

## ИЗМЕРЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНОЙ ЖЕСТКОСТИ КРИСТАЛЛА ${}^4\text{He}$ С МАЛОЙ ПРИМЕСЬЮ ${}^3\text{He}$

В. Л. Цымбаленко

Российский научный центр «Курчатовский институт»  
123182, Москва, Россия

Поступила в редакцию 2 сентября 1994 г.,  
после переработки 20 февраля 1995 г.

На монокристаллах гелия, выращенных из раствора с малой примесью  ${}^3\text{He}$  ( $x_3 = 8 \cdot 10^{-5}$ ), в диапазоне температур 0.45–0.91 К измерены угловые и температурные зависимости поверхностной жесткости. Определена верхняя граница энергии адсорбции  ${}^3\text{He}$  на границе раздела кристалл–жидкость:  $E_a \leq 4$  К. Малая концентрация примеси не влияет существенно на температуры переходов ограничения как на базисной, так и на боковой гранях.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования термодинамики и кинетики роста границы раздела кристалл–жидкость  ${}^4\text{He}$  интенсивно проводились в течение последних пятнадцати лет после теоретического предсказания [1] и экспериментального наблюдения [2] кристаллизационных волн, а также после обнаружения двумерных переходов ограничения [3, 4]. Основное количество работ выполнено на чистых монокристаллах гелия, и лишь в нескольких работах [3, 5, 6] экспериментально изучалось влияние малой примеси  ${}^3\text{He}$ . В работе [3] отмечалось, что при температуре 0.4 К в растворе с 0.1%  ${}^3\text{He}$  в отличие от чистого гелия кристалл имеет большие плоские участки — грани. Авторы объяснили такое изменение формы адсорбцией примеси на поверхности. Полагая форму кристалла в растворе равновесной, Кастен, Гринберг и Папуляр [7] вычислили уменьшение поверхностной энергии  $\alpha$  за счет адсорбции:  $\Delta\alpha = -0.03$  эрг/см<sup>2</sup>. Подставив приведенные в этой статье параметры в формулы, полученные в приближении решеточного газа для адсорбированных атомов (формула (11) в [7]), найдем энергию адсорбции  $E_a \approx 0.8$  К. В работе [5] изучалась форма кристаллов в процессе роста в растворах с концентрациями  ${}^3\text{He}$   $8 \cdot 10^{-7}$ – $1.5 \cdot 10^{-4}$  при температуре 1–1.3 К. На основании изменения формы кинетической огранки авторы пришли к выводу, что температура первого перехода ограничения падает с 1.28 К до 1.08 К, и объяснили этот эффект уменьшением поверхностной энергии вследствие адсорбции  ${}^3\text{He}$  на границе раздела жидкость–кристалл. Предполагая, что адсорбированные атомы образуют невырожденный двумерный газ, авторы определили величину  $E_a = 10$  К. Зависимость температуры перехода от концентрации примеси не обнаружена. При более низких температурах 0.02–0.5 К и концентрациях  ${}^3\text{He}$   $(4.5\text{--}47) \cdot 10^{-9}$  влияние примеси на поверхностную жесткость было исследовано методом кристаллизационных волн в работе [6]. По концентрационной зависимости жесткости в приближении двумерного вырожденного газа для адсорбированных атомов авторами была определена энергия адсорбции:  $E_a = 3.4$  К.

Теоретическое рассмотрение процесса адсорбции  $^3\text{He}$  на кристалле  $^4\text{He}$  выполнено Трейнером [8]. Согласно его расчетам, существует связанное состояние атома  $^3\text{He}$  вблизи поверхности кристалла с энергией 2.9 К.

Как видно из вышеизложенного, в настоящий момент существует разброс значений энергии адсорбции на порядок. С методической точки зрения, измерение поверхностной энергии следует определять в равновесных условиях, при которых химический потенциал адсорбированных атомов равен хорошо известному химическому потенциалу атомов примеси в объеме. Только в этом случае применимы формулы, использованные при обработке результатов работ [3, 5, 6]. Выполнение этого условия при росте кристалла [5] и при движении кристаллизационной волны [6] остается открытым. Кроме того, как следует из теоретических оценок [9] и эксперимента [6], даже столь малое количество примесей может существенно изменить кинетику роста поверхности, а следовательно, и форму кристалла при росте за счет дополнительной диссипации при диффузии примесей. Это ставит под сомнение правомерность определения температуры ограничения по кинетической огранке [5] и, следовательно, величину изменения поверхностной жесткости, найденную по соотношениям теории фазовых переходов [10].

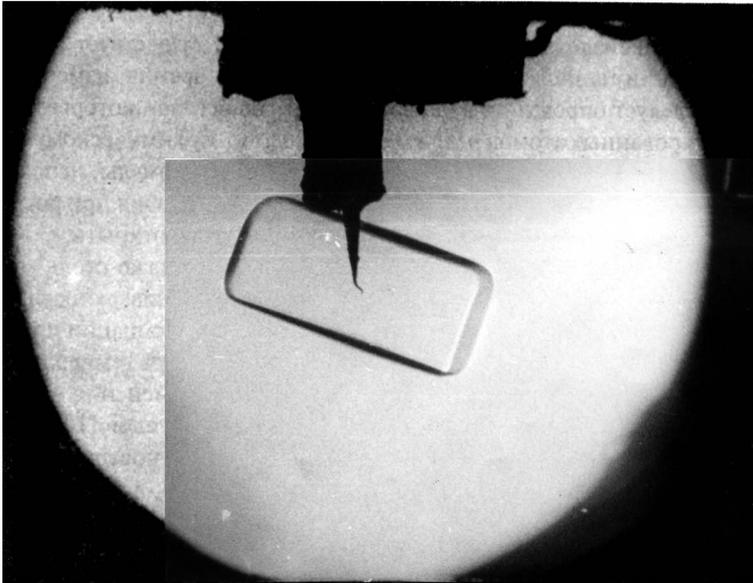
В данной работе выполнено измерение температурного хода поверхностной жесткости кристалла, выращенного из раствора с малой примесью  $^3\text{He}$ , в квазистационарных условиях с целью определения величины энергии адсорбции атомов  $^3\text{He}$  на атомно-шероховатых поверхностях кристалла.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕТОДИКА

Кристаллы гелия с концентрацией примеси  $x_3 = 8 \cdot 10^{-5}$  выращивались в оптическом контейнере, расположенном на ванне  $^3\text{He}$ . Для выращивания высококачественных кристаллов, минимально касающихся внутренней поверхности контейнера, использовалась следующая методика. В центре контейнера помещалось вольфрамовое острие (см. рис. 1), к которому прикладывалось высокое напряжение для создания вблизи острия дополнительного давления. Затем в контейнере увеличивалось давление до достижения точки затвердевания. Благодаря электростатическому давлению первоначальная затравка образовывалась на конце острия. Дальнейший рост кристалла до необходимого размера происходил почти свободно. По окончании роста кристалл оставался висеть на острие, не касаясь стенок контейнера, поскольку при температурах ниже второго перехода ограничения скорость роста граней очень мала. По этой причине диапазон исследованных температур на свободно-подвешенном кристалле ограничен сверху переходом ограничения на боковой грани:  $T = 0.45\text{--}0.9$  К. Подробно конструкция контейнера и методика выращивания кристаллов изложены в работе [11].

Отметим, что рост кристаллов гелия при малых концентрациях примеси отличается от роста чистых кристаллов. Так, в наших экспериментах не удалось получить монокристалл в том случае, когда он начинал образовываться на стенке: выростала друза кристаллов либо, в лучшем случае, бикристалл. По изложенной методике выращивания кристалла на острие с минимальной деформацией во время роста, тем не менее, примерно в половине случаев выростало несколько кристаллов. Форма кинетической огранки монокристаллов с примесями заметно отличалась от формы чистых кристаллов.

Время установления равновесной формы атомно-шероховатых поверхностей кри-



**Рис. 1.** Монокристалл гелия при температуре 0.562 К. Кривизна поверхности, расположенной сверху, значительно меньше кривизны в эквивалентных точках внизу — проявление градиента гидростатического давления

сталла во всей области температур не превышало нескольких минут. При высоких температурах 1.1–1.4 К скорость роста шероховатых участков, оцененная по времени установления равновесной формы, близка к скоростям роста чистого кристалла гелия. При низких температурах, при которых в чистом гелии наблюдались кристаллизационные волны, примесь подавляла это явление. Это дает возможность оценить кинетический коэффициент роста сверху:  $K < 100$  с/м.

Нами была предпринята попытка вырастить кристалл из раствора с концентрацией  $^3\text{He } 2 \cdot 10^{-4}$ . Рост кристалла при этой концентрации имел те же особенности, что указаны выше. К сожалению, за 20 попыток не удалось вырастить кристалл подходящей ориентации и провести измерения формы.

Поверхностная жесткость определялась по форме кристалла после прекращения его роста и прихода в равновесное состояние. Уравнение равновесной формы поверхности с учетом градиента гидростатического давления имеет вид [12]

$$\rho_l g(z_0 - z) = \frac{\rho_l}{\rho_s - \rho_l} \left( \frac{\tilde{\alpha}_1}{R_1} + \frac{\tilde{\alpha}_2}{R_2} \right), \quad (1)$$

где  $\rho_{l,s}$  — плотности жидкости и твердого гелия,  $g$  — ускорение свободного падения,  $z$  — координата по вертикали,  $z_0$  — высота, на которой плоская граница кристалла находилась бы в равновесии с жидкостью,  $\tilde{\alpha}_{1,2}$  и  $R_{1,2}$  — поверхностные жесткости и радиусы кривизны в направлениях главной кривизны поверхности. Для обработки отобран кристалл, ориентированный боковой гранью параллельно направлению съемки, откло-

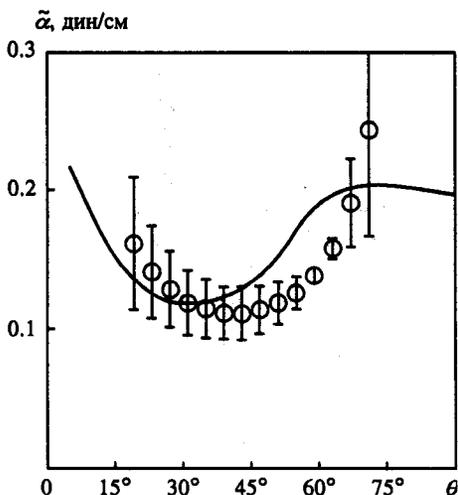


Рис. 2. Угловая зависимость поверхностной жесткости кристалла, показанного на рис. 1: Сплошная кривая — угловая зависимость жесткости в чистом кристалле  $\text{He}$  из работы [19]

нение  $3.4^\circ$ . В этой ориентации цилиндрическая поверхность, сопрягающая базисную и боковую грань, наблюдается вдоль образующей, радиус кривизны контура кристалла совпадает с главным радиусом кривизны  $R_1$  в плоскости, в которой лежат нормали к боковой и базисной граням, а вторая главная кривизна близка к нулю. Можно показать, что вторая главная кривизна экспоненциально убывает по мере увеличения расстояния  $L$  от вершины кристалла:

$$\frac{1}{R_2} \approx \frac{1}{R_1} \exp\left(-\text{const} \cdot \frac{L}{R_1}\right), \quad \text{const} \sim 1$$

(для кубического кристалла численный расчет дает значение  $\text{const} \approx 1.6$ ). Поправка максимальна для верхнего левого ребра кристалла (см. рис. 1) и в наших экспериментах не превышала 12%. Изображение кристалла вводилось в компьютер и после медианной фильтрации обрабатывалось фильтром Робертса для выделения границы кристалла. Ориентация границы — угол  $\theta$  относительно оси  $C_6$  кристалла — и кривизна контура определялись численным дифференцированием с усреднением по углу  $4^\circ$ . Такая методика пригодна при определении кривизны контура для участков, не примыкающих непосредственно к граням кристалла. Проверка показала, что этот алгоритм дает правильные значения кривизны для ориентаций поверхности, наклоненной к граням на угол не менее  $10^\circ$ .

В соотношении (1) остается неизвестным параметр  $z_0$ , который мы определяем способом, ранее развитым Паршиным с сотр. [13]. В этом методе используется то обстоятельство, что участки поверхности с одинаковой кристаллографической ориентацией на разных ребрах кристалла имеют одно и то же значение поверхностной жесткости, но находятся на разных высотах при различном гидростатическом давлении и, следовательно, имеют различную кривизну (см. рис. 1). Зная координату  $z$  в этих точках и полагая значения  $\tilde{\alpha}$  одинаковыми, из соотношения (1) получаем параметр  $z_0$ . Для контроля корректности метода параметр  $z_0$  определялся при ориентациях поверхности  $\theta = 20^\circ \div 70^\circ$  с шагом  $4^\circ$ , вычислялось его среднее значение и дисперсия.

Величина поверхностной жесткости вычислялась по формуле (1). Суммарная

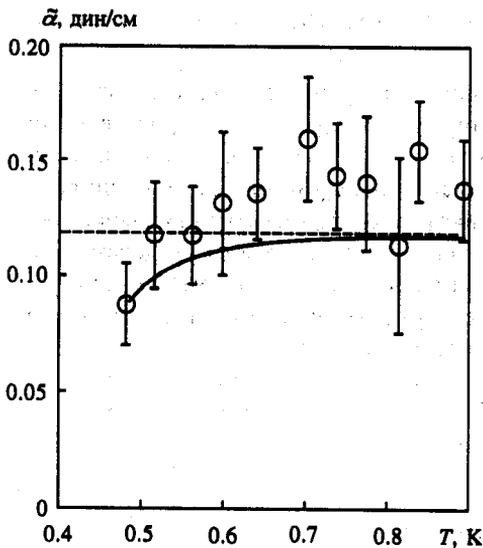


Рис. 3. Температурная зависимость жесткости для поверхности, наклоненной к оси  $C_6$  под углом  $35^\circ$ . Штриховая линия — значение жесткости в чистом гелии. Сплошная кривая — результат расчета температурного хода жесткости по формуле (5) со значением  $E_a = 3.8$  К

ошибка определялась по разбросу значений  $\bar{\alpha}$  с учетом дисперсии параметра  $z_0$ . Результат обработки контура кристалла, фотография которого приведена на рис. 1, представлен на рис. 2.

Тепловые потоки в жидком гелии, как следует из теории [14] и эксперимента [15], приводят к перераспределению примесей в объеме контейнера. Градиент концентрации связан с градиентом температуры соотношением (см. [15])

$$(k_B T / m_3) \nabla c_3 = -\sigma_0 \nabla T, \quad (2)$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $m_3$  — масса атома  $^3\text{He}$ ,  $c_3$  — массовая концентрация, для слабых растворов  $c_3 \cong x_3 m_3 / m_4$  ( $m_4$  — масса атома  $^4\text{He}$ ),  $\sigma_0$  — энтропия единицы массы чистого  $^4\text{He}$ . Градиент температуры связан с тепловым потоком  $q$  обычной формулой:

$$q = \kappa_m \nabla T, \quad (3)$$

где  $\kappa_m$  — эффективная теплопроводность. Оценим неоднородность концентрации, вызванную паразитным теплоподводом, при минимальной температуре эксперимента 0.45 К, когда влияние такой неоднородности на адсорбцию максимально. Суммарный теплоподвод, оцененный по холодопроизводительности, не превышал 50 мВт, что дает для теплового потока  $q \leq 600$  эрг/см<sup>2</sup>·с. Энтропия гелия [16] равна  $1.56 \cdot 10^{-4}$  Дж/г·К. Нижнюю границу эффективной теплопроводности оценим из данных [17] путем линейной экстраполяции в сторону меньших концентраций,  $\kappa_m \geq 2 \cdot 10^6$  эрг/см·с·К. Подставляя значения параметров в (2) и (3), получаем, что при размере кристалла около 1 см разность концентраций не превышает  $10^{-5}\%$ , что значительно меньше средней концентрации  $8 \cdot 10^{-3}\%$ , т. е. неоднородность концентрации невелика.

### 3. УГЛОВАЯ И ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТИ ПОВЕРХНОСТНОЙ ЖЕСТКОСТИ

Угловая зависимость поверхностной жесткости, как видно из рис. 2, удовлетворительно согласуется с результатами измерений этого параметра методом кристаллизационных волн, выполненных в [18, 19] на чистых монокристаллах гелия. Вблизи ориентации с  $\theta = 35^\circ$  в примесном кристалле, так же как и в чистом, наблюдается широкий минимум. Эта ориентация была выбрана для построения температурной зависимости жесткости от температуры, поскольку при этом значении  $\theta$  ошибка в определении угла  $\delta\theta$  вносит минимальный вклад в ошибку вычисления параметра  $\tilde{\alpha}$ . Кроме того, небольшие изменения жесткости заметнее при минимальных значениях  $\tilde{\alpha}$ . На рис. 3 представлена температурная зависимость жесткости поверхности указанной ориентации для кристалла, изображенного на рис. 1. Видно, что в пределах точности эксперимента температурная зависимость жесткости выше 0.54 К отсутствует, а ее величина близка к значению для чистого гелия.

### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Изменение поверхностной энергии  $\alpha$ , согласно соотношению Гиббса, связано с поверхностной концентрацией  $n_s$  формулой

$$\alpha - \alpha_0 = -Tn_s. \quad (4)$$

Поверхностная концентрация примеси в равновесных условиях определяется из условия равенства химических потенциалов атомов  $^3\text{He}$  на поверхности и в объеме. Если адсорбированный слой образует решеточный газ, то для концентрации  $n_s$  получаем выражение [20]

$$n_s = N_s \left[ 1 + \exp\left(-\frac{E_a}{T}\right) / \left(\frac{x_3}{2} \frac{N_A}{V_m} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_3^* T}\right)^{3/2}\right) \right]^{-1}, \quad (5)$$

где  $x_3$  — объемная концентрация примеси,  $N_s$  — число мест адсорбции на поверхности,  $N_s \approx (N_A/V_m)^{2/3}$ ,  $N_A$  — число Авогадро,  $V_m$  — молярный объем жидкости,  $m_3^*$  — эффективная масса атома  $^3\text{He}$ ,  $m_3^* \approx 3m_3$ . Подобное выражение было использовано в работе [7]. В пределе малых концентраций, для которых справедливо соотношение (4), концентрация меняется по экспоненциальному закону:

$$n_s = N_s \exp\left(\frac{E_a}{T}\right) \frac{x_3}{2} \frac{N_A}{V_m} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_3^* T}\right)^{3/2}. \quad (6)$$

Если атомы  $^3\text{He}$  образуют на поверхности двумерный газ, то их химический потенциал включает добавку за счет кинетической энергии (выражения, использованные в работах [5, 6]), и в пределе малых концентраций, предполагая газ невзаимодействующим, получаем соотношение

$$n_s = x_3 \frac{N_A}{V_m} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_3^* T}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{E_a}{T}\right). \quad (7)$$

Выражения (6) и (7) различаются предэкспоненциальным множителем, что приводит при обработке данных по этим формулам к численному различию значений энергии адсорбции на величину  $\Delta E \approx T^* \ln T^*$ , где  $T^*$  — температура измерения; при  $T^* \approx 0.4$  К разница составляет величину, приблизительно равную 0.4 К.

Заметим, что приведенные формулы описывают изменение поверхностной энергии, а не поверхностной жесткости, измеряемой в эксперименте. Жесткость связана с энергией соотношением

$$\bar{\alpha}_i = \alpha + \partial^2 \alpha / \partial \phi_i^2, \quad (8)$$

где  $\phi_i$  — углы в плоскостях главных сечений. На поверхностях с большими индексами Мюллера, где концентрация ступеней велика и анизотропия жесткости мала (минимум кривой на рис. 2), адсорбция примеси не приводит к появлению дополнительной сильной анизотропии  $\bar{\alpha}$ . Тогда изменение жесткости пропорционально изменению поверхностной энергии и формулы (4)–(7) пригодны для определения энергии адсорбции по температурному ходу поверхностной жесткости.

Приближение температурной зависимости, изображенной на рис. 3, с использованием формул (5), (6) дает примерно одинаковую верхнюю границу для энергии адсорбции. Для решеточного газа  $E_a \leq 3.4$  К, а для двумерного газа получаем  $E_a \leq 4$  К. На рис. 3 приведены результаты расчета по формуле (6) для  $E_a = 3.8$  К. Это значение не противоречит теоретической оценке Трейнера [8], значению, получаемому из [7], и согласуется с величиной, определенной в [6]. Значение энергии адсорбции  $E_a = 10$  К, приведенное в работе [5], противоречит экспериментальным результатам.

Обсудим методику определения энергии адсорбции в работах [3, 7]. Уменьшение поверхностной энергии, связанное с адсорбцией, авторы [7] вычисляли, полагая форму кристалла, выращенного из 0.1%-го раствора [3], равновесной. При низких температурах скорости роста граней и шероховатых участков сильно различаются. Это приводит к тому, что даже при незначительном подтоке гелия в контейнер округлые участки резко сокращаются. Для получения истинно равновесной формы необходимо принимать специальные меры, например устанавливая холодный вентиль [13]. Поскольку в работе [3] такие меры не принимались, вопрос о равновесности формы остается открытым, что ставит под сомнение достоверность полученного значения энергии адсорбции.

Ванг и Аньоле получали величину  $E_a = 3.4$  К из концентрационной зависимости  $\bar{\alpha}$ , см. рис. 2 в [6]. Заметим, что результаты теоретического расчета, приведенные на том же рисунке, скорее не совпадают, чем согласуются с экспериментальными данными. Это ставит под сомнение достоверность полученной величины. К сожалению, авторы работы [6] не указали температуру, при которой выполнены эти измерения, и не привели температурную зависимость жесткости. Для энергии адсорбции  $E_a = 3.4$  К и концентрации примеси  $\approx 5 \cdot 10^{-9}$  при температуре  $\approx 0.2$  К должно было бы наблюдаться возрастание жесткости, вызванное десорбцией примеси с поверхности, что могло быть использовано для проверки приведенного значения.

Из рис. 3 видно, что вклад примесей в поверхностную энергию пренебрежимо мал при температурах выше второго и тем более первого переходов ограничения. Таким образом, малая примесь  $^3\text{He}$  не изменяет существенно поверхностную энергию при температурах первого ( $T_{R1} \approx 1.3$  К) и второго ( $T_{R2} \approx 0.9$  К) переходов ограничения, и, следовательно, согласно теории [10], температура переходов ограничения не должна существенно изменяться.

Этот вывод потребовал экспериментальной проверки, для чего были проведены измерения температуры переходов ограничения, которые идентифицировались по наличию плоского участка в равновесных условиях, как было выполнено ранее в работе [4]. Такой подход качественно отличается от использованного ранее авторами [5] метода определения точки фазового перехода по кинетической огранке.

Кристалл, выращенный на острие, немного подплавлялся до соскальзывания с иглы и падения на дно контейнера. После ряда попыток удавалось положить кристалл так, чтобы необходимая грань была горизонтальной и параллельной направлению наблюдения. Затем температура медленно, со скоростью не более 2 мК/с, повышалась. Форма кристалла в процессе отогрева фотографировалась. Контур кристалла затем обрабатывался на ЭМВ с помощью описанной ранее программы, и наличие грани идентифицировалось по существованию протяженного участка с нулевой кривизной. Этот метод не позволял определять наличие грани на кристалле размером около 4 мм, если ее размер становился менее 0.2 мм. Кроме того, как и в чистом гелии [4], наблюдались гистерезисные явления, связанные, возможно, с механическими деформациями в кристалле, возникающими из-за теплового расширения при отогреве. Все это вместе взятое позволило ограничить температуру первого перехода ограничения интервалом 1.18–1.28 К. Это значение в пределах ошибки совпадает с данными, полученными на чистом гелии [4]. Таким образом, нет оснований утверждать, что малая примесь  $^3\text{He}$  существенно понижает температуру перехода.

Аналогичные измерения были проведены и для боковой грани, для которой данные о температуре перехода в растворе отсутствуют. С помощью изложенной методики получен интервал  $0.87 \leq T_{R2} \leq 0.91$  К, что также согласуется со значением в чистом гелии. Для измерения температуры перехода была использована и другая методика. Как отмечалось ранее, монокристалл оставался на игле вследствие малости скорости роста граней при таких пересыщениях. По мере повышения температуры размер боковых граней уменьшался и по достижении температуры перехода вся боковая поверхность становилась атомно-шероховатой с высокой скоростью роста. Это приводило к «стеканию» кристалла вдоль базисных плоскостей, что отчетливо наблюдалось. Такая методика позволила уменьшить гистерезис данных и улучшить точность определения  $T_{R2}$ :  $0.892 \leq T_{R2} \leq 0.905$  К. Подчеркнем качественное отличие методики «стекания» от примененной в работе [5] методики определения температуры перехода ограничения по кинетической огранке. Действительно, в нашем случае кристалл начинал «стекать» (т. е. переплавляться) выше перехода ограничения после исчезновения боковой грани, тогда как в работе [5] кристалл рос ниже перехода ограничения. Наша методика фиксировала момент пропадания грани, причем вплоть до этого момента кристалл был неподвижен и находился в квазистационарных условиях в отличие от ситуации с растущим кристаллом, описанной в работе [5].

Таким образом, непосредственные измерения поверхностной жесткости дают верхнюю границу энергии адсорбции  $^3\text{He}$  на границе раздела кристалл–жидкость:  $E_a \leq 4$  К. Малая концентрация примеси не влияет существенно на температуры переходов ограничения как на базисной, так и на боковой гранях.

Автор признателен А. Я. Паршину за консультацию по методике определения поверхностной жесткости, а также за ценное обсуждение полученных результатов.

## Литература

1. А. Ф. Андреев, А. Я. Паршин, ЖЭТФ 75, 1511 (1978).
2. К. О. Кешишев, А. Я. Паршин, А. В. Бабкин, Письма в ЖЭТФ 30, 63 (1979).
3. J. Landau, S. G. Lipson, L. M. Maatanen et al., Phys. Rev. Lett. 45, 31 (1980).
4. К. О. Кешишев, А. Я. Паршин, А. В. Бабкин, ЖЭТФ 80, 716 (1981).
5. Y. Carmi, E. Polturak, and S. G. Lipson, Phys. Rev. Lett. 62, 1364 (1989).
6. G. Agnolet and Chia-Lai Wang, J. Low Temp. Phys. 89, 759 (1992).
7. B. Castaing, A. S. Greenberg, and M. Papular, J. Low Temp. Phys. 47, 191 (1982).
8. J. Treiner, J. Low Temp. Phys. 92, 1 (1993).
9. S. N. Burmistrov, L. V. Dubovskii, Europh. Lett. 24, 749 (1993).
10. D. Fisher and J. Weeks, Phys. Rev. Lett. 50, 1077 (1983).
11. В. Л. Цымбаленко, ФНТ 21, 162 (1995).
12. А. А. Чернов, *Современная кристаллография*, Наука, Москва (1980), с. 36.
13. А. В. Бабкин, Д. Б. Копелиович, А. Я. Паршин, ЖЭТФ 89, 2288 (1985).
14. И. М. Халатников, В. Н. Жарков, ЖЭТФ 32, 1108 (1957).
15. Т. П. Птуха, ЖЭТФ 40, 1583 (1961).
16. Б. Н. Есельсон, В. Н. Григорьев, В. Г. Иванцов и др., *Свойства жидкого и твердого гелия*, Издательство стандартов, Москва (1978), с. 52.
17. Б. Н. Есельсон, В. Г. Иванцов, В. А. Коваль и др., *Свойства жидкого и твердого гелия. Растворы  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$* , Наук. думка, Киев (1982), с. 122.
18. О. А. Андреева, К. О. Кешишев, С. Ю. Осипьян, Письма в ЖЭТФ 49, 661 (1989).
19. О. А. Андреева, К. О. Кешишев, Письма в ЖЭТФ 52, 799 (1990).
20. Ч. Киттель, *Статистическая термодинамика*, Наука, Москва (1977), с. 279.