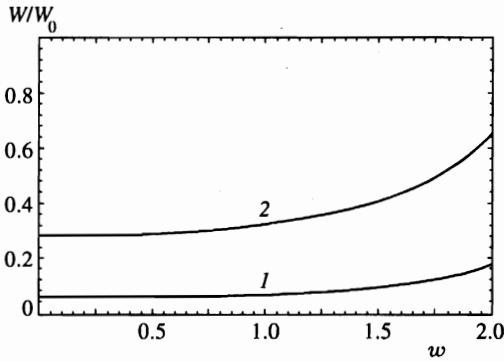


Рис. 5. Зависимости полной вероятности расщепления фотона  $W$  (выраженной через вероятность  $W_0$  (3.5)) от энергии фотона ( $w = \omega/m$ ) для  $H = H_0$  (1) и  $H = H_0/2$  (2)

$H = H_0/2$  (рис. 4а) и  $H = H_0$  (рис. 4б) для различных энергий начального фотона, где

$$T_0 = \frac{13}{315} \frac{(4\pi\alpha)^{3/2} \omega^3}{\pi^2 m^2} \left( \frac{H}{H_0} \right)^3. \quad (3.4)$$

Для  $\omega/m = 0.1$  результат с очень высокой точностью (лучше чем  $10^{-3}$ ) совпадает с результатом, полученным из эффективного лагранжиана Гейзенберга–Эйлера.

На рис. 5 показана полная вероятность разрешенного перехода  $W$ , выраженная в единицах  $W_0$ , как функция  $w = \omega/m$ . Вероятность  $W_0$  равна

$$W_0 = \frac{T_0^2}{960\pi\omega} = 0.116 \left( \frac{\omega}{m} \right)^5 \left( \frac{H}{H_0} \right)^6 \text{ см}^{-1}. \quad (3.5)$$

Кривая 1 соответствует  $H/H_0 = 1$ , а кривая 2 соответствует  $H/H_0 = 1/2$ . Хотя в рассматриваемом интервале параметров вероятность изменяется на много порядков, основная часть изменения связана с  $W_0$ . Функция  $W_0$  есть не что иное, как вклад шестиугольных диаграмм в вероятность расщепления фотона при  $\omega \ll m$ . Следовательно, рис. 5 показывает отличие вероятности, вычисленной точно по параметрам  $\omega/m$  и  $H/H_0$ , от вероятности, найденной в низшем порядке по этим параметрам. Вероятность  $W_{HE}$ , полученная с использованием эффективного лагранжиана Гейзенберга–Эйлера, также пропорциональна  $(\omega/m)^5$ . Поэтому точки пересечения кривых с осью ординат дают вероятность  $W_{HE}$ . Из рис. 5 можно видеть, что при  $H \sim H_0$  вероятности  $W$  и  $W_{HE}$  существенно меньше, чем  $W_0$ . В то же время  $W/W_{HE}$  заметно растет при  $\omega \rightarrow 2m$ . Следовательно, необходимо принимать во внимание точную зависимость от энергии фотона. Наши численные результаты согласуются (с точностью до нескольких процентов) с найденными Адлером в [3], где численные значения приведены для  $\omega = m$ .

На рис. 6 показана зависимость полной вероятности разрешенного перехода  $W$ , выраженной в единицах  $W_1$ , от магнитного поля (в единицах  $H_0$ ) при разных энергиях начального фотона. Вероятность  $W_1$  равна

$$W_1 = W_0 \left( \frac{H_0}{H} \right)^6 = 0.116 \left( \frac{\omega}{m} \right)^5 \text{ см}^{-1}. \quad (3.6)$$

На рис. 6 видно, что при больших полях рост вероятности существенно замедляется. В связи с этим изучение поведения амплитуды  $T$  при очень сильном магнитном поле  $H \gg H_0$  представляет очевидный теоретический интерес.



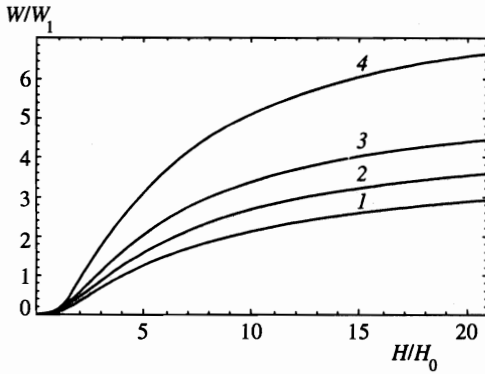


Рис. 6. Зависимости полной вероятности расщепления фотона  $W$  (выраженной через вероятность  $W_1$  (3.6)) от магнитного поля (в единицах  $H_0$ ) для разных энергий начального фотона: 1 —  $w = \omega/m = 0.1$  (эта кривая с хорошей точностью совпадает с вероятностью, найденной с использованием эффективного лагранжиана Гейзенберга–Эйлера); 2 —  $w = 1.1$ ; 3 —  $w = 1.5$ ; 4 —  $w = 1.9$

При  $H \gg H_0$  основной вклад в двукратный интеграл в (3.2) дают области  $x \sim H/H_0$  и  $x - t_2 \sim 1$ . В трехкратном интеграле в (3.2) основной вклад дают две области:  $x \sim H/H_0, t_1 \sim H/H_0, x - t_2 \sim 1$  и  $x \sim H/H_0, t_1 \sim 1, t_2 \sim H/H_0$ . После соответствующих разложений интегралы берутся, и тогда находим

$$T(H \gg H_0) = T_1 \frac{24m^4}{\omega^3} \left[ \frac{\omega_1}{\omega_2 \sqrt{4m^2 - \omega_2^2}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\omega_2}{\sqrt{4m^2 - \omega_2^2}} \right) + \frac{\omega_2}{\omega_1 \sqrt{4m^2 - \omega_1^2}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\omega_1}{\sqrt{4m^2 - \omega_1^2}} \right) - \frac{\omega}{4m^2} \right], \quad (3.7)$$

где

$$T_1 = \frac{(4\pi\alpha)^{3/2}}{12\pi^2} \frac{\omega^3}{m^2}. \quad (3.8)$$

Видно, что амплитуда  $T$  при  $H \gg H_0$  не зависит от магнитного поля. Амплитуда, вычисленная с использованием эффективного лагранжиана Гейзенберга–Эйлера, при  $H \gg H_0$  равна

$$T_{HE} = T_1 \omega_1 \omega_2 / \omega^2.$$

Зависимость амплитуды  $T$  от энергии конечного фотона ( $z_1 = \omega_1/\omega$ ) в рассматриваемом пределе показана на рис. 7 для различных энергий начального фотона. При сильном поле и  $\omega \rightarrow 2m$  на рис. 4 и 7 видна тенденция формирования плато в центре распределения. Вероятность  $W_{as} \equiv W(H \gg H_0)$  показана на рис. 8.

Заметим, что при любых значениях магнитного поля амплитуда и вероятность процесса являются конечными при  $\omega = 2m$ .

Таким образом, мы провели расчет амплитуды расщепления фотона, используя точную формулу, применимую для произвольного магнитного поля  $H$  и  $\omega < 2m$ . Приведенные графики показывают зависимость амплитуды и вероятности процесса от магнитного поля и энергии фотона во всем интервале их значений. При  $\omega \ll m$  наши результаты согласуются с амплитудой, полученной из эффективного лагранжиана Гейзенберга–Эйлера. Мы нашли, что в очень сильном поле  $H \gg H_0$  амплитуда не зависит от магнитного поля. Поскольку имеется только один разрешенный переход

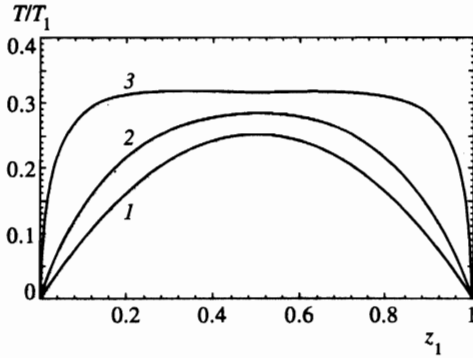


Рис. 7. Зависимости амплитуды  $T$  от энергии конечного фотона для поля  $H \gg H_0$  при разных энергиях начального фотона:  $\omega/m = 0.1$  (1),  $\omega/m = 1.5$  (2),  $\omega/m = 1.99$  (3)

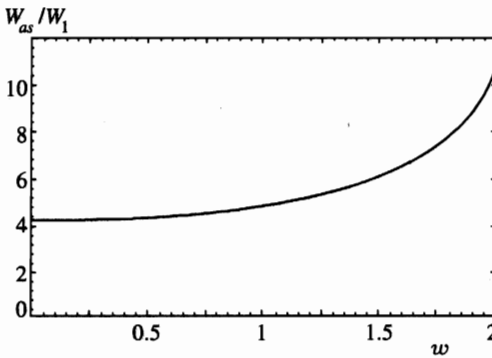


Рис. 8. Зависимость вероятности  $W_{as} \equiv W(H \gg H_0)$  от энергии начального фотона ( $w = \omega/m$ )

$B \rightarrow CC$ , фотонный каскад может развиваться только при условии, что магнитное поле меняет свое направление (на расстояниях много больше, чем длина формирования процесса расщепления).

## Литература

1. S. L. Adler, J. N. Bahcall, C. G. Callan, and M. N. Rosenbluth, Phys. Rev. Lett. **25**, 1061 (1970).
2. Z. Bialynicka-Birula and I. Bialynicka-Birula, Phys. Rev. D **10**, 2341 (1970).
3. S. L. Adler, Ann. Phys. (N. Y.) **67**, 599 (1971).
4. В. О. Папанян, В. И. Ритус, ЖЭТФ **61**, 2231 (1971); **65**, 1756 (1973).
5. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1989).
6. R. J. Stoneham, J. Phys. A **12**, 2187 (1979).
7. В. Н. Байер, А. И. Мильштейн, Р. Ж. Шайсултанов, ЖЭТФ **90**, 1141 (1986).
8. В. Н. Байер, В. М. Катков, В. М. Страховенко, ЖЭТФ **68**, 405 (1975).
9. V. N. Baier, A. I. Milstein, and R. Zh. Shaisultanov, Phys. Lett. A **120**, 255 (1987).
10. M. Mentzel, D. Berg, and G. Wunner, Phys. Rev. D **50**, 1125 (1994).
11. G. Wunner, R. Sang, and D. Berg, Astrophys. J. **455**, L51 (1995).
12. S. L. Adler, submitted to Astrophys. J.

13. M. G. Baring and A. K. Harding, in *High Velocity Neutron Stars and Gamma-Ray Bursts* (Proc. of La Jolla Workshop), AIP, New York (1995).
14. V. N. Baier, A. I. Milstein, and R. Zh. Shaisultanov, HEP-TH 9604028, Preprint BINP 96-18, Novosibirsk (April 1996).
15. S. L. Adler and C. Schubert, HEP-TH 9605035, Preprint IASSNS-HEP-96/37 (1996).
16. C. Wilke and G. Wunner, HEP-TH 960556.
17. И. А. Баталин, А. Е. Шабал, ЖЭТФ **60**, 894 (1971).
18. В. Н. Байер, В. М. Катков, В. М. Страховенко, ЖЭТФ **67**, 453 (1974).